



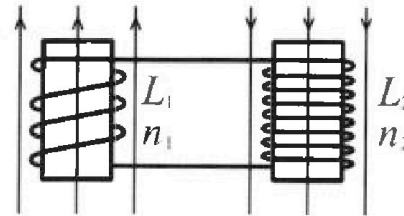
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

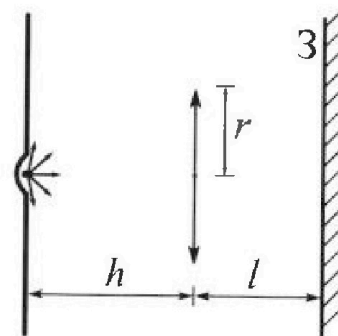


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 16L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 4n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $3B_0$ до $9B_0/4$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 5$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало $З$. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[см^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



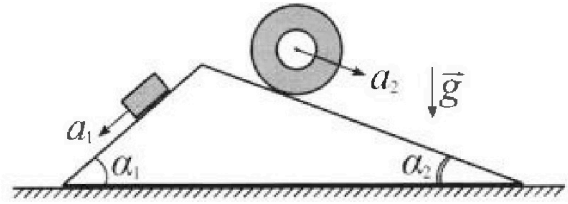
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 6g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $2m$ с ускорением $a_2 = g/4$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

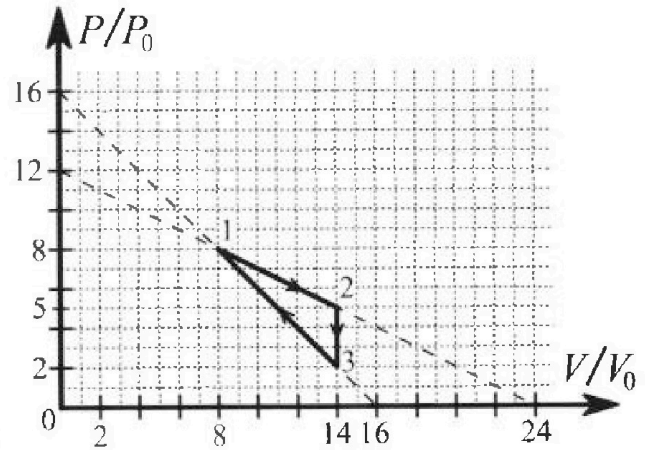


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразит ь через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

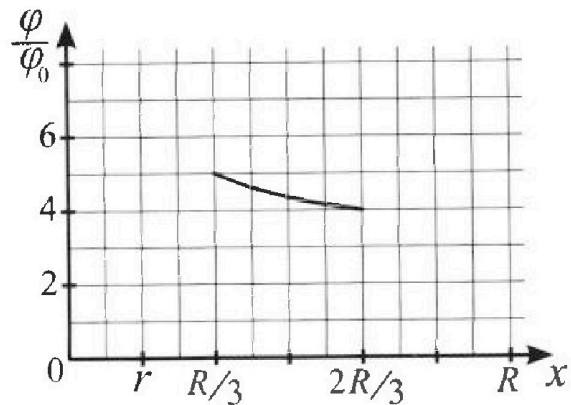
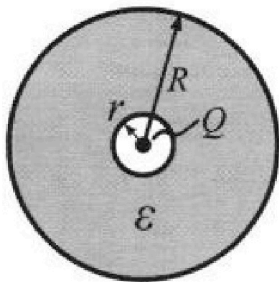
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 5R/6$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .

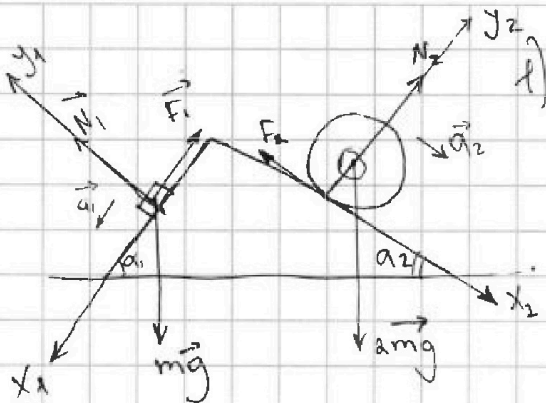




1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



II закон Ньютона для блока:

$$Ox_1: ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1$$

$$F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) =$$

$$= \left(\frac{3}{5}g - \frac{6}{13}g \right) m =$$

$$= \left(\frac{9}{65}mg \right)$$

$$Oy_1: N_1 = mg \cos \alpha_1 = \frac{4}{5}mg$$

Для цилиндра:

$$2) Oy_2: N_2 = 2mg \cos \alpha_2 = \frac{24}{13}mg$$

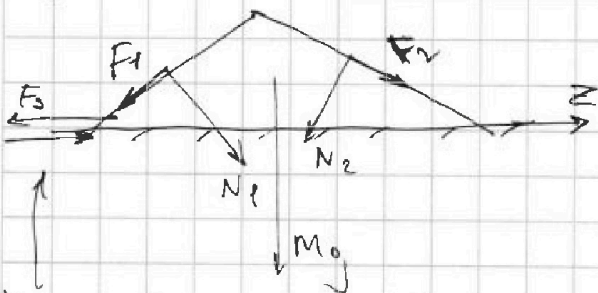
$$Ox_2: 2ma_2 = 2mg \sin \alpha_2 - F_2$$

$$F_2 = 2mg \left(-\frac{1}{4} + \frac{5}{13} \right) = \left(\frac{7}{26}mg \right)$$

3)

Силы, действующие на клин:

$$a_{\text{клин}} = 0$$



Направление силы F_3 пока неизвестно

$$Oz: N_2 \sin \alpha_2 - N_1 \sin \alpha_1 +$$

$$+ F_3 - F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 = 0$$

$$mg \cos \alpha_2 \sin \alpha_2 - mg \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 -$$

$$- F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 + F_3 = 0$$

$$-F_3 = mg \cdot \frac{12}{25} - mg \cdot \frac{60}{169} - \frac{9}{65} \cdot \frac{4}{5}mg + \frac{7}{26} \cdot \frac{12}{13}mg =$$

=



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \eta = \frac{A_{1231}}{Q_{\text{получ.}}} ; \quad A_{1231} = 9 p_0 V_0 \text{ (показано ранее)}$$

Итак начнем термодинамику для процесса 3-1:

$$Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31} = \frac{3}{2} (p_1 V_1 - p_3 V_3) + \frac{(p_3 + p_1)(V_1 - V_3)}{2} =$$
$$= \frac{3}{2} (8 \cdot 8 - 2 \cdot 14) p_0 V_0 + \frac{(8+2)(8-14) p_0 V_0}{2} = 24 p_0 V_0 > 0$$

Анализ процесса 1-2: $Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$

$$\Delta U_{12} = 9 p_0 V_0 \text{ (показано ранее)}$$

$$A_{12} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{(5+8)(14-8)}{2} p_0 V_0 = 39 p_0 V_0$$

$$Q_{12} = 9 p_0 V_0 + 39 p_0 V_0 = 48 p_0 V_0$$

В процессе 2-3 $A_{23} = 0$ и $\Delta U_{23} < 0 \Rightarrow Q_{23} < 0$.

$$Q_{\text{получ.}} = Q_{12} + Q_{31} = 48 p_0 V_0 + 24 p_0 V_0 = 72 p_0 V_0$$

$$\eta = \frac{9 p_0 V_0}{72 p_0 V_0} = \frac{1}{8} = 12,5\%$$

Ответ: 1) $\frac{\Delta U_{12}}{A_{1231}} = 1$

2) $\frac{T_{\text{max}}}{T_3} = \frac{18}{7}$

3) $\eta_{\text{цикла}} = 12,5\%$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \varphi(x) = \frac{kx}{\epsilon x}, \text{ если } r \leq x \leq R.$$

$$\varphi\left(\frac{5R}{6}\right) = \frac{6}{5} \frac{kx}{R\epsilon}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) ~~Во 2-ой катушке $\mathcal{E}_2 = 0$, т.к. $B_2 = \text{const.}$~~

