



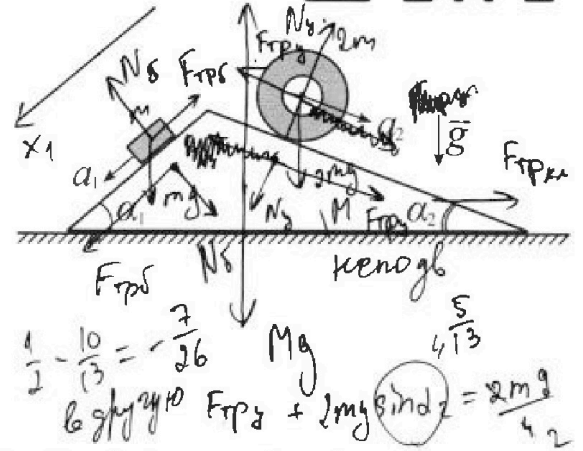
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-03



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  $N/M$  и радикалы.

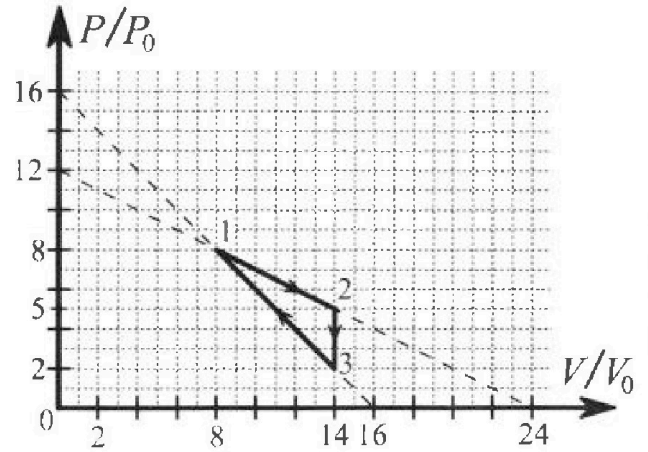
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 6g/13$  и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой  $2m$  с ускорением  $a_2 = g/4$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1$  ( $\sin \alpha_1 = 3/5$ ,  $\cos \alpha_1 = 4/5$ ) и  $\alpha_2$  ( $\sin \alpha_2 = 5/13$ ,  $\cos \alpha_2 = 12/13$ ). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.



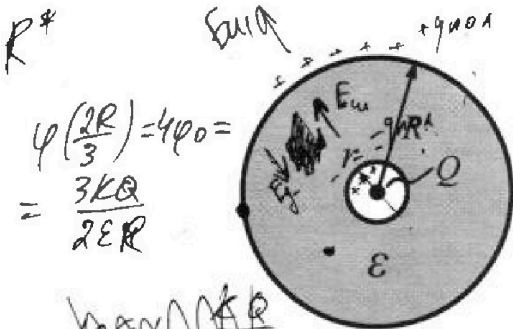
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

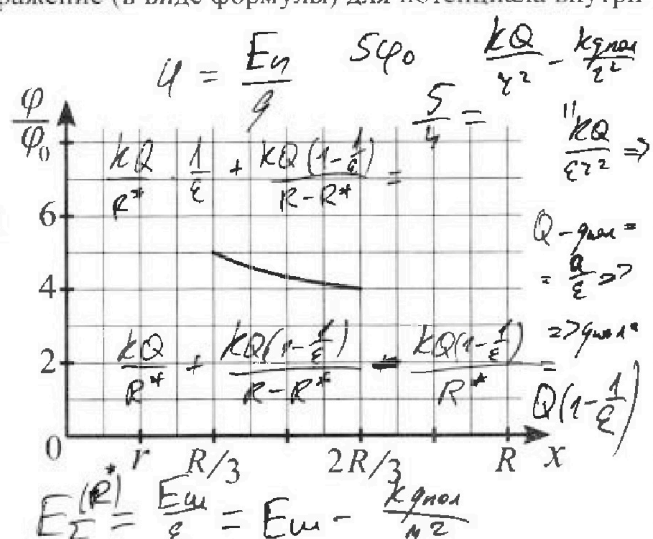
3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\phi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.). Здесь  $\phi_0$  — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

$$\frac{kQ}{\epsilon R^*} + \frac{kQ(\epsilon-1)}{\epsilon(R-R^*)} = \frac{kQR - kQR^* + kQR^*\epsilon - kQR^*}{\epsilon(R-R^*)R} = \frac{kQ(R-R^*(\epsilon-1))}{\epsilon(R-R^*)R}$$

- 1) Считая известными  $r$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = 5R/6$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .



поле  $\downarrow$  в  $\epsilon$   
сила  $\downarrow$  в  $\epsilon$   
работа  $\downarrow$  в  $\epsilon$   
 $\downarrow \frac{Kq}{\epsilon r^2}$   
 $E_n \downarrow \epsilon$   
 $\phi \downarrow \epsilon$



$$\phi\left(\frac{R}{3}\right) = 5\phi_0 = \frac{kQ}{\epsilon R}$$

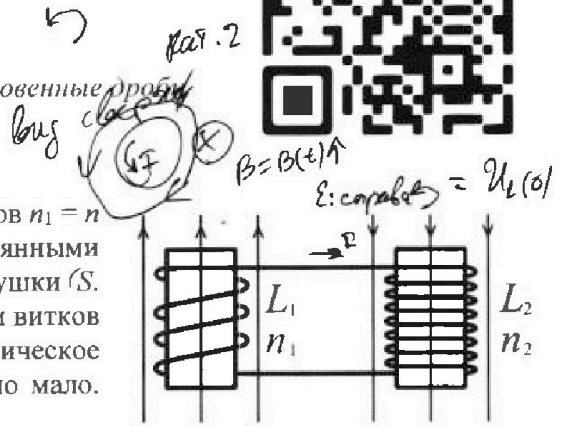


# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03



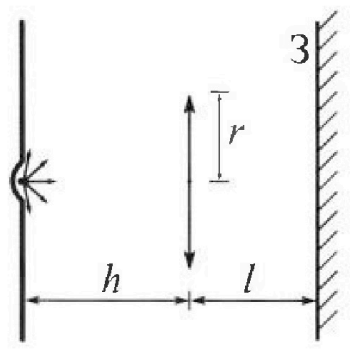
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



4. Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 16L$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 4n$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.

- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью  $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$ , а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $B_0/3$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $3B_0$  до  $9B_0/4$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = h/3$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 5$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = 2h/3$  расположено параллельно стене плоское зеркало  $Z$ . Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в  $[\text{см}^2]$  в виде ул, где  $\gamma$  - целое число или простая обыкновенная дробь.

Handwritten calculations for problem 5:

$$36874 \times 13600 = 500646400$$

$$1511 \cdot 9 = 13599$$

$$9000 + 4500 + 99 = 13599$$

$$224 \times 1225 = 274400$$

$$22 \cdot 5^2 \cdot 3^2 = 22 \cdot 25 \cdot 9 = 4950$$

$$2025 - 514 = 1511$$

$$\frac{1511}{7^2 \cdot 5^2} = \frac{1511}{1225}$$



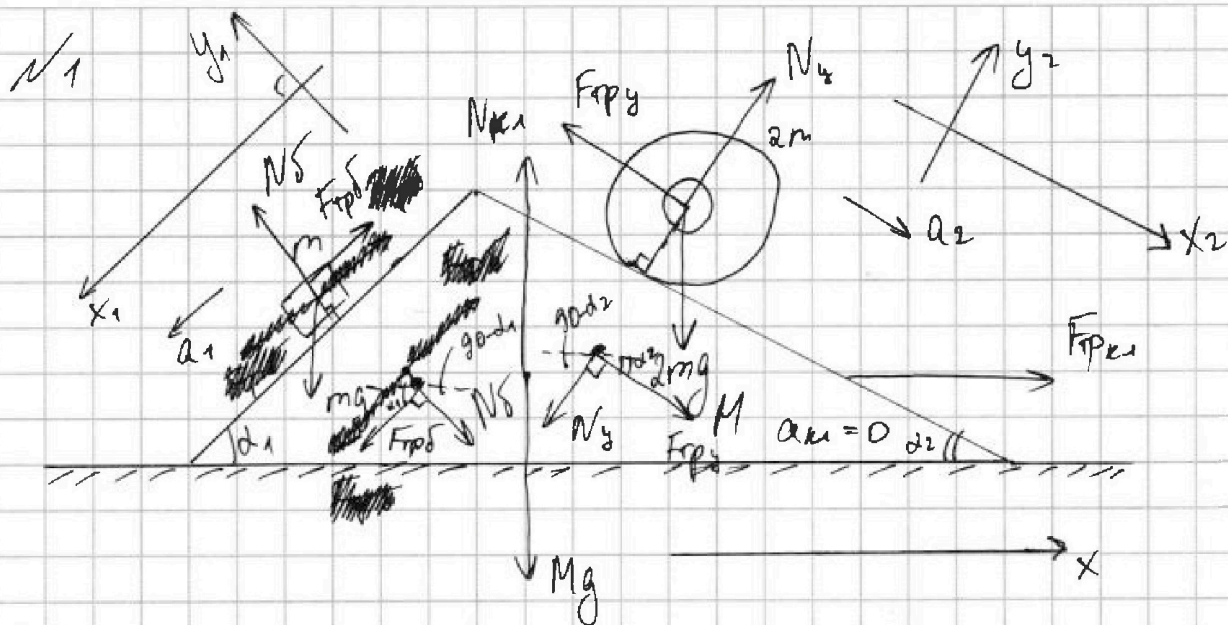


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Силы трения и нормальная составляющая реакции опоры, действующие на брусок, цилиндр и клин, обозначены  $(F_{тр5}; N_5)$ ,  $(F_{тр4}; N_4)$ ;  $(F_{тр6}; N_6)$  соотв.

2) • 2ЗН для бруска:

$$x_1: -F_{тр5} + mg \sin \alpha_1 = ma_1$$

$$-F_{тр5} + \frac{3}{5}mg = \frac{6}{13}mg$$

$$-F_{тр5} = mg \left( \frac{6}{13} - \frac{3}{5} \right) = -\frac{9}{65}mg \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{тр5} = \frac{9}{65}mg} \rightarrow \text{(направление на рис. вверх)}$$

• 2ЗН для цилиндра:

$$x_2: 2mg \sin \alpha_2 - F_{тр4} = 2ma_2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2mg \cdot \frac{5}{13} - F_{\text{тр}y} = 2m \cdot \frac{g}{4}$$

$$F_{\text{тр}y} = mg \left( \frac{10}{13} - \frac{1}{2} \right) = \frac{7}{26} mg ; > 0 - \text{направление указано верно.}$$

$$F_{\text{тр}y} = \frac{7}{26} mg$$

- Трехполосным направлением сил трения, действующей на клин.

$$2 \text{ ЗН для бруска: } y_1: (N_b = mg \cos \alpha_1 = \frac{4}{5} mg)$$

$$2 \text{ ЗН для цилиндра: } y_2: (N_y = 2mg \cos \alpha_2 = \frac{24}{13} mg)$$

