



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$ , девятый член равен  $x + 3$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $2 : 5$ , считая от вершины  $C$ .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $100 \times 400$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:
- $a < b$ ,
  - число  $b - a$  не кратно 3,
  - число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
  - выполняется равенство  $a^2 + b = 710$ .
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Обозначим первый член прогрессии за  $b$ , разность за  $q$ .

$$\text{Тогда } bq^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}, \quad bq^8 = x+3, \quad bq^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$\frac{bq^6 \cdot bq^8}{bq^{14}} = \frac{b^2 q^{14}}{bq^{14}} = b = (x+3)(25x-9)^{\frac{1}{2}}(x-6)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{(x-6)^{\frac{3}{2}}}{(25x-9)^{\frac{1}{2}}} = (x+3)(x-6)^2$$

$$bq^6 \cdot bq^{14} = (bq^{10})^2 = (25x-9)^{\frac{1}{2}} \cdot (x-6)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{(25x-9)^{\frac{1}{2}}}{(x-6)^{\frac{3}{2}}} = \frac{25x-9}{x-6} \Rightarrow$$

$$bq^{10} = \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}}$$

$$\frac{bq^{14}}{bq^{10}} = \frac{(25x-9)^{\frac{1}{2}} \cdot (x-6)^{\frac{1}{2}}}{(x-6)^{\frac{3}{2}} \cdot (25x-9)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{x-6} = q^4 \Rightarrow q = \frac{1}{(x-6)^{\frac{1}{4}}}$$

$$bq^6 = (x+3)(x-6)^2 \cdot \frac{1}{(x-6)^{\frac{3}{2}}} = (x+3) \cdot (x-6)^{\frac{1}{2}}. \text{ С другой стороны,}$$

$$bq^6 = (25x-9)^{\frac{1}{2}}(x-6)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow (x+3)(x-6)^{\frac{1}{2}} = (25x-9)^{\frac{1}{2}}(x-6)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow$$

$$x+3 = \sqrt{25x-9} \quad | \cdot 2 \Rightarrow x^2+6x+9-25x+9=0 \Leftrightarrow x^2-19x+18=0 \Leftrightarrow$$

$$(x-1)(x-18)=0 \Rightarrow x_1=1, x_2=18. \text{ Отсюда } b_1 = (1+3)(1-6)^2 =$$

$$= 100, \quad b_2 = (18+3)(18-6)^2 = 21 \cdot 12^2. \quad x_1 \text{ не подходит по ОДЗ} \Rightarrow$$

$$\text{единственно возможное значение } b = (18+3)(18-6)^2 =$$

$$= 21 \cdot 144, \quad q = \frac{1}{\sqrt[4]{144}} = \frac{1}{\sqrt{12}}.$$

Ответ:  $x=18$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$0 \leq (25x-9)(x-6) \geq 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{9}{25}\right)(x-6) \geq 0 \Rightarrow$$

$$x \in \left(-\infty; \frac{9}{25}\right] \cup [6; +\infty)$$

$$\frac{25x-9}{(x-6)^3} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x - \frac{9}{25}}{x-6} \geq 0 \Rightarrow x \in \left(-\infty; \frac{9}{25}\right] \cup [6; +\infty)$$

$$\text{Проверка: } b = 21 \cdot 144, \quad a = \frac{1}{\sqrt{12}}, \quad x = 18$$

$$b a^6 = \sqrt{(25 \cdot 18 - 9)(18 - 6)} = 21\sqrt{12}$$

$$b a^6 = 21 \cdot 12^2 \cdot \frac{1}{12\sqrt{12}} = 21\sqrt{12}$$

$$b a^8 = 21$$

$$b a^8 = 21 \cdot 12^2 \cdot \frac{1}{12^2} = 21$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cdot \cos 3x + 3p \cdot \cos x + 12 \cos x - 6 \cos 2x - 10 = 0$$

$$p(4 \cos^3 x - 5 \cos x) + 3p \cdot \cos x + 12 \cos x - 12 \cos^2 x + 6 - 10 = 0$$

$$4p \cdot \cos^3 x - 3p \cdot \cos x + 3p \cdot \cos x + 12 \cos x - 12 \cos^2 x - 4 = 0$$

