

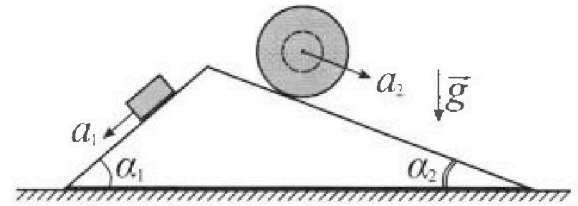
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-04



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

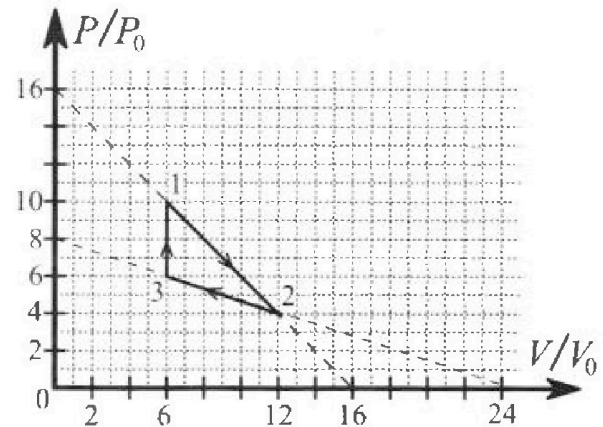
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/17$ и скатывается без проскальзывания полый шар массой $9m/4$ с ускорением $a_2 = 8g/27$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 8/17$, $\cos \alpha_2 = 15/17$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

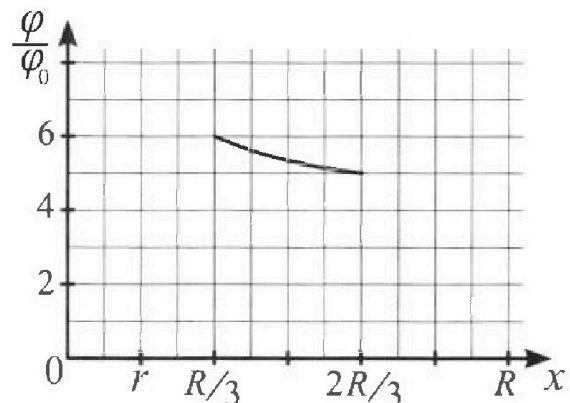
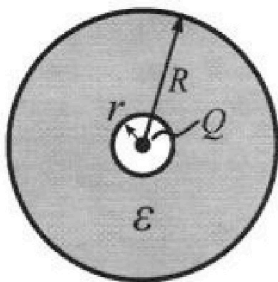


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 11R/12$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



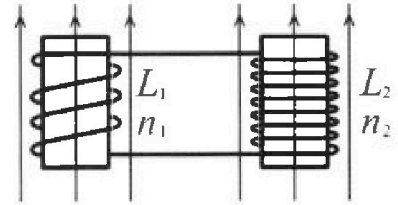
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024



Вариант 11-04

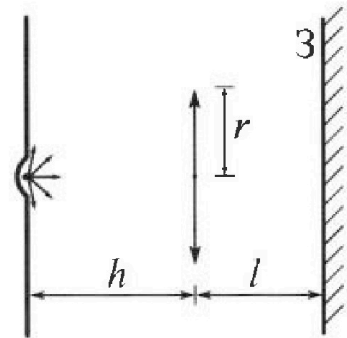
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 9L/4$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 3n/2$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $3B_0/4$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $4B_0$ до $8B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 2h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 4$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = h/2$ расположено параллельно стене плоское зеркало З. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

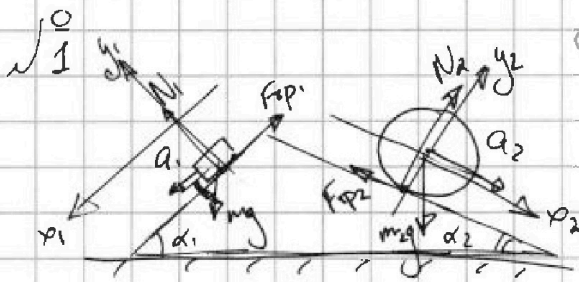
Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a_1 = \frac{5}{17}g \quad a_2 = \frac{8}{27}g \quad \sin \alpha_1 = \frac{3}{5} \quad \sin \alpha_2 = \frac{8}{17}$$

① Клин остается в покое \Rightarrow

Реакция опоры \neq нулю

\Rightarrow шара равновесия $\Rightarrow F_{сп1} < \mu N$

$F_{сп1}$ - принцип покоя

\rightarrow Рассмотрим 23H для спуска:

$$x: ma_1 = -F_{сп1} + mg \sin \alpha_1$$

$$y: N = mg \cos \alpha_1 = \frac{4}{5}mg$$

$$F_{сп1} = m(g \sin \alpha_1 - a_1)$$

$$F_{сп1} = mg \left(\sin \alpha_1 - \frac{5}{17} \right)$$

$$F_{сп1} = mg \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{17} \right) = mg \frac{51-25}{85} = \frac{26}{85}mg$$

$$F_{сп1} = \frac{26}{85}mg$$

~~Для схода шарика $F_{сп1} = \mu N$~~

\rightarrow Рассмотрим движение шара \Rightarrow

- Он движется без проскальзывания

~~Шарик не проскальзывает~~

- Рассмотрим 23H для ц.м. шара:

- Теперь рассмотрим сам клин, что будет с ним:

$$x: \frac{9}{4}ma_2 = \frac{9}{4}mg \sin \alpha_2 - F_{сп2}$$

$$\Rightarrow F_{сп2} = \frac{9}{4}mg \left(\sin \alpha_2 - \frac{8}{27} \right)$$

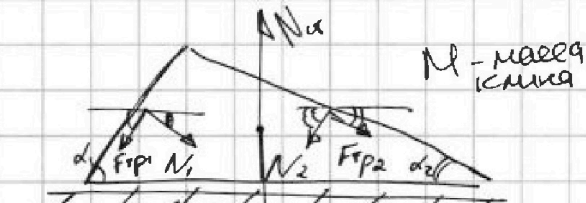
$$F_{сп2} = \frac{9}{4}mg \left(\frac{8}{17} - \frac{8}{27} \right) = \frac{9}{4}mg \frac{27 \cdot 8 - 8 \cdot 17}{17 \cdot 27}$$

$$= \frac{9}{4} \cdot \frac{27 \cdot 8 - 8 \cdot 17}{17 \cdot 27} mg = \frac{8}{317} \cdot \frac{27-17}{317} \cdot \frac{20}{317} mg$$

$$F_{сп2} = \frac{20}{317}mg$$

$$y: N_2 = \frac{9}{4}mg \cos \alpha_2 = \frac{5}{17} \cdot \frac{9}{4}mg$$

Рассмотрим 23H: $x: F_{сп1} + F_{сп1} \cos \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 = N_1 \sin \alpha_1 + F_{сп2} \cos \alpha_2$



x - Докажем, что $F_{сп1}$ направлено влево.

Рассмотрим 23H: $x: F_{сп1} + F_{сп1} \cos \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 = N_1 \sin \alpha_1 + F_{сп2} \cos \alpha_2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение задачи (1):

$$\begin{array}{r} 9 \\ 17 \\ \hline 17 \\ \hline 289 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ -12 \\ \hline 5 \\ +34 \\ \hline 39 \end{array}$$

$$F_{\text{пр.ср}} = N_1 \sin \alpha_1 + F_{\text{пр}2} \cos \alpha_2 - F_{\text{пр}1} \cos \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2$$

$$F_{\text{пр.ср}} = mg \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 + \frac{20}{51} mg \cos \alpha_2 - \frac{26}{85} mg \cos \alpha_1 - \frac{9}{4} mg \cos \alpha_2 \sin \alpha_2$$

$$F_{\text{пр.ср}} = mg \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} + \frac{20}{51} mg \cdot \frac{15}{17} - \frac{26}{85} mg \cdot \frac{4}{5} - \frac{9}{4} mg \cdot \frac{15}{17} \cdot \frac{8}{17}$$

$$F_{\text{пр.ср}} = mg \left(\frac{12}{25} + \frac{20 \cdot 15}{17 \cdot 17} - \frac{26 \cdot 4}{85 \cdot 5} - \frac{9 \cdot 15 \cdot 8}{4 \cdot 17 \cdot 17} \right) = mg \left(\frac{12}{25} + \frac{20 \cdot 15 - 9 \cdot 15 \cdot 2}{17^2} - \frac{26 \cdot 4}{85 \cdot 5} \right)$$

$$= mg \left(\frac{15(20-18)}{17^2} \right) = \frac{26 \cdot 4}{17 \cdot 25} + \frac{12}{25} = mg \left(\frac{30}{17^2} + \frac{-104 + 17 \cdot 12}{25 \cdot 17} \right) = mg \left(\frac{30}{17^2} + \frac{104}{25 \cdot 17} \right)$$

$$= mg \frac{30 + 4 \cdot 17}{17^2} = mg \frac{98}{17^2} = mg \frac{98}{289}$$

Ответ: ~~$\frac{98}{289} mg$~~ ~~$\frac{26}{85} mg$~~ ~~$\frac{20}{51} mg$~~ ~~$\frac{6}{17} mg$~~