2 ЗН для клина:

$$X: F_{\text{тр}kx} + F_{\text{тр}y} \cos \alpha_2 - N_y \sin \alpha_2 + N_b \sin \alpha_1 - F_{\text{тр}b} \cos \alpha_1 = 0$$

$$F_{\text{тр}kx} + \frac{7}{26} mg \cdot \frac{12}{13} - \frac{24}{13} mg \cdot \frac{5}{13} + \frac{4}{5} mg \cdot \frac{3}{5} - \frac{9}{65} mg \cdot \frac{4}{5} = 0$$

$$F_{\text{тр}kx} + mg \left( \frac{42}{13^2} - \frac{120}{13^2} + \frac{12}{5^2} - \frac{36}{5^2 \cdot 13} \right) = 0;$$

$$F_{\text{тр}kx} + mg \left( -\frac{78}{13^2} + \frac{132}{5^2 \cdot 13} \right) = 0$$

$$F_{\text{тр}kx} + mg \left( \frac{132 - 150}{25 \cdot 13} \right) = 0$$

$$F_{\text{тр}kx} = \frac{18}{325} mg > 0 - \text{направление указано верно.}$$

Ответ: 1)  $F_{\text{тр}b} = \frac{9}{65} mg$ ; 2)  $F_{\text{тр}y} = \frac{7}{26} mg$ ; 3)  $F_{\text{тр}kx} = \frac{18}{325} mg$



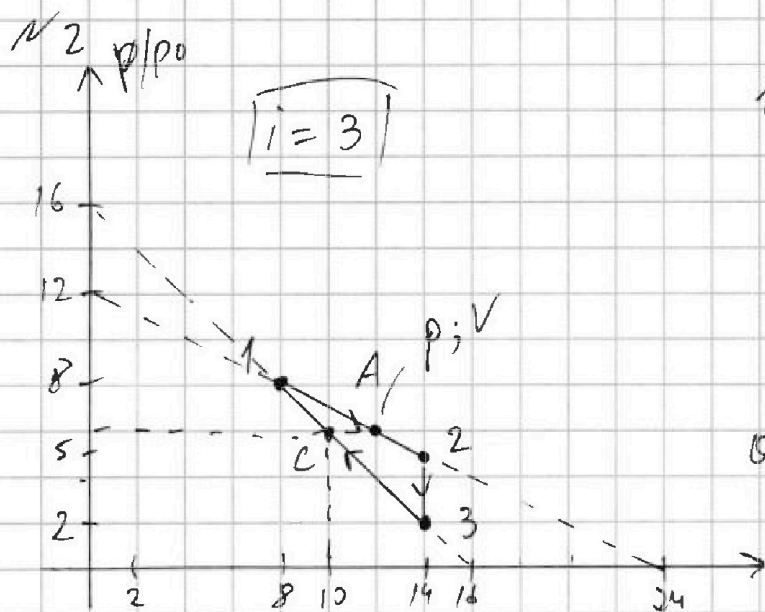


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Процесс 2-3:

$$V = \text{const} \Rightarrow C_{23} = C_V =$$

$$= \frac{i}{2} R = \frac{3}{2} R > 0.$$

$T \downarrow$ , значит, тепло

от газа <sup>от</sup> производится

на протяжении всего процесса.

$$Q_{23} = C_{23} \nu (T_3 - T_2);$$

2) Процесс 1-2: выберем правую точку A

на процессе 1-2, обозначающую состояние газа

в произвольный момент этого процесса с

давлением и объемом  $P; V$ . Найдем ур-ие

процесса 1-2:  $\frac{P}{P_0} = k_{12} \frac{V}{V_0} + b_{12};$

для точки 1:  $8 = k_{12} \cdot 8 + b_{12}$

для точки 2:  $5 = k_{12} \cdot 14 + b_{12}$

$$\Rightarrow 6k_{12} = -3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{k_{12} = -\frac{1}{2}}$$

$$8 = -\frac{1}{2} \cdot 8 + b_{12} \Rightarrow \boxed{b_{12} = 12}$$

$$\text{ур-ие процесса 1-2: } \boxed{\frac{P}{P_0} = -\frac{1}{2} \frac{V}{V_0} + 12}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- Найдём зав-ть температуры  $T(V)$  от объёма в процессе 1-2:  $pV = \nu RT \Rightarrow T = \frac{pV}{\nu R}$ ;

$$p = -\frac{p_0}{2V_0}V + 12p_0;$$

$$T(V) = \frac{1}{\nu R} \cdot V \left( -\frac{p_0}{2V_0}V + 12p_0 \right) = \frac{p_0}{\nu \nu R} \left( -\frac{1}{2}V^2 + 12V_0V \right);$$

квадратичная зав-ть, график параболы, ветви вниз, т.е. максимальная температура достигается в вершине параболы.

$$V_0 = \frac{-12V_0}{-1} = 12V_0; \quad (T_{\max, 12} = T(V_0) = \frac{p_0}{\nu \nu R} \cdot$$

$$\left( -\frac{1}{2}(12V_0)^2 + (12V_0)^2 \right) = \frac{72p_0V_0}{\nu R};$$

ур-ние менг-кван для соед. с:  $2p_0 \cdot 14V_0 = \nu RT_3$

$$\left( T_3 = \frac{28p_0V_0}{\nu R} \right) \Rightarrow \left( \frac{T_{\max, 12}}{T_3} = \frac{72}{28} = \frac{18}{7} \right)$$