$$p \cdot \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$$

$$(p-1) \cos^3 x + (\cos x - 1)^3 = 0$$

Положим  $\cos x = t$ ,  $p-1 = a^3$ . Тогда уравнение принимает вид:

$$a^3 t^3 + (t-1)^3 = 0$$

$$(at + t - 1)(a^2 t^2 - at(t-1) + (t-1)^2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} at + t - 1 = 0 \\ t^2(a^2 - a + 1) + t(a-2) + 1 = 0 \end{cases}$$

$$t^2(a^2 - a + 1) + t(a-2) + 1 = 0$$

Второе уравнение - квадратное относительно  $t$  - имеет

дискриминант  $D = (a-2)^2 - 4(a^2 - a + 1) = -3a^2 \leq 0$ . Для  $a \neq 0$

уравнение не имеет действительных решений. Для  $a = 0$ :

$$t^2 - 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow (t-1)^2 = 0. \text{ Отсюда } \cos x = 1, \text{ т.е. } x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z},$$

$$p-1 = 0 \Rightarrow p = 1.$$

Для первого уравнения корнем будет являться число

$\frac{1}{a+1}$ . Посмотрим, когда  $-1 \leq \frac{1}{a+1} \leq 1$ ,  $a \neq -1$ .

$$1) a+1 > 0 \Rightarrow a \in (-1; +\infty) \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a+1} \geq -1 \\ \frac{1}{a+1} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \geq -a-1 \\ 1 \leq a+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -2 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \in [-2; 1) \cup (-1; +\infty) \\ a \in [0; +\infty) \end{cases} \Rightarrow a \in [0; +\infty)$$

$$2) a+1 < 0 \Rightarrow a \in (-\infty; -1) \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a+1} \geq -1 \\ \frac{1}{a+1} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq -a-1 \\ 1 \geq a+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \in (-\infty; -2] \\ a \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0] \end{cases}$$

$a \in (-\infty; -2]$ , т.е. решениями уравнения является:

$$a \in (-\infty; -2] \cup [0; +\infty), \text{ т.е. } p \in (-\infty; -3] \cup [-1; +\infty)$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Для  $p \in (-\infty; -7]$ , т.е.  $a^3 \in (-\infty; -8] \cup [0; +\infty) \Rightarrow$~~

$p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$ .

Т.е. для  $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$  решением будет:

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1} \Rightarrow x = \arccos \frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

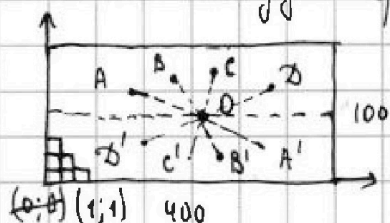
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим случай с центральной симметрией.

Расположение точек определяется 4 точками, лежащими

в одной из частей прямоугольника, разделённого

какой-нибудь средней линией этого прямоугольника:



Введём в прямоугольнике прямоугольную

систему координат для клеток. Тогда

для клетки с координатами  $(i; j)$  будет поставлена

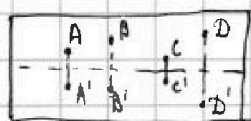
в соответствие клетка с координатами  $(401-i; 101-j)$ .

Тогда всего способов для этого случая  $C_{2 \cdot 10^4}^4$

Теперь рассмотрим случай для осевой симметрии относительно

одной из средних линий. Расположение точек определяется

расположением 4 точек в половине прямоугольника:



Точке с координатами  $(i; j)$ , где  $1 \leq j \leq 50$

соответствует точка  $(i; 50-j)$ .

Таких случаев  $C_{2 \cdot 10^4}^4$ . Для второй средней линии случаев

тоже  $C_{2 \cdot 10^4}^4$ . Рассмотрим случай точки симметричной

относительно обоих средних линий. Расположение точек

определяется 2-ми точками, лежащими в одной четверти



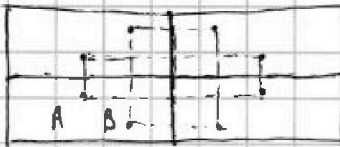
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

прямоугольника, ограниченный 2-ми средними линиями.



