



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$, двенадцатый член равен $2 - x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

11. Пусть b_n , геометрическая прогрессия,
10-й член которой $b_{10} = \sqrt{(25x+39)(3x+2)}$, 12-й $b_{12} = 2-x$,
а 18-й $b_{18} = \sqrt{\frac{(25x+39)}{(3x+2)^3}}$. Тогда по опр. геом. прогрессии:

$$\begin{cases} b_{10} \cdot q^2 = b_{12} \\ b_{10} \cdot q^8 = b_{18} \end{cases}; \text{ где } q - \text{знаменатель } b_n. \text{ Тогда:}$$

$$\begin{cases} \sqrt{(25x+39)(3x+2)} \cdot q^2 = 2-x & (1) \\ \sqrt{(25x+39)(3x+2)} \cdot q^8 = \sqrt{\frac{(25x+39)}{(3x+2)^3}} & (2) \end{cases}$$

Если один из членов $b_n = 0$, то все остальные равны

0, тогда:

$$\begin{cases} b_{12} = 0 \\ b_{18} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x=0 \\ 25x+39=0 \\ x \neq -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-\frac{39}{25} \\ x \neq -\frac{2}{3} \end{cases}, \text{ т.е. } b_{12}=0 \text{ и } b_{18}=0 \text{ совме-}$$

щается при разных x . Значит, b_n из какой-то из членов прогрессии не равен 0, т.е. $x \notin \{2; -\frac{39}{25}\}$
 $x \notin \{-\frac{31}{25}; -\frac{2}{3}; 2\}$.

Рассм. ур-е (2); ~~или~~ по вышесказанному:

$$\sqrt{(25x+39)(3x+2)} \cdot q^8 = \sqrt{\frac{(25x+39)}{(3x+2)^3}} \Leftrightarrow q^8 = \sqrt{\frac{1}{(3x+2)^4}} \Leftrightarrow$$

$$q^2 = \sqrt{\frac{1}{|3x+2|}}$$

Подставим значение q^2 в (1), получим:



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+2}} = 2-x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{25x+34} = 2-x \\ 3x+2 > 0 \\ \sqrt{-25x-34} = 2-x \\ 3x+2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25x+34 = (2-x)^2 \\ x > -\frac{2}{3} \\ 2-x > 0 \\ 25x+34 > 0 \\ -25x-34 = (2-x)^2 \\ x < -\frac{2}{3} \\ 2-x > 0 \\ 25x+34 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 25x + 4 + 34 = 0 \\ x > -\frac{2}{3} \\ x < 2 \\ x > -\frac{34}{25} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 29x - 30 = 0 \\ -\frac{2}{3} < x < 2 \\ x^2 + 21x + 38 = 0 \\ x < -\frac{34}{25} \end{cases} \Leftrightarrow$$

(по 4, обр.)
(V. Булга)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ x = -1 \\ -\frac{2}{3} < x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -19 \\ x = -2 \\ x < -\frac{34}{25} \end{cases}$$

Ответ: $x = -19$ или $x = -2$.



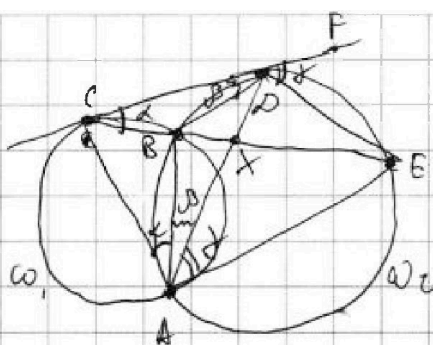
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

29.