$I_1 - ?$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2}$$

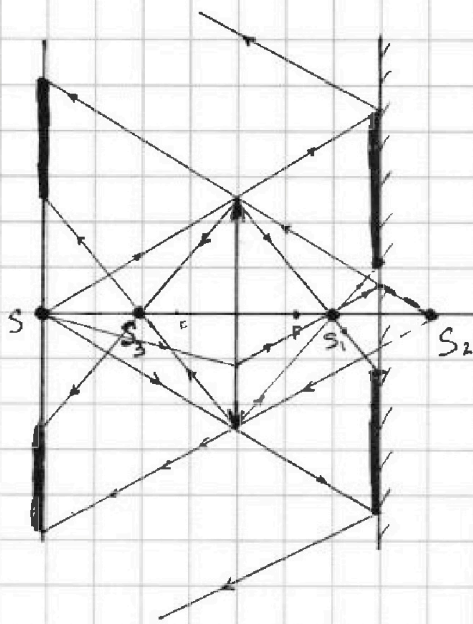


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

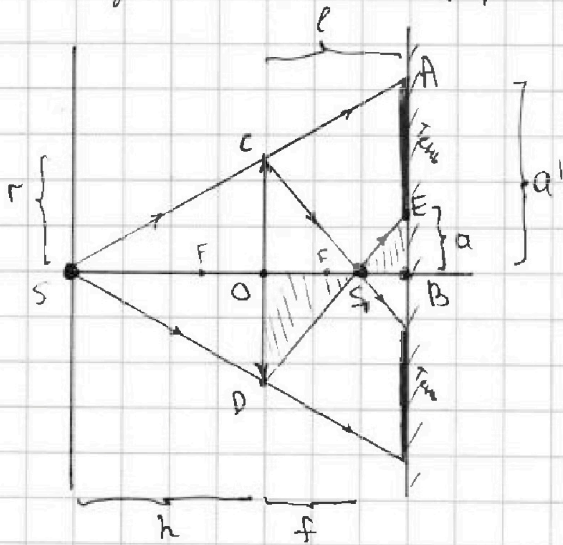
СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Те лучи, что попадают в линзу, преломляются в ней, ~~отражаются~~ отражаются от зеркала и вновь преломляются в линзе, затем попадают на стену.

1) S_2 - действительное изображение источника S в линзе.



$$\frac{1}{F} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{h/3} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow f = \frac{h}{2} < l$$

$$\triangle SAB \sim \triangle SOC$$

$$\frac{a'}{r} = \frac{h+l}{h} = \frac{h + \frac{2h}{3}}{h} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow a' = \frac{5}{3} r$$

$$\triangle S_1EB \sim \triangle DOS_1$$

$$\frac{r}{a} = \frac{f}{l-f} = \frac{h/2}{\frac{2h}{3} - \frac{h}{2}} = 3 \Rightarrow a = \frac{1}{3} r$$

$$S_{\text{стены}} = \pi a'^2 - \pi a^2 = \pi r^2 \left(\frac{25}{9} - \frac{1}{9} \right) = \pi \cdot \frac{24 \cdot 25}{9}$$

$$= \pi \cdot \frac{200}{3}$$

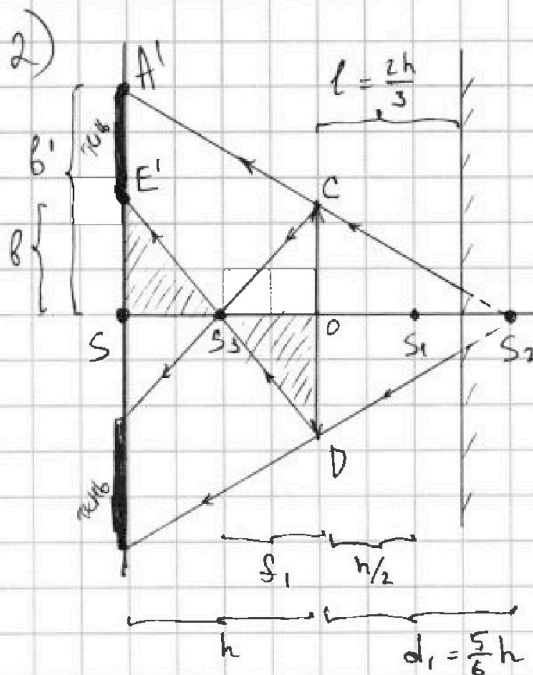


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



S_2 - изображение S_1 в зеркале.