Для точки с координатами

$(i; j)$ , где  $1 \leq i \leq 100$ ,  $1 \leq j \leq 50$

в соответствие ставится 3 точки с координатами

$(i; 101-j)$ ,  $(401-i; j)$  и  $(401-i; 101-j)$ . Следовательно,

всего случаев  $C_{10^4}^2$ . По формуле включения-исключения

получаем общее количество случаев для осевой симметрии:

$$C_{2 \cdot 10^4}^4 + C_{2 \cdot 10^4}^4 - C_{10^4}^2$$

Аналогично по формуле включения и исключения

получаем кол-во случаев рк выбора в клетку, обладающих

хотя бы одной из осевой или центральной симметрий:

$$C_{2 \cdot 10^4}^4 + 2 C_{2 \cdot 10^4}^4 - C_{10^4}^2 - C_{10^4}^2 = 3 C_{2 \cdot 10^4}^4 - 2 C_{10^4}^2$$

(Если для расположения точек выполняется условие и

центральной, и осевой симметрии относительно какой-нибудь

одной из средних линий, то симметрии относительно другой

средней линии тоже выполняется, т.е. кол-во случаев в

этом варианте также равно  $C_{10^4}^2$ ).





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к.  $a, b, c$  целые и  $(a-c)(b-c) = r^2$ , то рассмотрим следующие случаи:

1)  $a-c = 1, b-c = r^2$ . Тогда  $c = a-1$ , и  $b-c = b-a+1 = r^2 \Rightarrow$

$$b-a = r^2 - 1 \Rightarrow b-a = (r-1)(r+1). \text{ Т.к. } r \geq 2, \text{ то правая часть}$$

$> 0$ . Т.к.  $a < b$ , то  $b-a > 0$ , т.е. противоречий нет. Пусть

$r \neq 3$ . Тогда либо  $r \equiv 1 \pmod{3}$ , либо  $r \equiv -1 \pmod{3}$ , т.е. либо

$r-1 \equiv 0 \pmod{3}$ , либо  $r+1 \equiv 0 \pmod{3}$  соответственно. Тогда

правая часть  $\div 3$ . Противоречие, т.к.  $b-a \not\equiv 0 \pmod{3}$ . Т.е. отсюда

$r = 3$ , а, значит,  $b-a = 8$ .

2)  $a-c = -1, b-c = r^2 \Rightarrow c = a+1 \Rightarrow b-c = b-a-1 = r^2 \Rightarrow$

$$b-a = 1+r^2 \Rightarrow b-a = (1-r)(1+r). \text{ Т.к. } r \geq 2, \text{ то правая}$$

часть  $< 0$ , а левая  $> 0$ . Противоречие.

3)  $a-c = r^2, b-c = -1 \Rightarrow c = b-1 \Rightarrow a-c = a-b+1 = r^2 \Rightarrow a-b = (r-1)(r+1)$ .

$r \geq 2 \Rightarrow$  правая часть  $> 0$ .  $a < b \Rightarrow a-b < 0$ . Противоречие.

4)  $a-c = -r^2, b-c = -1 \Rightarrow c = b+1 \Rightarrow a-c = a-b-1 = -r^2 \Rightarrow$

$$a-b = (1-r)(1+r). \text{ При } r \geq 2 \text{ и } a < b \text{ обе части одного знака.}$$

Аналогично 1 случаю получим, что  $r = 3$ , а, значит,

$$b-a = 8.$$

5) если  $a-c = b-c = r$  или  $a-c = b-c = -r$ , то  $a = b$ . Противоречие.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Итак, } b - a = 8 \Rightarrow b = 8 + a. \quad a^2 + b = a^2 + a + 8 = 710 \Rightarrow$$

$$a(a+1) = 702. \quad 40^2 = 26 \cdot 27 \Rightarrow 1) a = 26; \quad 2) a = -27.$$

Тогда  $b = 34$  и  $b = -19$  соответственно. Отсюда

$$c_1 = 25 \text{ и } c_2 = 35 \text{ для пары } (26; 34); \quad c_3 = -18 \text{ и } c_4 = -28$$

для пары  $(-27; -19)$ .