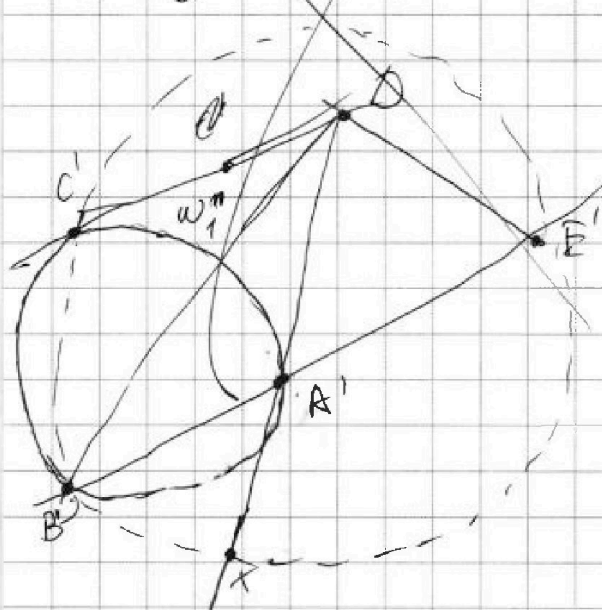
1) Пусть $AD \cap CE = X$, тогда

$$\frac{CX}{XE} = \frac{4}{20}$$

2) $CB \cdot CE = CD^2$, т.к. это - следствие C отн. ω_2

$$BX \cdot XE = AX \cdot XA \text{ - следствие } X \text{ отн. } \omega_2$$

3) ~~Сделаем~~ сделаем инверсию с центром в A и произв. рад. R :



$$\angle A' + \angle C'D$$

$$\angle C'DB' = \angle CB'E'$$

$$3) \angle ABE = \frac{\angle BE}{2} = \angle DCB = \alpha$$

$$\angle BAD = \angle CBD = \beta$$

$$\angle DAE = \angle FDE = \gamma$$

$$\angle DBE = \angle CBE = \alpha + \beta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \gamma = \alpha + \beta$$

$$\angle CEB = \beta$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

15. Пусть A - множество ~~всех~~ раскрасок в точки, ~~даны~~ симметричных отн. "горизонтальной" "ср. линии" прямоуго. ("ср. линия", параллельная большей стороне прямоуго.), B - отн. "вертикальной" "ср. линии" (паралл. меньшей ст. прямоуго.), C - отн. центра прямоуго. Тогда искомого числа по формуле включения-исключения будет равно:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

Т.к. длинная сторона прямоуго. выделено ^{одн} четырьмя числами клеток, то, центр лежит на пересечении линий сетки, а "ср. линии" - совпадают с одной из ^{линий} линий сетки.

Тогда $|B| = C_{500-60}^4$ - кол-во раскрасок, симметричных отн. вертикальной ср. линии, т.к. любая раскраска 4-х клеток в левой половине прямоуго. (прямоуго. разбивается на 2 части



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

«вертикальной средней линией») однозначно задаёт раскраску в клеток, симм-ю от «верт. ср. линии», и наоборот.

Аналогично $|A| = C_{250 \cdot 120}^4$, $|C| = C_{250 \cdot 120}^4$, только рассуждения проводим, рассм. верхнюю и нижнюю половинки прямоугол. (образованные горизонтальной ср. линией)

$|A \cap B \cap C|$

Докажем, что $|A \cap B| = |B \cap C| = |A \cap C| = C_{250 \cdot 60}^2$

Рассм. произв. ~~клетки~~ в верхней левой четверти прямоугол. (части прямоугол. образуются 2-мя «ср. линиями» прямоугол.):



Эта раскраска симмет-рна отн. 2х «ср. линий»

~~то она симм-а и отн. центра, ведь пересека-ние центров~~ Введём ^{се} систему координат

Введём систему координат S_K , ч. левый ниж. угол прямоугол. находится в начале коорд., ~~и~~ ~~все~~ ~~ср.~~ ~~левая~~ ~~ст.~~ ~~прямоуг.~~ ~~лежит~~ ~~на~~ O_{S_K}



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

а) Больше - на от. Для этого можно использовать
 бланк Пусть раскрасим ^{клетки} ~~клетки~~ A в левой
 нижней четверти прямоуг. коорд. их центров (x_a, y_a)

Если раскраска шимм-на отк. 2-х
 и (x_b, y_b) соотв.:

Если раскраска шимм-на отк. 2-х, ср.
 линии, то в раскраске присутствуют ~~клетки~~

A_1 (~~500- x_a~~), клетки A_1 и B_1 , с коорд. центров
 $(500 - x_a, y_a)$, $(500 - x_b, y_b)$ - шимм-е A и B отк.