- Найдём зав-ть кол-ва теплоты  $Q(V)$ , полученного газом от соед. 1 до состояния  $\downarrow$  с объёмом  $V$  (точка A)

$$Q_{1A} = \Delta U_{1A} + A_{1A} = \frac{3}{2}\nu R(T_A - T_1) + \frac{1}{2}(p_1 + p_A)(V_A - V_1)$$

$$\cdot p_1 = p_0; V_1 = 8V_0; p_1V_1 = \nu RT_1 = 6p_0V_0;$$

$$\cdot p_A = p; V_A = V; p_A V_A = \nu RT_A = pV$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$Q_{1A} = \frac{3}{2}(\rho V - 64\rho_0 V_0) + \frac{1}{2}(\rho_0 + \rho)(V - 8V_0);$$

$$Q_A = \frac{3}{2}\rho V - 96\rho_0 V_0 + 4\rho_0 V - 32\rho_0 V_0 + \frac{1}{2}\rho V - 4\rho V_0; \quad \rho = -\frac{\rho_0}{2V_0}V + 12\rho_0;$$

$$Q_{1A}(V) = 2\left(-\frac{\rho_0}{2V_0}V + 12\rho_0\right)V - 128\rho_0 V_0 + 4\rho_0 V - 4\left(-\frac{\rho_0}{2V_0}V + 12\rho_0\right)V_0 = -\frac{\rho_0}{V_0}V^2 + 24\rho_0 \cdot V - 128\rho_0 V_0 + 4\rho_0 V + \frac{2\rho_0}{V_0}V - 48\rho_0 V_0 = -\frac{\rho_0}{V_0}V^2 + 30\rho_0 \cdot V - 176\rho_0 V_0;$$

$$Q(V) = -\frac{\rho_0}{V_0}V^2 + 30\rho_0 V - 176\rho_0 V_0$$

квадратичная зав.ть, график параболы, ветви вниз, т.е.  $Q(V) \uparrow$  до значения в вершине (меньше производится) и убывает ~~эт~~ после этого (меньше отводится).

$$V_B = \frac{-30\rho_0}{-\frac{2\rho_0}{V_0}} = 15V_0; \text{ Видим, что}$$

$V_B > V_2 = 14V_0$ , т.е. можно по формуле на промежутке всего процесса 12.

$$(Q_{12} = Q(V_2) = Q(14V_0) = -\frac{\rho_0}{V_0}(14V_0)^2 + 30\rho_0 \cdot 14V_0 - 176\rho_0 V_0 = -196\rho_0 V_0 + 420\rho_0 V_0 - 176\rho_0 V_0 = 48\rho_0 V_0);$$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \Delta U_{12} &= \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \\ &= \frac{3}{2} (5 p_0 \cdot 14 V_0 - p_0 \cdot 8 V_0) = 9 p_0 V_0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{12} &= \frac{1}{2} (p_1 + p_2) (V_2 - V_1) = \frac{1}{2} (p_0 + 5 p_0) (14 V_0 - 8 V_0) = \\ &= 39 p_0 V_0; \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta U_{12}}{A_{12}} = \frac{3}{13}} \end{aligned}$$

3) Процесс 3-1: Аналогично пункту (2), выберите левую точку В и найдём зависимость  $Q_{3B}(V)$ . Найдём ур-ние процесса 3-1.

$$\left. \begin{aligned} \text{для } T_3: Q &= k_{31} \cdot 14 + b_{31} \\ \text{для } T_1: Q &= k_{31} \cdot 8 + b_{31} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} 6k_{31} &= -Q \Rightarrow \\ &\Rightarrow \boxed{k_{31} = -1} \end{aligned}$$

$$Q = -14 + b_{31} \Rightarrow \boxed{b_{31} = 16}$$

$$\text{ур-ние процесса 3-1: } \boxed{\frac{p}{p_0} = -\frac{V}{V_0} + 16}$$

$$\begin{aligned} Q_{3B} &= \Delta U_{3B} + A_{3B} = \frac{3}{2} \nu R (T_B - T_3) + \frac{1}{2} (p_3 + p_B) \cdot \\ &\cdot (V_B - V_3); \quad p_3 = 2 p_0; \quad V_3 = 14 V_0; \quad p_3 V_3 = 2 p_0 V_0 = \\ &= 2 R T_3; \quad p_B = p; \quad V_B = V; \quad p_B V_B = p V = 2 R T_B \end{aligned}$$

$$Q_{3B} = \frac{3}{2} (pV - 2 p_0 V_0) + \frac{1}{2} (p + 2 p_0) (V - 14 V_0);$$

$$p = -\frac{p_0}{V_0} V + 16 p_0;$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
5 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$Q_{313}(V) = \frac{3}{2} \left( -\frac{P_0}{V_0} V + 16p_0 \right) V - 42p_0 V_0 + \frac{1}{2} V \cdot \left( -\frac{P_0}{V_0} V + 16p_0 \right) - 7V_0 \left( -\frac{P_0}{V_0} V + 16p_0 \right) + p_0 V - 14p_0 V_0;$$

$$Q_{313}(V) = 2V \left( -\frac{P_0}{V_0} V + 16p_0 \right) - 7V_0 \left( \frac{P_0}{V_0} V + 16p_0 \right) + p_0 V - 56p_0 V_0;$$

$$Q_{313}(V) = -\frac{2p_0}{V_0} V^2 + 32p_0 V + 7p_0 V - 112p_0 V_0 + p_0 V - 56p_0 V_0 = -\frac{2p_0}{V_0} V^2 + 40p_0 V - 168p_0 V_0$$