Теперь S_2 - источник для линзы.

S_3 - изображение S_2 в линзе.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{d_1}$$

$$d_1 = l + l - f = \frac{2h}{3} + \frac{2h}{3} - \frac{h}{2} = \frac{5h}{6}$$

$$\frac{1}{h/3} = \frac{1}{5h/6} + \frac{1}{f_1}$$

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{h} \left(3 - \frac{6}{5} \right) = \frac{9}{5} \frac{1}{h} \Rightarrow f_1 = \frac{5}{9} h$$

$\triangle A'SS_2 \sim \triangle COSS_2$:

$$\frac{r}{b_1} = \frac{d_1}{h+d_1} = \frac{5/6 h}{5/6 h + h} = \frac{5}{11} \Rightarrow b_1 = \frac{11}{5} r$$

$\triangle SE'S_3 \sim \triangle S_3DO$:

$$\frac{r}{b} = \frac{f_1}{h-f_1} = \frac{5/9 h}{h-5/9 h} = \frac{5}{4} \Rightarrow b = \frac{4}{5} r$$

$$S_{\text{линзы}} = \pi b_1^2 - \pi b^2 = \pi r^2 \left(\frac{121}{25} - \frac{16}{25} \right) = 105\pi$$

Ответ: 1) $\frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$
2) $105 \pi \text{ см}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{3}{2} (5 \cdot 14 - 8 \cdot 8) p_0 V_0 = 9 p_0 V_0$$

~~$$A_{1231} = \frac{1}{2} (p_2 - p_3) (V_2 - V_1) = \frac{1}{2} (5 - 2) (14 - 8) p_0 V_0 = 9 p_0 V_0$$~~

$$\frac{\Delta U_{12}}{A_{1231}} = \frac{9 p_0 V_0}{9 p_0 V_0} = \boxed{1}$$

~~2) В процессе 1-2 $T_{\max} = T_2$~~

~~$$U_{\text{применяется}} \text{ Менделеева-Клапейрона } p_2 V_2$$~~

~~Процесс 2-3 изохорный $\Rightarrow \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_3}{T_3} \Rightarrow$~~

~~$$\Rightarrow \frac{T_{\max}}{T_3} = \frac{T_2}{T_3} = \frac{p_2}{p_3} = \frac{5 p_0}{2 p_0} = \boxed{\frac{5}{2}}$$~~

3) 2) В процессе 1-2 T изменяется не монотонно.

$$\text{Для 1-2: } \frac{p}{p_0} \left(\frac{V}{V_0} \right) = -\frac{1}{2} \frac{V}{V_0} + 12 \quad (\text{из графика})$$

~~$$T \sim \frac{p}{p_0} \cdot \frac{V}{V_0} = -\frac{1}{2} \left(\frac{V}{V_0} \right)^2 + 12 \frac{V}{V_0}$$~~

$$\frac{p}{p_0} \cdot \frac{V}{V_0} = f \left(\frac{V}{V_0} \right); \quad f' \left(\frac{V}{V_0} \right) = -\frac{V}{V_0} + 12 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f \left(\frac{V}{V_0} \right) \text{ максимална в точке, где } \frac{V}{V_0} = 12. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{\max} \text{ в точке } \frac{V}{V_0} = 12 \quad (\text{в этой точке } \frac{p}{p_0} = 6)$$

$$T_{\max} = \frac{12 \cdot 6 p_0 V_0}{\nu R}$$

$$T_3 = \frac{2 \cdot 14 p_0 V_0}{\nu R}$$

$$\frac{T_{\max}}{T_3} = \frac{12 \cdot 6}{2 \cdot 14} = \boxed{\frac{18}{7}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{r}{b_1} = \frac{5/6 h}{5/6 h + h} = \frac{5}{11} \Rightarrow b_1 = \frac{11}{5} r$$

$$\frac{r}{b} = \frac{5/12 h}{h - 5/12 h} = \frac{5}{7} \Rightarrow b = \frac{7}{5} r$$

$$S_{\text{стенки}} = \pi (b_1^2 - b^2) = \pi r^2 \left(\frac{121}{25} - \frac{49}{25} \right) = \pi r^2 \frac{72}{25}$$