"вертик. ср. лин.": A_2 и B_2 с коорд. центров

$(x_a, 120 - y_a)$, $(x_b, 120 - y_b)$ - шимм-е A и B отк.

"гориз. ср. лин.": A_3 и B_3 с коорд. центров

$(500 - x_a, 120 - y_a)$, $(500 - x_b, 120 - y_b)$ - шимм-е

A_1 и B_1 отк. ^(A_2 и B_2 отк. "верт.-ср. лин.") "гориз. ср. лин." Если бы мы, что

A_3 и B_3 шимм-е A и B соотв. отк. центра
 прямоуг. ведь суммы их соотв. координат

500. (A_2, B_2 шимм-е A_1 и B_1 так же)

Положим образом докажем, что если раскраска



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Симметрия относительно одной из 2-х "средних" линий и центра призмы, то она симметрична и отн. второй "ср. линии" (A_3 и A_1 - соотв. симм-ы A отн. центра и одной из ср. линий, A_2 - симм-я A_1 отн. "ср. лин." и A_3 - отн. центра \Rightarrow A_2 симм-я A отн. другой ср. линии, где B то же самое)

~~Т.о.~~ Т.о. $A \cap B = A \cap C = B \cap C = A \cap B \cap C, \Rightarrow$

Симметрия отн. 2 ср. линий задаётся 2-мя клетками в левой ячейке. наоборот, значит

$$\Rightarrow |A \cap B| = |A \cap C| = |B \cap C| = |A \cap B \cap C| = C_{150-60}^2$$

Т.о. $|A \cup B \cup C| = 3 \cdot C_{30000}^4 - 2 \cdot C_{15000}^2$

Ответ $3 \cdot C_{30000}^4 - 2 \cdot C_{15000}^2$

~~Ответ~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 Т.к. $(a-c)(b-c) = p^2$, где p - произв. простое число, и $a \neq b$, то

$$(a-c)(b-c) = p^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a-c=p \\ b-c=p \\ a-c=-p \\ b-c=-p \end{cases} \text{ то } a=b$$

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \\ a-c=p^2 \\ b-c=1 \\ a-c=-1 \\ b-c=-p^2 \\ a-c=-p^2 \\ b-c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=c+1 \\ b=c+p^2 \\ a=c+p^2 \\ b=c+1 \\ a=c-1 \\ b=c-p^2 \\ a=c-p^2 \\ b=c-1 \end{cases}$$

$b-a = \pm(p^2-1)$ - не кратно 3. Значит, что

$$p^2-1 \not\equiv 0 \pmod 3 \Leftrightarrow p^2 \not\equiv 1 \pmod 3 \Leftrightarrow p^2 \equiv 0 \pmod 3 \Leftrightarrow p=3.$$

То $(a-c) \neq 0$ имеет случаи:

$$\begin{cases} a=c+p & ① \\ b=c+q & ② \\ a=c+q & ③ \\ b=c+1 & ④ \\ a=c-1 & ⑤ \\ b=c-q & ⑥ \\ a=c-q & ⑦ \\ b=c-1 & ⑧ \end{cases}$$

или

$$\begin{aligned} ①: a^2+b=1000 &\Leftrightarrow \\ (c+1)^2+c+q-1000 &\geq 0 \Leftrightarrow \\ c^2+3c-999 &= 0, \Leftrightarrow \\ \sqrt{121+12120} & \text{ по формуле Виета:} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c=-33 \\ c=30 \end{cases} \text{ в.о. } \begin{cases} (-32; -24; -33) \\ (31; 39; 30) \end{cases}$$

②: $a-b=8 > 0$, противоречие.