Ответ: 1) $F_{\text{пр}1} = \frac{26}{85} mg$
2) $F_{\text{пр}2} = \frac{20}{51} mg$
3) $F_{\text{пр.ср}} = \frac{6}{17} mg$

$$F_{\text{пр.ср}} = \frac{4}{5} mg \cdot \frac{3}{5} + \frac{20}{51} mg \cdot \frac{15}{17} - \frac{26}{85} mg \cdot \frac{4}{5} - \frac{9 \cdot 9}{17 \cdot 4} mg \cdot \frac{8}{17}$$

$$F_{\text{пр.ср}} = mg \left(\frac{12}{25} + \frac{20 \cdot 15}{17^2 \cdot 3} - \frac{26 \cdot 4}{85 \cdot 5} - \frac{15 \cdot 9 \cdot 2}{17^2} \right) = mg \left(\frac{12 \cdot 17 - 26 \cdot 4}{25 \cdot 17} + \frac{20 \cdot 15 - 30 \cdot 9}{17^2 \cdot 3} \right)$$

$$F_{\text{пр.ср}} = mg \left(\frac{4(51-26)}{25 \cdot 17} + \frac{3 \cdot 5(20-27)}{17^2 \cdot 3} \right) = mg \left(\frac{4}{17} + -\frac{34 \cdot 5}{17^2} \right) =$$

$$= \frac{mg}{17} (17 \cdot 4 - 218) = mg \left(\frac{4}{17} - \frac{10}{17} \right) = \frac{6}{17} mg$$

- Меньше получилось, т.к. мы не угадали с направлением:

$$\Rightarrow F_{\text{пр.ср}} = \frac{6}{17} mg$$

$\overrightarrow{F_{\text{пр.ср}}}$

Ответ: 1) $F_{\text{пр}1} = \frac{26}{85} mg$

2) $F_{\text{пр}2} = \frac{20}{51} mg$

3) $F_{\text{пр}3} = \frac{6}{17} mg$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$

1) Рассмотрим процесс 1-2:

Зависимость линейная.

Расширим первое начало термодинамики для данного процесса:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$$

$$Q_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$$

→ Рассмотрим линейную зависимость $p(V)$ на 1-2:

$$1: 10 p_0, 6 V_0$$

$$2: 4 p_0, 12 V_0$$

Линейную зависимость выведем из формулы

$y = kx + b$, в нашем случае

$$p = kV + b$$

• Найдем ΔU_{12} :

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} (48 p_0 V_0 - 60 p_0 V_0)$$

$$\begin{cases} 48 p_0 V_0 = \nu R T_2 \\ 60 p_0 V_0 = \nu R T_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10 p_0 = k \cdot 6 V_0 + b \\ 4 p_0 = k \cdot 12 V_0 + b \end{cases} \Rightarrow 6 p_0 = -6 k V_0$$

$$\Rightarrow \Delta U_{12} = -18 p_0 V_0$$

$$\Rightarrow 10 p_0 = -\frac{p_0}{V_0} V_0 + b \Rightarrow b = 10 p_0 + p_0 = 11 p_0$$

• Найдем A_{12} : (Как площадь под графиком) $\Rightarrow b = 10 p_0 + p_0 = 11 p_0$

$$A_{12} = \frac{1}{2} (4 p_0 + 10 p_0) 6 V_0 = 42 p_0 V_0 \Rightarrow p(V) = -\frac{p_0}{V_0} V + 11 p_0$$

• Найдем A_{23} (Аналогично)

Из $pV = \nu RT$ (Менделеев-Клапейрон)

найдем $T(V) \Rightarrow$

$$A_{23} = -\frac{1}{2} (4 p_0 + 6 p_0) \cdot 6 V_0 = 30 p_0 V_0$$

$$T(V) \Rightarrow \frac{\nu R T}{V} = -\frac{p_0}{V_0} V + 11 p_0$$

$$T(V) = -\frac{p_0}{V_0} \cdot \frac{V^2}{2R} + 11 p_0 \frac{V}{R}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение задачи 2:

$$A_{\text{цикл}} = A_{12} + A_{23} = 42p_0V_0 - 30p_0V_0 =$$

$$= 12p_0V_0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{|dU|}{A_{\text{цикл}}} = \frac{18p_0V_0}{12p_0V_0} = \frac{3}{2} \right) \textcircled{1}$$

$\Rightarrow T(V)$ -квадратичная ф-та

с вершиной, направленными

вниз \Rightarrow Максимум в вершине.

$$V_{\text{max}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{\frac{18}{R}p_0}{2 \cdot \frac{p_0}{V_0 R}} =$$

$$= \frac{16p_0}{2p_0/V_0} = 8V_0$$

Найдем T_3 :

$$36p_0V_0 = \nu R T_3 \Rightarrow T_3 = \frac{36p_0V_0}{\nu R}$$

$$\Rightarrow \frac{64}{36} = \left(\frac{T_{\text{max}}}{T_3} = \frac{26}{9} \right)$$

$$\frac{T_{\text{max}}}{T_3} = \frac{16}{9}$$

При $V=V_0 - T_{\text{max}} \Rightarrow$ Найдем:

$$T_{\text{max}} = -\frac{p_0 \cdot 64V_0^2}{V_0 \nu R} + 16 \frac{p_0 \cdot 8V_0}{\nu R} = \frac{128 - 64}{\nu R} p_0V_0 =$$

$$= \frac{64}{\nu R} p_0V_0$$

Для нахождения КПД цикла найдем, где отводится и подводится тепло:

$\rightarrow 3-1 \rightarrow$ очевидно, что подводится, т.к. $A > 0, dU > 0$

$\rightarrow 1-2: Q_{12} = A_{12} = 2p_0V_0 - 18p_0V_0 = -16p_0V_0 < 0 \rightarrow$ отводится

На этом графике тепло отводится и отводится, найдем dQ :

$$dQ = dU + dA = \frac{3}{2} \nu R dT + p dV = \nu R dT \Rightarrow C = \frac{3}{2} R + \frac{p dV}{dT}$$

$$\frac{dT}{dV} - \text{найдем как } T(V) \Rightarrow T(V) = \frac{16}{\nu R} p_0 - \frac{2p_0V_0}{\nu R V_0} = \frac{16p_0V_0 - 2p_0V}{\nu R V_0}$$

$$\Rightarrow C = \frac{3}{2} R + \frac{p_0 \nu R V_0}{16p_0V_0 - 2p_0V} = \frac{3}{2} R + \dots \rightarrow \text{Также найдем } p:$$



1 2 3 4 5 6 7

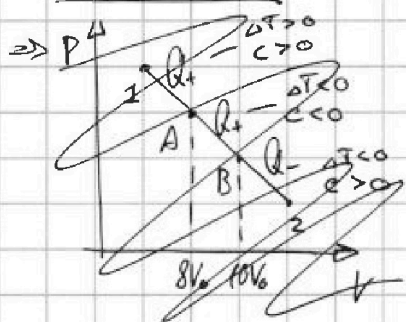
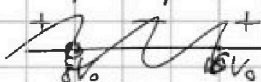
СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение задачи 3:

$$c(V) = \frac{3}{2}R + \frac{p_0 V + 16p_0}{V} \cdot \frac{\partial R V_0}{16p_0 V_0 - 2p_0 V} = \frac{3}{2}R + \frac{-p_0 V + 16p_0 V_0}{16p_0 V_0 - 2p_0 V} R =$$

$$= \frac{3}{2}R + \frac{16V_0 - V}{16V_0 - 2V} R$$



б $V = 8V_0$ с ~~напряжением~~ бесконечности

$$Q = c(T) \Delta T$$

Трапеция по δV , но не на газе

$c > 0$ на $(-\infty; 8V_0) \cup (16V_0; +\infty)$

$c < 0$ на $(8V_0; 16V_0)$

$$\Rightarrow Q_+ = \frac{3}{2} R (T(10V_0) - T(8V_0)) + A_{AB}$$

$$\frac{4}{3} R = \frac{3}{2} R \left(\frac{16p_0 V_0}{V_0 R} + \frac{16p_0 \cdot 10V_0}{R} - \frac{3}{2} \frac{6p_0 V_0}{R} - \frac{6p_0 V_0}{R} \right) = \frac{3}{2} R \cdot 0$$

$$A_{AB} = \frac{1}{2} (6p_0 + 10p_0) \cdot 4V_0 = 2 \cdot 16p_0 V_0 = 32p_0 V_0$$

$$\Rightarrow Q_{12} = 32p_0 V_0 \quad \text{в}$$

• Условием пружины 2-3. (Аналогично 1-2)

$$p(V) = k_2 V + b$$

$$6p_0 = k_2 \cdot 6V_0 + b$$

$$4p_0 = k_2 \cdot 12V_0 + b \Rightarrow 6k_2 V_0 = -2p_0 \Rightarrow 6p_0 = -2k_2 V_0 + b \Rightarrow b = 8p_0$$

$$\Rightarrow k_2 = -\frac{1}{3} \frac{p_0}{V_0} \quad \text{в.}$$

$$p(V) = -\frac{1}{3} \frac{p_0}{V_0} V + 8p_0$$

$$T(V) = \frac{p(V)V}{R} = -\frac{V}{R} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{p_0}{V_0} V + \frac{8p_0 V}{R}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 5

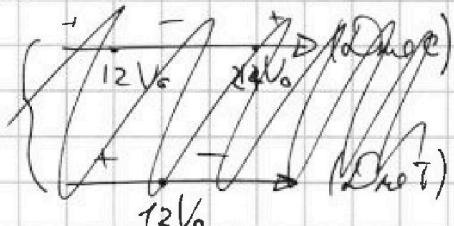
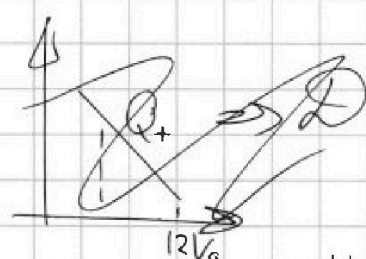
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение задачи 2:

$$dQ = A + dU$$

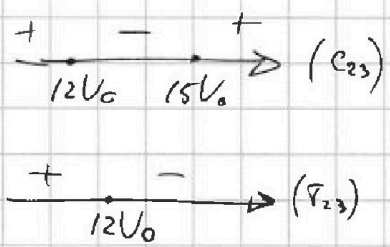
$$C(V) = \frac{3}{2}R + \frac{p dV}{V dP} = \frac{3}{2}R + \frac{-\frac{2}{3} p_0 V_0 + 8 p_0}{\frac{2 p_0 V_0}{3} + 2 p_0} \cdot \frac{3 dV V_0}{2 p_0 V_0 + 2 p_0 V_0} = \frac{-2 p_0 V + 24 p_0 V_0}{3 dV V_0}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}R + \frac{(8V_0 - \frac{1}{3}V) \cdot 3R}{-2V + 24V_0} = \frac{3}{2}R + \frac{24V_0 - V}{2(12V_0 - V)} R$$



$$C_{23} = \frac{36V_0 - 3V + 24V_0 - V}{2(12V_0 - V)} R = \frac{60V_0 - 4V}{2(12V_0 - V)} = \frac{2(15V_0 - V)}{12V_0 - V}$$

Т.к. график процесса в сторону стороны, то $Q = -$ со знаком $-$.



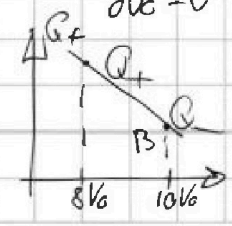
\Rightarrow Как видим 2-3 теплота отводится (график по 12V_0)

$$Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23} = \frac{1}{2}A - 30 p_0 V_0 + \frac{3}{2} dV R \left(\frac{9 p_0 V_0}{dV} - \frac{36 p_0 V_0}{dV} \right) = -42 p_0 V_0$$

\rightarrow Во время нахождения $C(V)$ на 1-2 я ошибаюсь в знаках, но этому здесь не мешает:

$$C_{12}(T) = \frac{3}{2}R + \frac{6V_0 - V}{16V_0 - 2V} R = \frac{3 \cdot 8V_0 - 3V + 6V_0 - V}{2(8V_0 - V)} = \frac{40V_0 - 4V}{2(8V_0 - V)} = \frac{10V_0 - V}{8V_0 - V}$$

$= 2 \frac{10V_0 - V}{8V_0 - V}$ (убавимось, но все разультит ио по вшине)



$\Rightarrow Q_{12}$ - теплота подводится



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение 2 задачи:

$$Q_{1B} = A_{1B} + \Delta U_{1B} = 26 p_0 V_0$$

$$A_{1B} = \frac{r}{2} \cdot 4 V_0 (p_0 + p_0 + 6 p_0 + 10 p_0) = 32 p_0 V_0$$

$$\Delta U_{1B} = \frac{3}{2} \nu R \left(\frac{48 p_0 V_0}{\nu R} - \frac{60 p_0 V_0}{\nu R} \right) = -6 p_0 V_0$$

$$\eta = \frac{A_{\text{цикл}}}{Q_{1B} + Q_{31}} = \frac{12 p_0 V_0}{32 p_0 V_0 + 36 p_0 V_0} = \frac{12}{68} = \frac{3}{17}$$

Ответ: 1) $\frac{\Delta U_{1B}}{A_{\text{цикл}}} = \frac{3}{2}$

2) $\frac{T_{\text{max}}}{T_3} = \frac{16}{9}$

3) $\eta = \frac{3}{17}$



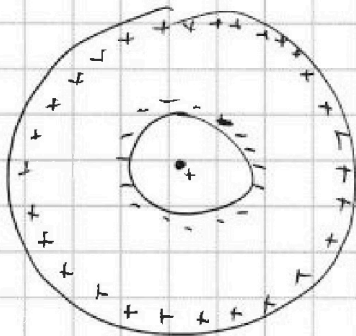
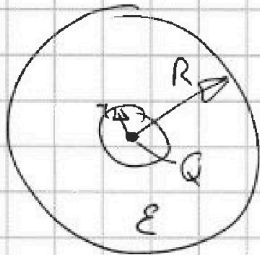
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3



• Заряд внутри шарик внутри сферы имеет заряд $Q \Rightarrow$

Диэлектрик внутри себя перераспределяет заряды так, что по краям будет $-q$ и $+q$.

Заряд создает поле с напряженностью

$E = \frac{kQ}{r^2}$, а сам диэлектрик уменьшает его значение в ϵ раз \Rightarrow

$$E_{\epsilon} = \frac{kQ}{\epsilon r^2}$$

• Разность потенциалов между точками легко посчитать, как $(\varphi_1 - \varphi_2) = E d$, но поле неоднородно, поэтому посчитать так

тогда окажется будет труднее.

$$\frac{\varphi\left(\frac{R}{3}\right)}{\varphi_0} = 6 \Rightarrow \varphi\left(\frac{R}{3}\right) = 6\varphi_0$$

$$\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = 5\varphi_0$$

З.Е.З.

