



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x - 35}{(x + 1)^3}}$, тринадцатый член равен $5 - x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x - 35)(x + 1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{69-z^2} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{2} \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{69-z^2} \end{array} \right.$$

Рассмотрим 2-е ур-е: $\sqrt{69-z^2} \leq 13$, так как при всех z .

$$\sqrt{69-z^2} \leq 13 \Rightarrow z^2 \geq 0 \quad \text{D.}$$

Значит правая часть всегда меньше 13.
Рассмотрим левую часть.

$$1) \ y < -1 \Rightarrow$$

$$-y-1-3y+36 = 37-4y > 41, \text{ не подходит, так как правая часть } < 13$$

$$2) \ y \in (-1; 12]$$

$$y+1-3y+36 = 37-2y \in (13; 39) - \text{прикидываем}$$

значит 13, при этом только при $y=12$.

$$3) \ y \in (12; +\infty):$$

$$4y-35 > 13, \text{ так как } 4 \cdot 12 - 35 > 13$$

Итак из этих 3 ур-ий мы получили, что левая часть всегда ≥ 13 , равна при $y=12$, а правая часть ≤ 13 . Решением будет только когда левая и правая часть равны 13. \Rightarrow
 $y=12, z=0$

$$13+0 = \sqrt{69-z^2} \Rightarrow z=0 \text{ подставим в верхнее.}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{12+x-x^2} - 5 \quad (\text{после проверки сделаем так как } (-x)^2 = x^2)$$

$$x+3+4-x - 2\sqrt{12+x-x^2} = (2\sqrt{12+x-x^2} - 5)^2 \quad \text{Отсюда: } \begin{cases} x > -3 \\ x < 4 \end{cases}$$

$$7 - 2\sqrt{12+x-x^2} = (2\sqrt{12+x-x^2} - 5)^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{12+x-x^2} = t$$

$$7-2t = (2t-5)^2$$

~~$$4t^2 - 20t + 25 + 2t - 7 = 0$$

$$4t^2 - 18t + 18 = 0$$

$$t_1 = 3$$~~

$$4t^2 - 18t + 18 = 0$$

$$D_4 = 81 - 72 = 9 = 3^2$$

$$t_1 = \frac{9+3}{4} = 3$$

$$t_2 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$1) \sqrt{12+x-x^2} = 3$$

$$12+x-x^2 = 9 \Rightarrow x^2 - x - 3 = 0$$

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} > 3; \quad x_2 = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} < -3$$

$$2) \sqrt{12+x-x^2} = \frac{3}{2}$$

$$12+x-x^2 = \frac{9}{4}$$

$$48+4x-4x^2 = 9$$

$$4x^2 - 4x - 39 = 0$$

$$D = 4 + 156 = 160 = 4\sqrt{10}$$

$$x_1 = \frac{2 + 4\sqrt{10}}{4} > 3; \quad x_2 = \frac{2 - 4\sqrt{10}}{4} < -3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверка:

$$x = \frac{1+\sqrt{10}}{2} \quad \textcircled{V}$$

$$\sqrt{\frac{1+\sqrt{10}}{2} + 3} - \sqrt{4 - \left(\frac{1+\sqrt{10}}{2}\right)} = 2.3 - 5 = 1$$

$$\sqrt{\frac{7+\sqrt{10}}{2}} - \sqrt{\frac{7-\sqrt{10}}{2}} = 1 > 0$$

$$x = \frac{1-\sqrt{10}}{2}$$

$$\sqrt{\frac{7-\sqrt{10}}{2}} - \sqrt{4 - \left(\frac{1-\sqrt{10}}{2}\right)} = \sqrt{\frac{7+\sqrt{10}}{2}} =$$

$$\sqrt{\frac{7-\sqrt{10}}{2}} - \sqrt{\frac{7+\sqrt{10}}{2}} < 0 \text{ правая часть } > 0 \Rightarrow \frac{1-\sqrt{10}}{2} \text{ не подходит.}$$

$$x = \frac{2+4\sqrt{10}}{4}$$

$$\sqrt{\frac{2+4\sqrt{10}}{4} + 3} - \sqrt{4 - \left(\frac{2+4\sqrt{10}}{4}\right)} = 3 - 5 < 0$$

$$\sqrt{\frac{14+4\sqrt{10}}{4}} - \sqrt{\frac{14-4\sqrt{10}}{4}} > 0 \Rightarrow \frac{2+4\sqrt{10}}{4} \text{ не подходит.}$$

$$\sqrt{\frac{2-4\sqrt{10}}{4} + 3} - \sqrt{4 - \left(\frac{2-4\sqrt{10}}{4}\right)} < 0 - \text{подходит. } \frac{2-4\sqrt{10}}{4} \quad \textcircled{V}$$

Ответ: $(x, y, z) = \left(\frac{1+\sqrt{10}}{2}; 12; 0\right)$
 $\left(\frac{2-4\sqrt{10}}{4}; 12; 0\right)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$f(x) = 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$$

1) $\cos x = t, t \in [-1; 1]$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(2t+1)^2 \geq 0 \Rightarrow \text{функция}$$

возрастает \Rightarrow минимум макс при $t=1 \Rightarrow$
мин при $t=-1 \Rightarrow$

$$f(1) \geq f(t) \geq f(-1) \Rightarrow 10 \geq f(t) \geq -4 \Rightarrow$$

чтобы были решения, p должен принадлежать области опред. функции $\Rightarrow p \in [-4; 10]$,