③: $a-b=8 > 0$, противоречие.

④: $a^2+b=1000 \Leftrightarrow (c-1)^2+c-1-1000=0 \Leftrightarrow$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Leftrightarrow c^2 - 14c - 920$. Проверка \Leftrightarrow $\begin{cases} c=40 \\ c=-23 \end{cases}$. $\sqrt{\cdot}$ -о, удовл. пары
по ∇ , обр. ∇ . Внета
 $(31; 39; 40)$
 $(-32; -24; -23)$.

Ответ: $(31; 39; 40)$, $(-32; -24; -23)$, $(-32; -24; -33)$,
 $(31; 39; 30)$.



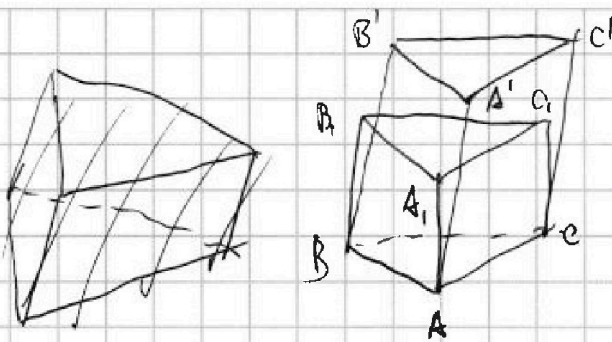
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4



1) Пусть $ABCA_1B_1C_1$ -
прямоугольная
призма.

2) Рассм. прямоугольную призму $ABCA_1B_1C_1$, такую, что $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$, а точки A_1, B_1, C_1 лежат в плоскости $A'B'C'$. Тогда $V_{ABCA_1B_1C_1} = AA_1 \cdot S_{ABC}$.

$S_{ABC} = V_{ABCA_1B_1C_1}$, т.к. $AA_1 \perp ABC$, $AA_1 \perp A_1B_1C_1 \Rightarrow \Rightarrow AA_1$ - расст. между плоскостями ABC и $A'B'C'$ \Rightarrow высота и $ABCA_1B_1C_1$ и $ABCA'B'C'$.

3) Пусть (Б.О.О) $S_{BB_1C_1C} = 5$, φ - двугр. угол между плоскостями BCC_1 и BCC_1' .

4) Т.к. $B'C_1' \parallel BC$, а $B_1C_1' \parallel BC$, то $B'C_1' \parallel$ плоск. BCC_1 , а т.к. плоск-ти $A'B'C'$ и BCC_1 перпендикулярны (т.к. $ABCA_1B_1C_1$ - прямоугольная призма), то $B'C_1'' \perp B_1C_1'$ отсюда $B'C_1''$ - проекция $B'C_1'$ на BCC_1 , лежит на прямой B_1C_1 . Также из выше сказанного следует, что $B'C_1'' = B'C_1' = B_1C_1$.

5) Рассм. ил-го BCC_1 :

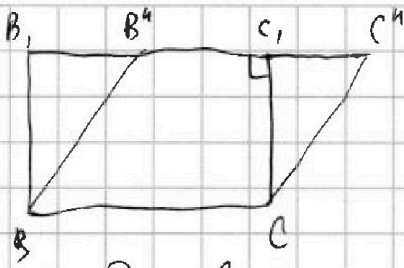


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{B''C''CB} = CC_1 \cdot B''C'' = CC_1 \cdot B_1C_1 = S_{BCC_1B_1} \quad (\text{по 4) } \neq$$

6) По CB -ву от C_1 - проекция.

$$\frac{S_{BCC_1B_1}}{S_{BCC_1B''}} = \frac{S_{BCC_1B_1}}{S_{BCC_1B_1}} = \cos \varphi.$$