квадратичная зав.-ть, график параболы, ветви вниз, т.е. ф-ция возрастает от сося. 3 до сося в верш. (меньше производится) и убывает от сося в верш. до сося. 1. (меньше производится)

$$V_B = \frac{-40p_0}{-\frac{4p_0}{V_0}} = 10V_0; \text{ Обозначим вершинную}$$

$$\text{точку с } V_B \text{ максимальной } Q. (Q_{31} = Q(V_B) = Q(10V_0) = -\frac{2p_0}{V_0} (10V_0)^2 + 40p_0 \cdot 10V_0 - 168p_0 V_0 = 32p_0 V_0)$$

$$Q_{31} = Q(V_1) = Q(8V_0) = -\frac{2p_0}{V_0} (8V_0)^2 + 40p_0 \cdot 8V_0 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
5 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$- 168 \text{ p0V0} = 320 \text{ p0V0} - 128 \text{ p0V0} - 168 \text{ p0V0} = 24 \text{ p0V0};$$

$$Q_{31} = Q_{32}^c + Q_{21}^c \Rightarrow Q_{21}^c = Q_{31} - Q_{32}^c = 24 \text{ p0V0} -$$

$$- 32 \text{ p0V0} = -8 \text{ p0V0}; \Rightarrow Q_{c1 \text{ отв}} = -Q_{c1} = 8 \text{ p0V0}$$

$$4) Q_{23} = \frac{3}{2} \gamma R (T_3 - T_2) = \frac{3}{2} (2 \text{ p0} \cdot 14 \text{ V0} - 5 \text{ p0} \cdot 14 \text{ V0}) =$$

$$= -6 \text{ p0V0};$$

Найдем КПД цикла:  $\eta = 1 - \frac{Q_x}{Q_H}$ ;

$$\cdot Q_x = Q_{23 \text{ отв}} + Q_{c1 \text{ отв}} = 63 \text{ p0V0} + 8 \text{ p0V0} = 71 \text{ p0V0}$$

$$\cdot Q_H = Q_{12} + Q_{3c} = 48 \text{ p0V0} + 32 \text{ p0V0} = 80 \text{ p0V0};$$

$$\eta = 1 - \frac{71}{80} = \frac{9}{80};$$

~~Омберн~~  $\frac{\Delta U_{12}}{A_2} = \frac{3}{12}$

$$\eta = \frac{A_y}{Q_H} \Rightarrow A_y = \eta \cdot Q_H = \frac{9}{80} \cdot 80 \text{ p0V0} = 9 \text{ p0V0}$$

$$\frac{\Delta U_{12}}{A_y} = \frac{9 \text{ p0V0}}{9 \text{ p0V0}} = 1.$$

Омберн. 1)  $\frac{\Delta U_{12}}{A_y} = 1;$  3)  $\eta = \frac{9}{80};$

2)  $\frac{T_{\text{max}12}}{T_3} = \frac{18}{7};$



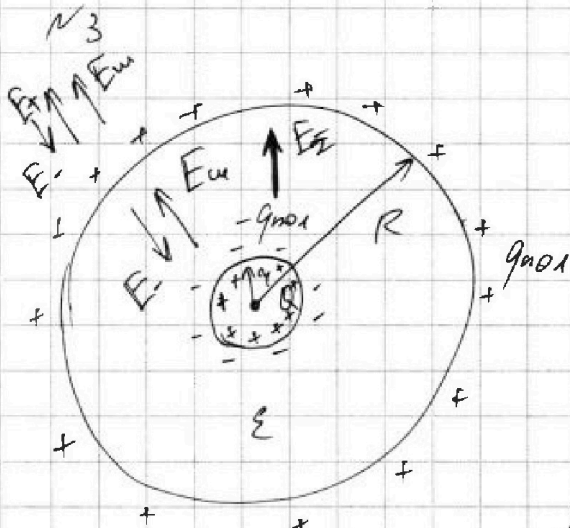
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) В сегменте внешнего поля создаваемого шариком, заряды на диэлектрике перераспределятся так, чтобы поле

внутри диэлектрика стало

в  $\epsilon$  раз меньше. (см. рис.)  $q_{пол}$  - поляризованный заряд диэлектрика.  $E_{\Sigma}$  - суммарное напряжённость поля внутри шара.

Рассмотрим напряжённость поля на расстоянии  $r < R$ .

$$E_{\Sigma} = \frac{E_{+}}{\epsilon} = E_{+} - E_{-}, \text{ где}$$

$E_{-}$  - напр. поля, создаваемого отриц. зарядами на пов-ти диэлектрика.

$$E_{+} = \frac{kQ}{r^2};$$

$$\frac{kQ}{\epsilon r^2} = \frac{kQ}{r^2} - \frac{kq_{пол}}{r^2} \Rightarrow q_{пол} = Q \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right)$$

2) По принципу наложения потенциалов

расчитаем потенциал при  $x = \frac{\epsilon R}{6}$ ;



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \varphi\left(\frac{SR}{6}\right) &= \frac{KQ}{x} - \frac{KQ \varphi_{\text{ноч}}}{x} + \frac{KQ \varphi_{\text{ноч}}}{R} = \\ &= \frac{6KQ}{SR} - \frac{KQ(1-\frac{1}{\varepsilon}) \cdot 6}{SR} + \frac{KQ(1-\frac{1}{\varepsilon})}{R} = \\ &= \frac{6KQ - 6KQ + \frac{6}{\varepsilon}KQ + 5KQ - \frac{5}{\varepsilon}KQ}{SR} = \\ &= \frac{KQ(\frac{1}{\varepsilon} + 5)}{SR}; \quad \boxed{\varphi\left(\frac{SR}{6}\right) = \frac{KQ(\frac{1}{\varepsilon} + 5)}{SR}} \end{aligned}$$