• Распишем $\varphi\left(\frac{11}{12}R\right) = \varphi_0 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_{gr}$

$$\Rightarrow \varphi\left(\frac{11}{12}R\right) = \varphi_0 + \frac{kQ \cdot 12}{11R} + \frac{-kQ \cdot 12}{11R} + \frac{kQ \cdot 12}{11R} =$$

$$\Rightarrow \varphi\left(\frac{11}{12}R\right) =$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

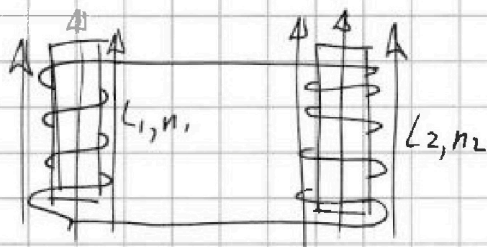


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{\frac{0}{4}}$$



$$L_1 = L \quad L_2 = \frac{9L}{4} \quad \text{I}$$

$$n_1 = n \quad n_2 = \frac{3}{2}n$$

① Внешнее поле (уменьшается) уменьшается, как

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = -\alpha \Rightarrow \Delta B = -\alpha \Delta t \Rightarrow (\text{Просуммируем})$$

→ Разницей напряжений на катушках:

$$B_k - B_0 = -\alpha \Delta t$$

• Но где начала нулю разность потенциалов:

$$\Phi_{\text{внеш}} = BS \cdot n \Rightarrow \text{Если } \epsilon \text{ (V)} \Rightarrow \text{Если } \alpha \Rightarrow \text{Если } \alpha$$

$$\epsilon_{\text{сам}} = (\Phi)' = (\Phi_{\text{внеш}} + \Phi_{\text{внут}})' = L_1 I_0' + n S \cdot \alpha$$

$$\Phi_{\text{внут}} = L_1 I_0 \quad \text{напряжение на } L_1$$

$$\epsilon_{\text{сам}2} = * L_2 I_0' \Rightarrow \text{Тогда по из напряжений следует, что}$$

$$\epsilon_{\text{сам}2} = -\epsilon_{\text{сам}1}$$

$$L_1 I_0' - n S \alpha = -L_2 I_0' \Rightarrow I_0' = \frac{n S \alpha}{L_1 + L_2} = \frac{n S \alpha}{L + \frac{9L}{4}} = \frac{4n S \alpha}{13L}$$

② Во втором случае магнитный поток уменьшается в обеих катушках:

← напр. на L_1 во втором случае

$$\epsilon_{\text{сам}1} = L_1 I_1' + (\Phi_{\text{внеш}1})' \quad \Phi_{\text{внеш}1} = B_1 S n_1$$

$$\epsilon_{\text{сам}2} = L_2 I_2' + (\Phi_{\text{внеш}2})' \quad \Phi_{\text{внеш}2} = B_2 S n_2$$

$$\epsilon_{\text{сам}1} = -\epsilon_{\text{сам}2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вид Прогнозируем $\sqrt{4}$

$$L_1 I' + (\Phi_{внеш.})' = -(L_2 I' + (\Phi_{внеш.})') \cdot dt$$

$$L_1 dI + d\Phi_{внеш.1} = -(L_2 dI + d\Phi_{внеш.2})$$

→ ~~Алгебраическая~~

$$L_1 dI + S n_1 d B_1 = -L_2 dI - S n_2 d B_2 \Rightarrow (L_1 + L_2) dI = -S n_1 d B_1 - S n_2 d B_2$$

→ ~~Алгебраическая~~ от начального момента до конечного:

$$(L_1 + L_2) (I - 0) = -S n_1 \left(\frac{3}{4} B_0 - B_0 \right) - S n_2 \left(\frac{8}{3} B_0 - 4 B_0 \right) \Rightarrow$$

$$(L_1 + L_2) I = S n_1 \cdot \frac{1}{4} B_0 + S n_2 \cdot \frac{4}{3} B_0$$

$$\left(I = \frac{\frac{1}{4} S n_1 B_0 + \frac{4}{3} S n_2 B_0}{L_1 + L_2} = \frac{\frac{1}{4} S n_1 B_0 + \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2} n_2 B_0}{L + \frac{9}{4} L} = \right.$$

$$\left. = \frac{\frac{1}{4} S n_1 B_0 + 2 S n_2 B_0}{\frac{13L}{4}} = \frac{S n_1 B_0 + 8 S n_2 B_0}{13L} = \frac{9}{13} \frac{S n_1 B_0}{L} \right)$$

Ответ: 1) $I' = \frac{4 n S d}{13L}$

2) $I = \frac{9}{13} \cdot \frac{S n_1 B_0}{L}$



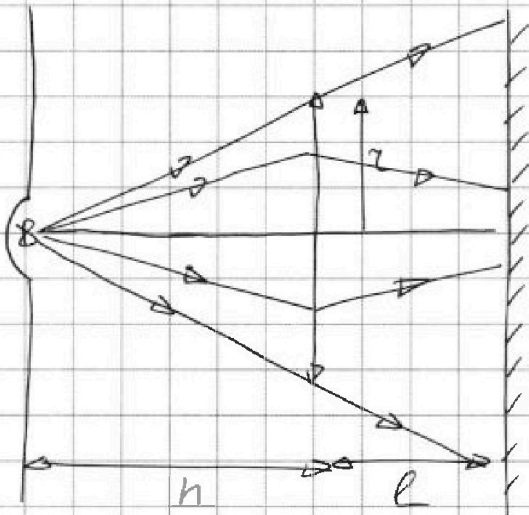
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