7) Т.к. $0^\circ \leq \varphi < 90^\circ$ ~~острый~~ по построению, то $0^\circ \leq 90^\circ \pm \varphi < 180^\circ$, значит $\sin(90^\circ \pm \varphi) > 0$. $90^\circ \pm \varphi$ - ~~острый~~ ^{пл-ми} двугр. угол между BCC_1B'' и ABC (т.к. $BCC_1B_1 \perp ABC$). \sin

8) ~~$V_{ABCA'B'C'}$~~ Пусть $h = AA_1$ - расст. между AA_1 и $A'B'C'$ и $ABC \Rightarrow$ высота призм. (ABCC'-тетр.)

$$\begin{aligned} \text{Тогда } V_{ABCA'B'C'} &= h \cdot S_{\triangle ABC} = 3 \cdot \frac{1}{3} h \cdot S_{\triangle ABC} = 3 V_{ABCC'} = \\ &= 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot S_{ABCC'} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot \frac{\sin(90^\circ \pm \varphi)}{BC} = S_{BCC_1B''} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot \frac{\sin(90^\circ \pm \varphi)}{BC}. \end{aligned}$$

9) Т.к. $\triangle ABC$ - равно-сторонний, то $S_{\triangle ABC} = \frac{BC^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \Rightarrow$
 $\Rightarrow BC^2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow BC = \frac{1}{\sqrt{3}}.$

Из 6) $\cos \varphi = \frac{5}{h \cdot BC} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{h}$. Т.к. φ - острый,

$\cos \varphi > 0 \Rightarrow \sin(90^\circ \pm \varphi) =$

Т.к. $\sin(90^\circ \pm \varphi) > 0$, $\sin(90^\circ \pm \varphi) = \pm \cos \varphi$ ($0 \leq \varphi < 90^\circ$),

то $\sin(90^\circ \pm \varphi) = \cos \varphi.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$10) \text{ T.O. } V_{ABCA'B'C'} = S_{BCC'B'} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot \frac{\sin(140^\circ 54')}{BC} =$$
$$= \cancel{BC} \cdot 5 \cdot 4 \cdot \frac{\cos 40^\circ}{BC} = 20 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{h} = \frac{100\sqrt{3}}{h}$$

(пр. стороны BC, $V_{ABCA'B'C'} = h \cdot S_{\triangle ABC} = 4h$.

$$\text{T.O. } 4h = \frac{100\sqrt{3}}{h} \Leftrightarrow h^2 = 25\sqrt{3} \Leftrightarrow h = 5 \cdot \sqrt[4]{3} \Rightarrow$$

$$V_{ABCA'B'C'} = 4 \cdot h = 20 \cdot \sqrt[4]{3}.$$

Ответ: $V_{ABCA'B'C'} = 20 \cdot \sqrt[4]{3}.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

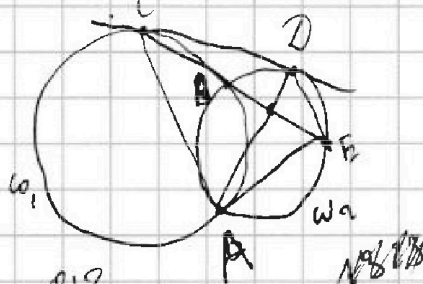
$$4p\cos^3 x - 3p\cos x + 4(2\cos^2 x - 1) - 6 + 3p\cos x + 12\cos x + 12$$

$$2p\cos^3 x + 6\cos^2 x + 6\cos x + 2 = 0$$

(p=0)

$$\cos^2 x + \cos x + 2 = 0$$

$$9\cos x = 12 \quad D = 1 - 8 < 0$$



$$\frac{918}{36 \cdot 2}$$

$$\begin{cases} a-c=p \\ b=c+1 \\ (b-c)=p^2 \\ a=c+1 \end{cases}$$

$$p^2 + c \neq p + c$$

$$p^2 \neq 1$$

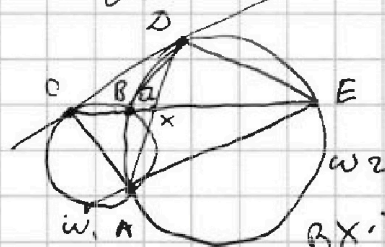
$$p^2 = 0$$

$$p = 0$$

$$D = 3960$$

(p ≠ 0)