2) Найдем экстремум  $\varphi(R^*)$ , где  $\varphi < R^* < R$

$$\begin{aligned} \varphi(R^*) &= \frac{KQ}{R^*} - \frac{KQ(1-\frac{1}{\varepsilon})}{R^*} + \frac{KQ(1-\frac{1}{\varepsilon})}{R} = \\ &= \frac{KQ}{\varepsilon R^*} + \frac{KQ(\varepsilon-1)}{\varepsilon R} = \frac{KQ}{\varepsilon} \left( \frac{\varepsilon-1}{R^*} + \frac{1}{R} \right), \end{aligned}$$

$$\varphi(R^*) = \frac{KQ(R + R^*(\varepsilon-1))}{\varepsilon R R^*},$$

$$5\varphi_0 = \varphi\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{KQ(R + \frac{R}{3}(\varepsilon-1))}{\varepsilon R^2/3} = \frac{3KQ(\frac{R}{3} + \frac{\varepsilon}{3})}{\varepsilon R}$$

$$= \frac{KQ(2+\varepsilon)}{\varepsilon R}; \quad \Rightarrow \boxed{\varphi_0 = \frac{KQ(2+\varepsilon)}{5\varepsilon R}}$$

$$\begin{aligned} 4\varphi_0 = \varphi\left(\frac{2R}{3}\right) &= \frac{KQ(R + \frac{2R}{3}(\varepsilon-1))}{\varepsilon \cdot \frac{2R^2}{3}} = \\ &= \frac{KQ(3 + 2\varepsilon - 2)}{2\varepsilon R} = \frac{KQ(1+2\varepsilon)}{2\varepsilon R} \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{4KQ(2+\varepsilon)}{5\varepsilon R} = \frac{KQ(1+2\varepsilon)}{2\varepsilon R} ; \quad | \cdot 10$$

$$8(2+\varepsilon) = 5(1+2\varepsilon) ;$$

$$16 + 8\varepsilon = 5 + 10\varepsilon \Rightarrow \boxed{\varepsilon = \frac{11}{2}}$$

Ответ: 1)  $\varphi\left(\frac{5R}{6}\right) = \frac{KQ(5\varepsilon+1)}{5\varepsilon R}$  ;

2)  $\varepsilon = \frac{11}{2}$  ;



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

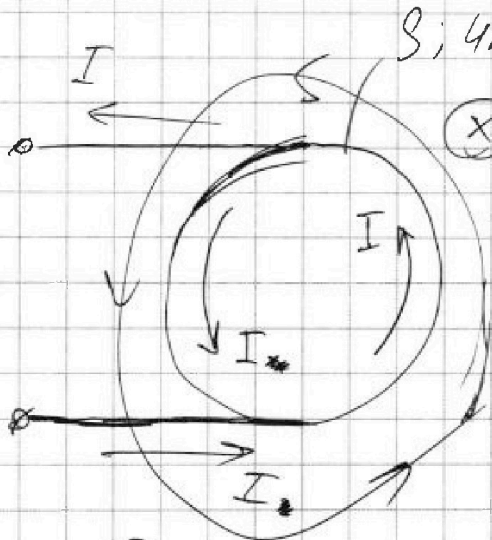
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

1) Изобразим правую катушку, вид сверху:



$S; 4n; 16L$

$$\otimes B = B(t) \uparrow (\alpha > 0)$$

- вихревое ЭП.

обход проти  $B$   
по часовой стрелке.

$$\mathcal{E}_{\text{ср.права}}(t) = \mathcal{U}_L = L_2 \frac{dI_2}{dt};$$

$$\mathcal{P}_{\text{ср.права}}(t) = B(t) \cdot S n_2 \cos 180^\circ = -BS \cdot 4n;$$

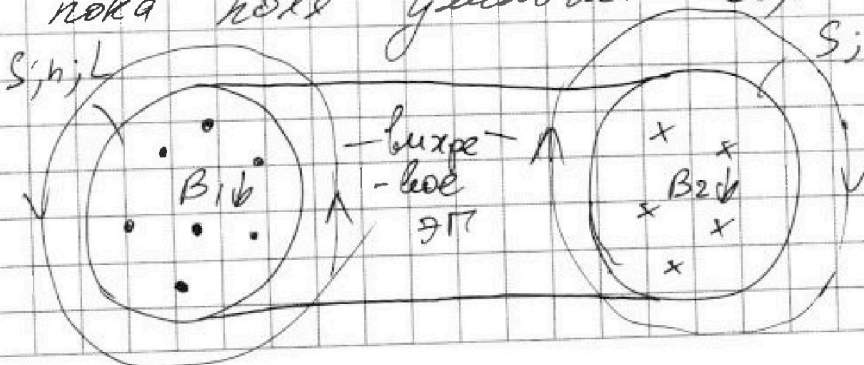
$$\mathcal{E}_{\text{ср.права}}(t) = -\mathcal{P}_{\text{ср.права}}(t) = -(-BS \cdot 4n)' =$$

$$= S \cdot 4n B' = 4Snd;$$

$$L_2 I_2' = 4Snd \Rightarrow I_2'(0) = \frac{4Snd}{16L} = \frac{Snd}{4L}$$

2) Вид сверху (произв. момент времени,

пока поле уменьшается):



$S; 4n; 16L$

обход справа

обход слева





1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

• Для второй катушки:

Чистовик;  
задача 4

$$\mathcal{E}_{2\varphi} = -\dot{\Phi}_{2\varphi};$$

$$\Phi_{2\varphi} = B_2 \cdot S \cdot 4n \cdot \cos 0^\circ = B_2 \cdot S \cdot 4n;$$

$$\mathcal{E}_{2\varphi} = -\dot{(B_2 S \cdot 4n)} = -S \cdot 4n \cdot B_2';$$

$$B_2' = -\frac{dB_2}{dt}, \text{ т.к. } B_2 \downarrow \Rightarrow \mathcal{E}_{2\varphi} = 4Sn \frac{dB_2}{dt}$$

• Для левой катушки:

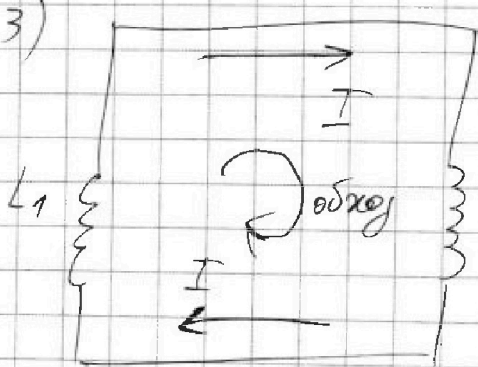
$$\mathcal{E}_{1\varphi} = -\dot{\Phi}_{1\varphi};$$

$$\Phi_{1\varphi} = B_1 \cdot S \cdot n \cdot \cos 0^\circ = B_1 \cdot S \cdot n;$$

$$\dot{\Phi}_{1\varphi} = \dot{(B_1 S n)} = S n \frac{dB_1}{dt};$$

$$\mathcal{E}_{1\varphi} = S n \frac{dB_1}{dt} \Rightarrow \mathcal{E}_{i1\varphi} = -S n \frac{dB_1}{dt}$$

3)



Рассмотрим цепь в

произв. момент времени:

$L_2$  предположим напр. тока;

$$\mathcal{E}_{i1\varphi} + \mathcal{E}_{i2\varphi} = \mathcal{U}_{L2} + \mathcal{U}_{L1};$$

$$-S n \frac{dB_1}{dt} + 4S n \frac{dB_2}{dt} = L_2 \frac{dI}{dt} + L_1 \frac{dI}{dt};$$

$$-S n dB_1 + 4S n dB_2 = L \frac{dI}{dt};$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Процуммируем полученное соотношение за время уменьшения полей:

$$-S_n \int_{B_0}^{B_0/3} dB_1 + 4S_n \int_{3B_0}^{9B_0/4} dB_2 = 17L \int_0^I dI$$

$$-S_n \left( \frac{B_0}{3} - B_0 \right) + 4S_n \left( \frac{9B_0}{4} - 3B_0 \right) = 17LI$$

$$\frac{2B_0 S_n}{3} + (-3B_0 S_n) = 17LI \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = -\frac{7B_0 S_n}{51L}, \text{ значит, в этот}$$

момент времени ток будет направлен

противоложно направлению на рисунке.

$$\boxed{I = \frac{7B_0 S_n}{51L}}$$

Ответ: 1)  $I'(0) = \frac{Snd}{4L}$

2)  $I = \frac{7}{51} \frac{B_0 S_n}{L}$







1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

• Площадь ~~к~~ круга на зеркале, создаваемого лучами, прошедшими через линзу:

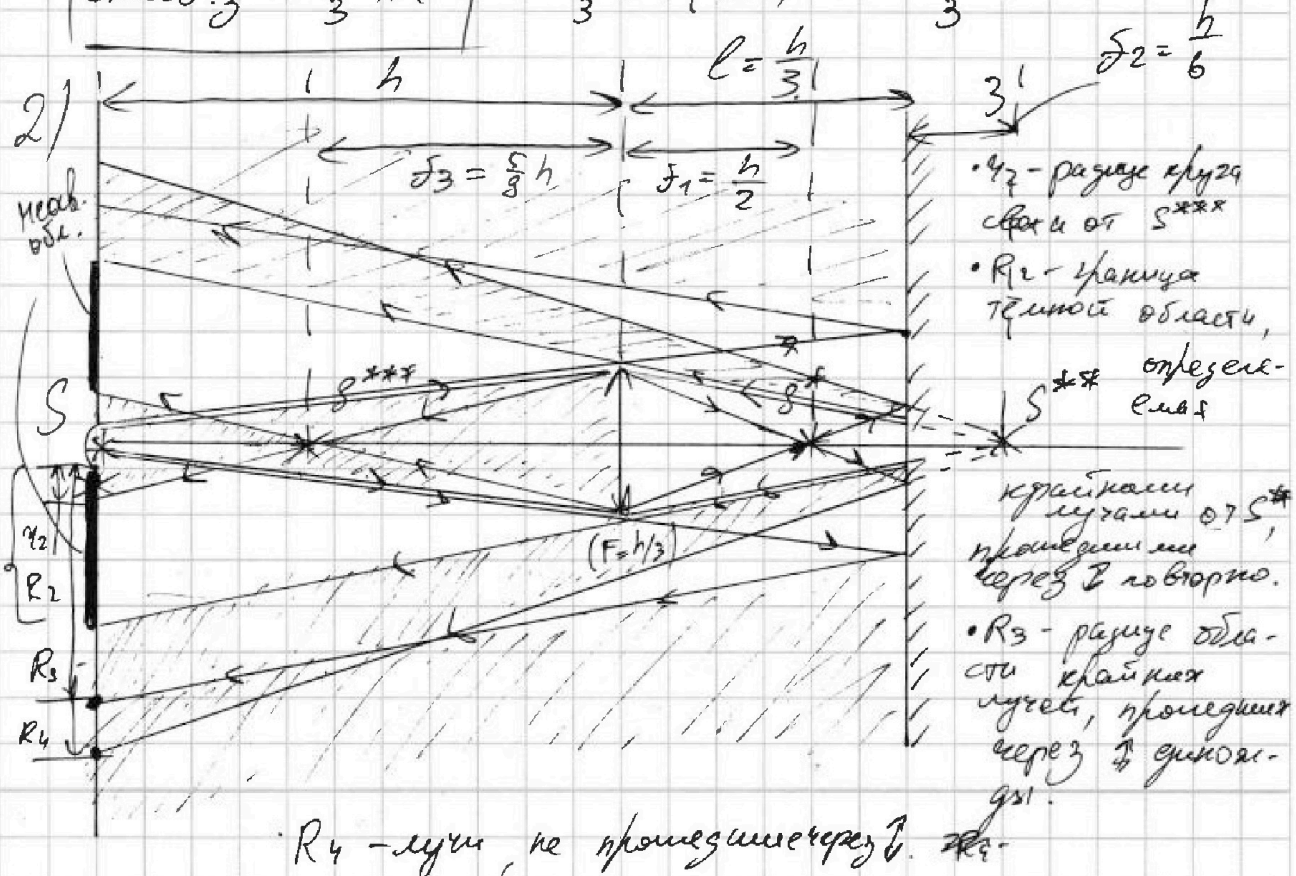
$$S_1 = \pi r_1^2 = \pi \left(\frac{1}{3}r\right)^2 = \frac{1}{9}\pi r^2$$