Ответ: тройки  $(a, b, c)$ :  $(26; 34; 25)$ ,  $(26; 34; 35)$ ,  
 $(-27; -19; -18)$ ,  $(-27; -19; -28)$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4pt^3 - 6t^2 + 12t - 6 = 46$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3p \cdot \cos x + 4(12 \cos^2 x - 6) = 46$$

$$4p \cdot \cos^3 x - 3p \cdot \cos x + 3p \cdot \cos x + 12 \cos x - 12 \cos^2 x + 6 - 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos x - 12 \cos^2 x - 4 = 0$$

$$(-27-c)(-13-c) = 9$$

$$(27+c)(13+c) = 9$$

$$(a-c)(b-c) = 9$$

$$(34-c)(26-c) = 9$$

$$c = -18$$

$$c = 28$$

$$4p \cdot t^3 + 12t - 12t^2 - 4 = 0$$

$$pt^3 + 3t - 3t^2 - 1 = 0$$

$$(p-1)t^3 + t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$(p-1)t^3 + (t-1)^3 = 0$$

$$\left(\sqrt[p-1]{t} + t-1\right) \left( (p-1)^{\frac{2}{3}} t^2 - \left[ (t-1)^3 \sqrt[p-1]{t} + (t-1)^2 \right] \right) = 0$$

$$\left(\sqrt[p-1]{t} + 1\right) t = 1$$

$$t = \frac{1}{\sqrt[p-1]{t} + 1} \quad -1 < \frac{1}{\sqrt[p-1]{t} + 1} \leq 1$$

-1

$$a, b, c \in \mathbb{Z} \quad a < b, \quad b - a \leq 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a^2 + b = 710$$



$$c = a - 1 \Leftrightarrow a - c = 1, \quad b - c = p^2 \Rightarrow b - c = b - a + 1 + p^2$$

$$c = a + 1 \Leftrightarrow a - c = -1, \quad b - c = -p^2 \Rightarrow b - c = b - a - 1 - p^2$$

$$c = b - 1 \Leftrightarrow b - c = 1, \quad a - c = p^2 \Rightarrow a - c = a - b + 1 + p^2 \Rightarrow a - b$$

$$c = b + 1 \Leftrightarrow b - c = -1, \quad a - c = -p^2 \Rightarrow a - c = a - b - 1 - p^2$$

$$b - a = p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$$

$$a - b = 1 - p^2 = (1-p)(1+p)$$

$$a - b < 0$$

$$b - a > 0$$

поиск - то из них 1 или -1  
другие  $p^2$   
 $a-c = b-c = p \Rightarrow a=b$

$$b-a = (p-1)(p+1)$$

$$b-a = (1-p)(1+p)$$

$$(a-c)(b-c) = 9$$

$$a < b$$

$$(p-1)^{\frac{1}{3}+1} \geq 0$$

$$p \neq 0 > 0$$

$$b-a = 8$$

$$a^2 + b = a^2 + a + 8 = 710 = 3$$

$$a^2 + a + 902 = 0$$

$$p = 3$$

$$b-a = 8$$

$$a^2 + b = a^2 + a + 8 = 710 = 3$$

$$a^2 + a + 902 = 0$$



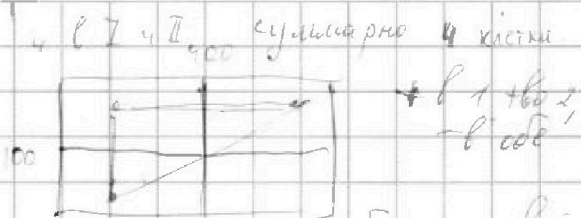
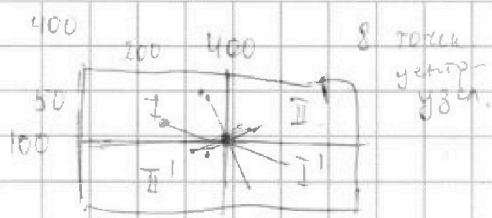


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



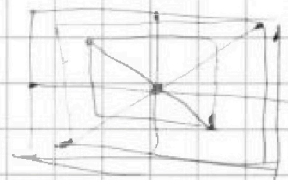
и склони сабах

сбавити вивискам.