$$2(2p\cos^3 x + 1) + 6(\cos x + 1)$$



$$\frac{CX}{XE} = \frac{4}{20}$$

$$\frac{\Delta E}{\infty} = \frac{1}{\infty}$$

$$\begin{cases} BX \cdot XE = AX \cdot XD \\ CB \cdot CE = CD^2 \end{cases}$$

$$(4q - a)24y = CD^2$$

$$a \cdot 20y = AX \cdot XD$$

$$\frac{CF}{CD} = \frac{ED}{AX}$$

$$(c+a)^2 + c+1 = \infty 00$$

$$\begin{cases} a-c=q \\ b=c+1 \\ b-c=q \\ a=c+p \end{cases}$$

$$c^2 + 3c - 3048$$

$$3681$$

$$(c+p)^2 + c+q = \infty 00$$

$$c^2 + 3c - \infty 0 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a - c = p^2$$

$$\begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \\ a - c = 1 \\ b = c + 1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} a = c + p^2 \\ b = c + 1 \\ b = c + 1 \\ a = c + 1 \end{cases}$$



250 - 220

$$2p^3 + 6p^2 + 6p + 2 = 0$$

$$b - a = (c + 1) - (c + p^2) = (c + p^2) - (c + 1)$$

$$361 + 3642 = 9033$$

$$9 + 3969$$

$$p^3 + 3p^2 + 3p + 1 = 0$$

$$1 \neq p^2$$

$$p^3 + 3p^2 + 3p + 1 = 0$$

$$p = 0$$

$$p = 3$$

$$c^2 + 18c + 81 + c + 1 = 1000$$

$$c^2 + 19c - 918 = 0$$

$$c^2 + 2c + 1 + c + 9 = 1000$$

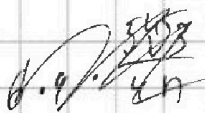
$$c^2 + 3c - 990 = 0$$

$$c = -19 \pm \sqrt{\dots}$$

$$\frac{63}{8}$$

$$289 + 3680 = 3969$$

200



$$\frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 4$$

$$a^2 = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot h \cdot a = S$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{4h} \cdot \sqrt{3}}{h} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{h}$$

$$h = \frac{2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sqrt{3} \cdot h \cdot \frac{2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{12\sqrt{3}}{4}}{4} = 3\sqrt{3}$$

$$\cos \varphi_1 = \frac{3\sqrt{3}}{h}$$

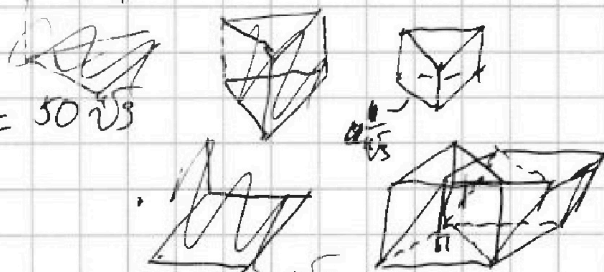
$$h^3 = 50\sqrt{3}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{h}$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{c}{h}$$

$$\sin(90^\circ \pm \varphi_1) = \frac{3\sqrt{3}}{h}$$

$$\sin(90^\circ \pm \varphi_2) = \frac{6\sqrt{3}}{h}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$C_{250-100}^4$$

1

$$C_{500-60}^4$$

—

$$C_{500-60}^4$$

•

$$C_{250-60}^2$$

$$C_{250-60}^2$$

$$C_{260-60}^2$$

+

=

+

=

—

$$C_{250-60}$$

+