$$u_{12} = Q_{1231}$$

$$\text{Ans 1-2: } \frac{p}{p_0} \left(\frac{V}{V_0} \right) = -\frac{1}{2} \frac{x}{V_0} + 12 \quad 12x - \frac{1}{2} x^2$$

$$\frac{p}{p_0} \cdot \frac{V}{V_0} = \frac{1}{2} \left(2 \frac{V}{V_0} - \frac{V_0^2}{2V_0^2} \right)$$

$$-x + 12$$

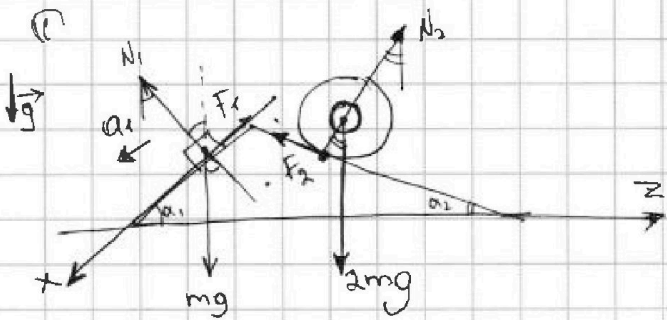


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$N_1 = mg \cos \alpha_1$$

$$F_1 = mg \sin \alpha_1$$

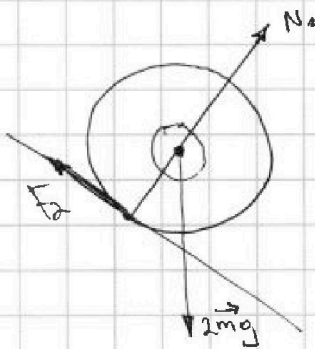
$$N_2 = mg \cos \alpha_2$$

$$\alpha: ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1$$

$$F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) =$$

$$= m \left(g \cdot \frac{3}{5} - \frac{6g}{13} \right) =$$

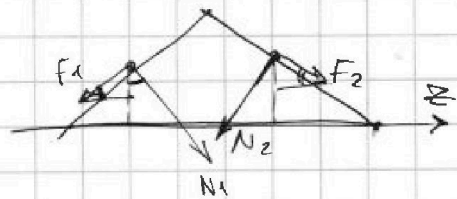
$$= mg \cdot \left(\frac{39 - 30}{65} \right) = \frac{9}{65} mg$$



$$-F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 = 0$$

$$OZ: N_2 \sin \alpha_2 - N_1 \sin \alpha_1 + F_2 \sin \alpha_2 = 0$$

$$\begin{aligned} & \parallel mg \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 \\ & \parallel mg \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 \end{aligned}$$



$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} J R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (14 \cdot 5 - 8 \cdot 8) \rho_0 V_0 = 9 \rho_0 V_0$$

$$\textcircled{2} \quad \Delta U = Q_{12} - \frac{(14 - 8) \cdot (5 + 8)}{2} \rho_0 V_0$$

$$A = \frac{(5 - 2) \cdot (14 - 8) \rho_0 V_0}{2} = 9 \rho_0 V_0$$

$$\frac{\Delta U_{12}}{A} = \textcircled{1}$$

$$1-2: +\Delta U, +A; \textcircled{1} Q$$

$$2-3: -\Delta U; A=0; -Q$$

$$3-1: +\Delta U; -A; \textcircled{1} Q$$

$$A = \frac{(14 - 8)(8 + 2)}{2} = 30 \rho_0 V_0$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} (2 \cdot 14 - 8 \cdot 8) = 18 \cdot 3 - 54 = 9 \rho_0 V_0$$

$$1) T_{\max} 8 \cdot 2. \quad \frac{T_2}{T_3} = \frac{5 \cdot 14 \rho_0 V_0}{2 \cdot 14 \rho_0 V_0} = \textcircled{2,5}$$

$$2) \eta = \frac{A_{12}}{Q_{12} + Q_{31}} = \frac{9 \rho_0 V_0}{Q_{12} + Q_{31}} = \frac{9 \rho_0 V_0}{\frac{1}{2} (2 \cdot 14 - 8 \cdot 8) + 30 \rho_0 V_0} = \frac{9}{9 + 63} = \frac{1}{8}$$