400-50

У центральності:

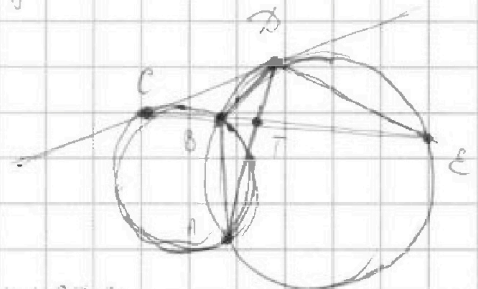
- 1)  $\rho I = 4, \rho II = 4, C_{10^4}$
- 2)  $\rho I = 3, \rho II = 1, C_{10^4}^3 = C_{10^4}^1$
- 3)  $\rho I = 2, \rho II = 2, (C_{10^4}^2)^2$
- 4)  $\rho I = 1, \rho II = 3, (C_{10^4}^3) \cdot C_{10^4}^1$
- 5)  $\rho I = 0, \rho II = 4, C_{10^4}^4$



У центр симетрии

кол во симетрич угл осей симетрии

центральні + осей



$$\triangle CBD \sim \triangle EDE$$

$$\frac{BC}{CD} = \frac{BD}{DE} = \frac{CD}{CE}$$

$$\frac{CT}{TE} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{ED}{CD} = 1$$

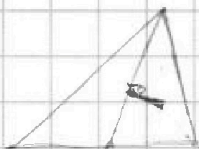
$$\frac{CT}{TE} = \frac{BC + BT}{TE}$$

$$\frac{CD^2}{TE} = BC \cdot CE$$

$$\frac{BD}{DE} = \frac{CD}{CE}$$

$$\frac{BC}{CD} = \frac{BD}{DE}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{BD}{BC}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_0^8 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}, \quad b_0^8 \cdot x = 3, \quad b_0^4 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^2}}$$

$$b_0^2 \cdot b_0^4 = \sqrt{(25x-9)(x-6)(x+3)^2} \Rightarrow \frac{b_0^2 \cdot b_0^4}{b_0^4} = b_0^2 = \sqrt{(25x-9)(x-6)(x+3)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^2}}}$$

$$b_0^2 = \sqrt{(x+3)^2(x-6)^2} = (x+3)(x-6)$$

$$b_0^6 = \sqrt{25x-9} \cdot (x-6) = (x+3)(x-6) \cdot b_0^6 \Rightarrow$$

$$b_0^8 \cdot b_0^4 = b_0^8 \cdot b_0^4 = \sqrt{(25x-9)(x-6)(x+3)^2} \cdot \sqrt{(x-6)(25x-9)(x-6)} \Rightarrow$$

$$b_0^8 \cdot b_0^4 = \frac{x+3}{\sqrt{x+3} \sqrt{(25x-9)(x-6)}}$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos^2 x + 10$$

хотел бы 2 решения.

$$(p-1)t^3 + (t-1)^3 = 0$$

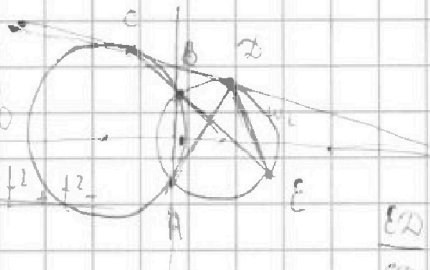
$p-1$  - параметр  $\Rightarrow$

$$\frac{\sqrt{x+3}}{((25x-9)(x-6))^{\frac{3}{4}}}$$

$$\cos(3x) = \cos(2x+x) = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x = (\cos^2 x - \sin^2 x) \cos x - 2 \sin x \cos x \sin x = (2 \cos^2 x - 1) \cos x - 2(1 - \cos^2 x) \cos x = -\cos x (2 \cos^2 x - 1 - 2 + 2 \cos^2 x) = -\cos x (4 \cos^2 x - 3) = -2 \cos^3 x + 3 \cos x$$