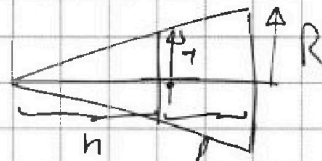
$\sqrt{5}$



$$F = \frac{2}{3}h \quad z = 4\text{ см} \quad R = \frac{h}{2}$$

- Каждым радиусом части зеркала, на котором не будет света + т.е. свет, что попал через линзу.
- ⇒ Сделаем из условия френгольмов

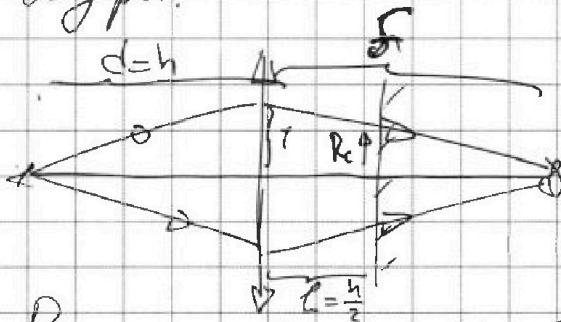
- Тогда площадь круга с R равна $\pi R^2 = \frac{9}{4} \pi z^2$



- Каждым радиусом облученной поверхности:

$$\frac{R}{z} = \frac{h+l}{h} = \frac{3}{2} \Rightarrow R = \frac{3}{2}z$$

$$\Rightarrow R = \frac{3}{2}z$$



- Решим уравнение френгольмовой линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \Rightarrow f = \frac{dF}{d-F} = \frac{\frac{2}{3}h^2}{h - \frac{2}{3}h} = \frac{2h}{\frac{1}{3}} = 2h$$

- Из условия каждым R-радиусом облученного места на зеркале:

$$\frac{1}{R_0} = \frac{f}{f-l} = \frac{2h}{2h - \frac{h}{2}} = \frac{2}{3/2} = \frac{4}{3} \Rightarrow z = R_0 \frac{4}{3} \Rightarrow R_0 = \frac{3}{4}z$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

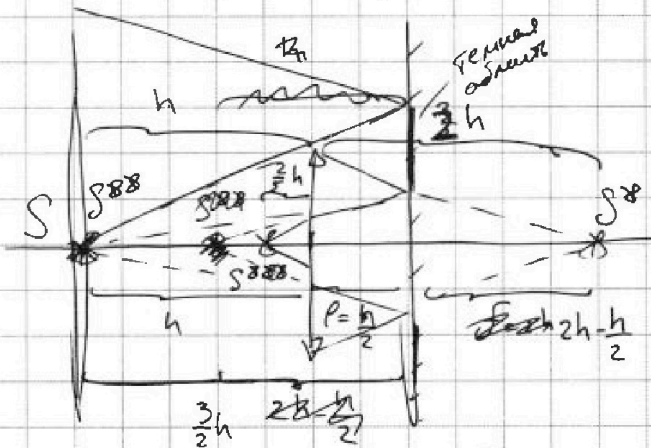
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Предположим $\sqrt{5}$

$$\Rightarrow S_{\text{свет}} = \pi R_c^2 = \frac{9}{16} \pi r^2$$

$$\Rightarrow S_{\text{неосвещ. зеркало}} = \left(\frac{9}{4} - \frac{9}{16} \right) r^2 \pi = \frac{27}{16} \pi r^2 = 27 \pi \text{ см}^2$$

② Рассмотрим сечение на смену:



\Rightarrow Изображение зеркала будет находиться после линзы \Rightarrow он является для нее мнимым, м.о. Расстояние от линзы до точки мнимого изображения d_1 .

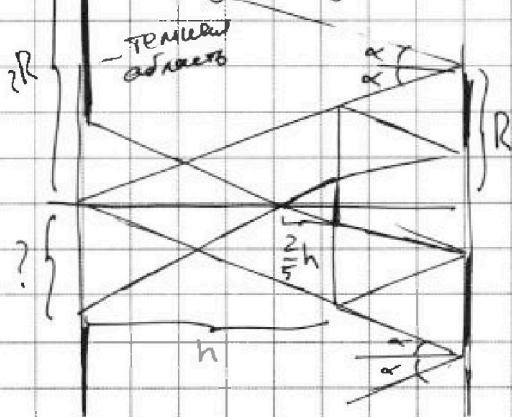
$$2h - \frac{h}{2} = \frac{3}{2}h \Rightarrow \text{изображение} \quad \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F} \Rightarrow$$

$$d_1 = 2h - \frac{h}{2} - \frac{h}{2} = h$$

Изображение действ. \Rightarrow свет попадет на экран.