• Площадь границы тепловой области, определенной лучами, прошедшими вблизи линзы:

$$S_2 = \pi R_1^2 = \pi \left(\frac{5}{3}r\right)^2 = \frac{25}{9}\pi r^2$$

• Площадь осв. части зеркала ( $S_{\text{осв.з}} = S_2 - S_1 = \frac{25}{9}\pi r^2 - \frac{1}{9}\pi r^2 = \frac{8}{3}\pi r^2$ );

$$S_{\text{осв.з}} = \frac{8}{3}\pi r^2 = \frac{8}{3}\pi \cdot (5\text{см})^2 = \frac{200}{3}\pi \text{ см}^2$$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

от  $R_2$  до  $R_4$ . Дуги, не прошедшие через точку, создают светлую область, так как с  $R_3$ . Сравним  $R_3$  и  $R_4$ , чтобы определить, есть ли темная область между ними.

• Из подобия  $\Delta$ :  $\frac{R_4}{r_1} = \frac{f_2 + l + h}{f_2}$  ;  
 $\frac{R_4}{1/3 r} = \frac{h/6 + h/3 + h}{h/6} = 9$ ;  $\Rightarrow R_4 = 3r$

• Из подобия  $\Delta$ :  $R_3 = 2R_1 = \frac{10}{3} r$

(на рисунке не указано темная область между  $R_4$  и  $R_3$ )  $R_3 > R_4$ , значит, между ними нет темной области.

•  $S_2 = \pi r_2^2 = \pi \left(\frac{4}{5} r\right)^2 = \frac{16}{25} \pi r^2$

•  $S_2 = \pi R_2^2 = \pi \left(\frac{9}{7} r\right)^2 = \frac{81}{49} \pi r^2$

•  $S_3 = \pi R_3^2 = \pi \left(\frac{10}{3} r\right)^2 = \frac{100}{9} \pi r^2$

•  $S_4 = \pi R_4^2 = \pi (3r)^2 = 9\pi r^2$

•  $S_{\text{нов. а. 1}} = S_2 - S_2 = \left(\frac{81}{49} - \frac{16}{25}\right) \pi r^2 = \frac{1511}{1225} \pi r^2$

- нов. часть стены между  $r_2$  и  $R_2$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

• ~~Изображение~~ П.  $S^*$  - действительный для  $Z$ ,  
и  $S^{**}$  П.  $S^*$  в зеркале - мнимое, према  
в натур. величину.  $f_2 = l - f_1 = \frac{2}{3}h - \frac{1}{2}h = \frac{1}{6}h$ .

- расстояние от  $S^{**}$  до зеркала.

•  $S^{**}$  - действительный П. для линзы.

$d_3 = l + f_2 = \frac{1}{3}h + \frac{1}{6}h = \frac{1}{2}h$  - расстояние  
от  $S^{**}$  до л.  $d_3 > F = \frac{h}{3} \Rightarrow$  П.  $S^{***}$

П.  $S^{**}$  в линзе - действительное:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_3} + \frac{1}{f_3} \Rightarrow f_3 = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = \frac{\frac{1}{2}h \cdot \frac{1}{3}h}{\frac{1}{2}h - \frac{1}{3}h} = h;$$

- расстояние от  $S^{***}$  до линзы.

• Из подобия  $\Delta$ :  $\frac{u_2}{u} = \frac{h - f_3}{f_3} = \frac{h - \frac{5}{3}h}{\frac{5}{6}h} = \frac{4}{5}$

$$u_2 = \frac{4}{5}u$$

• Из подобия  $\Delta$ :  $\frac{R_2}{r} = \frac{l + f_2 + h}{l + f_2} = \frac{\frac{h}{3} + \frac{h}{6} + h}{\frac{h}{6} + h} = \frac{9}{6} \cdot \frac{6}{7} = \frac{9}{7}; \Rightarrow R_2 = \frac{9}{7}r$

• лучи, проходящие через  
линию узлов создают светлую область





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\bullet S_{\text{кросв. 2 ст}} = S_3 - S_4 = \frac{100}{9} \pi r^2 - \frac{81}{9} \pi r^2 = \frac{19}{9} \pi r^2.$$

$$\bullet S_{\text{кросв. ст}} = S_{\text{кросв. ст 1}} + S_{\text{кросв. ст 2}} = \frac{36874}{11025} \pi r^2 + \frac{19}{9} \pi r^2.$$

$$\bullet \pi r^2 = \frac{36874}{11025} \pi r^2 + \frac{19}{9} \pi r^2$$

Ответ: 1)  $S_{\text{кросв. 2}} = \frac{200}{3} \pi r^2$

2)  $S_{\text{кросв. ст}} = \frac{36874}{11025} \pi r^2 + \frac{19}{9} \pi r^2.$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