обозначим  $p-1 = a^3$

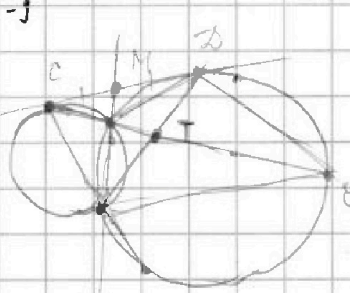
$$a^3 t^3 + (t-1)^3 = 0$$



$$(at+t-1)(a^3 t^2 + t^2 + 1) = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x - 9$$

$$\begin{array}{r} 441 \overline{) 9} \\ 48 \cdot 9 \cdot \\ \hline 450 \cdot 9 \cdot \\ \hline = 441 \cdot 12 \end{array}$$



$$\frac{CT}{TE} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{2}{5}$$

$$4p \cos^3 x + 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x - 6 \cos^3 x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x - 6 \cos^3 x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$[-1; 1]$$

$$4p \cdot \frac{1}{8} - 6 \cdot \frac{1}{8} + 12 + 10 = 0$$

$$4p \cdot \frac{1}{8} - \frac{6}{8} + 22 = 0$$

$$a^3 \in (-\infty; -8] \cup [0; +\infty)$$

$$p-1 \Rightarrow p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$$

$$AB \cdot DE + BD \cdot AE = BE \cdot AC$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^3 x^3 + (x-1)^3 = 0$$

$$a^3 = p-1$$

$$(ax+x-1) (a^2 x^2 + ax(x-1) + (x-1)^2) =$$

$$= (x(a+1)-1) (a^2 x^2 - ax^2 + ax + x^2 - 2x + 1) = (x(a+1)-1) (x^2(a^2-a+1) + x(a-2) + 1)$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{a+1} \\ -1 \leq \frac{1}{a+1} \leq 1 \end{cases}$$

$$(b_0)^2 =$$

$$\begin{cases} x^2(a^2-a+1) + x(a-2) + 1 = 0 \\ = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \end{cases}$$

$$D = (a-2)^2 - 4(a^2-a+1) = a^2 - 4a + 4 - 4a^2 + 4a - 4 = -3a^2 < 0 \Rightarrow$$

корней нет.

$$-1 \leq \frac{1}{a+1} \leq 1$$

$$b_0^2 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$b_0^2 = x+3$$

$$\begin{cases} \frac{1}{a+1} \geq -1 \\ \frac{1}{a+1} \leq 1 \end{cases}$$

$$a \neq -1$$

$$b_0^2 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$b_0^2 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$a+1 > 0 \Rightarrow a \in (-1, +\infty)$$

$$b_0^2 = (x+3)(x-6) \cdot \frac{1}{(x-6)^3}$$

$$1 \geq -a+1 \Rightarrow 2 \geq -a$$

$$a \geq -2 \quad a \in (0, +\infty)$$

$$(x+3)(x-6)^2$$

$$1 \leq a+1$$

$$a \geq 0 \Rightarrow a \in (0, +\infty)$$

$$a+1 < 0$$

$$a \in (-\infty, -1)$$

$$(x-3) \sqrt{25x-9} \sqrt{x-6}$$

$$\frac{(x-6)^{\frac{5}{2}}}{(25x-9)^{\frac{1}{2}}}$$

$$4+25+15+3=16$$

$$b_0^2 = x-6 \quad (x+3)(x-6) \cdot \frac{1}{(x-6)^3} = \frac{(x+3)(x-6)}{(x-6)^2} = \frac{x+3}{x-6}$$

$$b_0^2 = \frac{(25x-9)^{\frac{1}{2}}}{(x+3)(x-6)^{\frac{1}{2}}}$$

$$b_0^2 (x+3)(x-6) = (25x-9)^{\frac{1}{2}} (x-6)^{\frac{1}{2}}$$

$$b_0^2 =$$

$$b_0^2 = (x+3)(x-6)$$

$$\frac{1}{(x-6)^{\frac{5}{2}}} = \frac{x+3}{x-6} \sqrt{25x-9}$$

$$b_0^2 = \frac{(25x-9)^{\frac{1}{2}}}{(x+3)(x-6)^{\frac{1}{2}}}$$

$$b_0^2 = \frac{1}{(x-6)^{\frac{1}{2}}}$$

$$(x+3)(x-6) \cdot \frac{1}{(x-6)^{\frac{1}{2}}} = \frac{(25x-9)^{\frac{1}{2}}}{(x-6)^{\frac{1}{2}}}$$