$$f_1 = \frac{dF}{d_1 + F} = \frac{h \cdot \frac{3}{2}h}{h + \frac{3}{2}h} = \frac{3h^2}{5h} = \frac{3}{5}h$$

Перерисуем уже только с нашим изображением $S_{\text{об.}}$:



Свет на экране закончится на $2R$ из симметрии (угол α равен α) \Rightarrow Найдем радиус освещенной области на экране из подобия:

См. на след. стр. \rightarrow

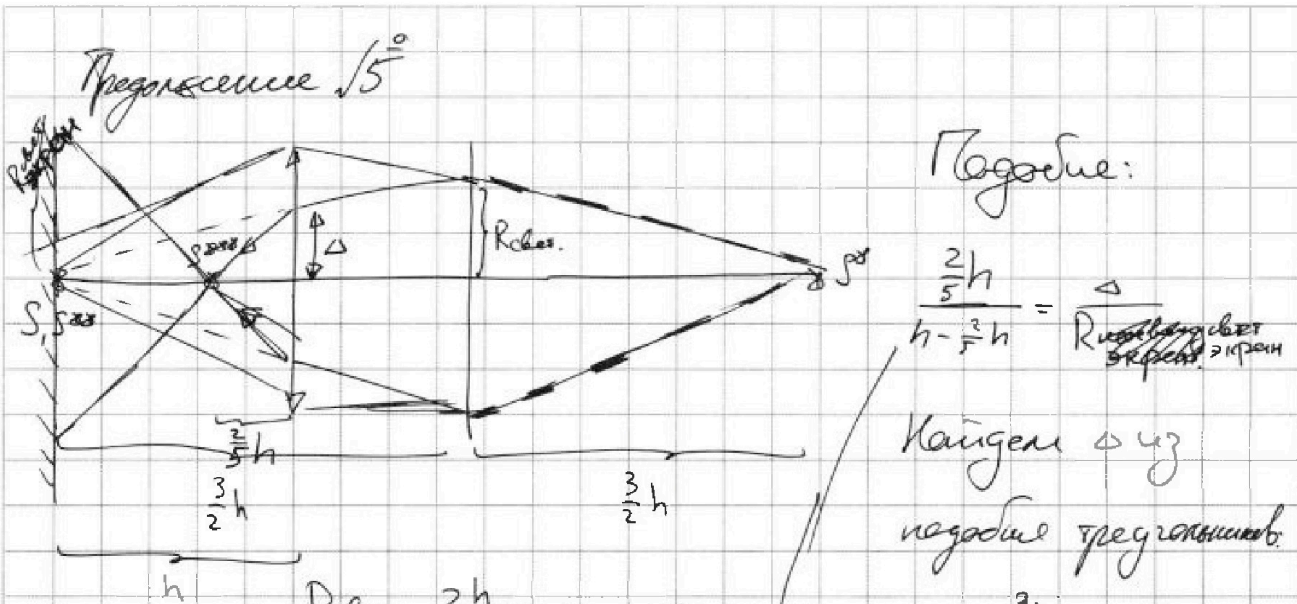


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Подобие:

$$\frac{\frac{2}{5}h}{h - \frac{2}{5}h} = \frac{\Delta}{R_{\text{экв}}}$$

Р_{экв} = радиус осязаемой сферы

Найдём Δ из подобия треугольников.

$$\frac{\Delta}{R_{\text{экв}}} = \frac{\frac{2}{5}h}{\frac{3}{2}h} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \Delta = \frac{2}{3} R_{\text{экв}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} R = \frac{1}{2} R = \Delta$$

$$= \left(\frac{1}{2} R = \Delta \right)$$

$$R_{\text{экв}} \cdot \frac{2h}{3h} = \Delta \quad \leftarrow$$

$$\Rightarrow R_{\text{экв}} = \frac{3}{2} \Delta = \frac{3}{4} R$$

\Rightarrow Найдём Площадь круга $2R$:

$$S_{\text{шарика}} = \pi \cdot (2R)^2 = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{9}{4} r^2 = 9\pi r^2$$

\Rightarrow Найдём Площадь круга $R_{\text{экв}}$ - радиус осязаемой сферы.

$$S_{\text{шарика}} = \pi \cdot R_{\text{экв}}^2 = \frac{9\pi r^2}{16} = \frac{9}{16} \pi r^2$$

$$S_{\text{стены}} = 9\pi r^2 - \frac{9}{16} \pi r^2 = 9\pi r^2 \left(1 - \frac{1}{16}\right) = \frac{15 \cdot 9}{16} \pi r^2 = \frac{135}{16} \pi r^2 = 135 \pi \text{ см}^2$$

Ответ: 1) $27\pi \text{ см}^2$

2) $135\pi \text{ см}^2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