Ответ: $p \in [-4; 10]$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b$$

$$a - b \neq 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a \cdot b^2 = 560$$

$$\begin{array}{r} \times 22 \\ 22 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 484 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 23 \\ 23 \\ \hline 46 \\ 69 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ 24 \\ \hline 48 \\ 86 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{aligned} p^2 - 1 &= 3k + 1 \Rightarrow \\ p^2 &= 3k + 2 \\ p^2 - 1 &= 3k + 1 \Rightarrow \\ p^2 &= 3k + 2 \\ p^2 &= 3(k+1) \end{aligned}$$

$$p^2 - 1 \neq 3$$

$$1) \begin{cases} p^2 - 1 = 3k + 1 \\ p^2 = 3k + 2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \times 561 \\ 4 \\ \hline 2244 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 245 \\ 4 \\ \hline 1856 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 2245 \\ 1156 \\ \hline 7049 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 29 \\ 29 \\ \hline 801 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 801 &= 3 \cdot 267 = 3 \cdot 3 \cdot 89 = 9 \cdot 89 \\ 1089 &= 9 \cdot 121 = 9 \cdot 11^2 \end{aligned}$$

1) Пусть $a - c = p \Rightarrow$
 $b - c = p \Rightarrow$

$$\begin{aligned} (a-c) - (b-c) &= p - p \\ a - b &= 0 \\ a &= b \end{aligned}$$

$$2) \begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$a - b = p^2 - 1 \Rightarrow a = b^2 + p^2 - 1$$

$$\begin{aligned} p^2 - 1 + b + b^2 &= 560 \\ p^2 + b^2 + b &= 561 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3k + 2 + b + b^2 &= 561 \\ 3k + b + b^2 &= 559 \\ b^2 + b + p^2 - 561 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta &= 1 + 4 \cdot 561 - 4p^2 \geq 0, \text{ целое} \\ 2245 &\geq 4p^2 \\ 2245 &\geq p^2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \times 23 \\ 23 \\ \hline 46 \\ 69 \\ \hline 529 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 23 \\ 23 \\ \hline 46 \\ 69 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$2245 - 2116 = 129 \times 19$$

$$2245 - 4 \cdot 361 = 801 \times 11$$

$$2245 - 4 \cdot 289 = 1089 = (33)^2$$

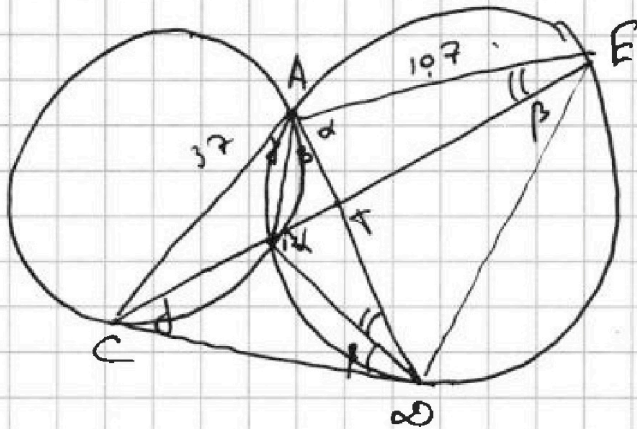


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано
 $\frac{CT}{TE} = \frac{3}{10}$
 $\frac{ED}{CD} = ?$

Пусть $\angle TAE = \alpha \Rightarrow$
 $\angle DBE = \alpha$ (на одну дугу) \Rightarrow
 $\angle CBD = 180 - \alpha$ (прям.)

Пусть $\angle BCD = \gamma \Rightarrow$
 $\angle CAB = \gamma$ (углы между касательной (CD) и хордой (CB))
 $\angle CAB = \gamma$.

Аналогично, пусть $\angle BDC = \beta \Rightarrow$
 $\angle BAD = \beta$.

в $\triangle CBD$ ($\angle CBD = 180 - \alpha$,
 $\angle BCD = \gamma$, $\angle BDC = \beta$) \Rightarrow

$$180 = \gamma + \beta + 180 - \alpha \Rightarrow \alpha = \gamma + \beta.$$

но $\alpha + \beta = \angle CAD \Rightarrow$
 $\angle CAD = \alpha \Rightarrow$

AT - биссектриса

т.к. $\angle CAD = \angle DAE = \alpha$
 по свойству биссектр. $\frac{CA}{AE} = \frac{CT}{TE} = \frac{3}{10}$

$\left\{ \begin{array}{l} \angle BAD = \angle BED \text{ (опираются на } BD) \\ \angle ADB = \angle AEB \text{ (опираются на } AB) \end{array} \right.$, равны \Rightarrow

$\triangle ACD \sim \triangle AED$ по 2 углам ($\angle CAD = \angle DAE$),

$\angle CDA = \angle AED$
 $\frac{CD}{AE} = \frac{ED}{AD} = \frac{AE}{AC}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC} = AD^2 = AE \cdot AC = 30 \cdot 7^2 \Rightarrow AD = 7\sqrt{30}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{10 \cdot 7}{30 \cdot 7 \cdot 10} = \frac{10 \cdot \sqrt{30}}{30} = \frac{\sqrt{30}}{3}$$

Ответ: $\frac{ED}{CD} = \frac{\sqrt{30}}{3}$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

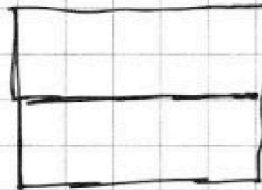
Задача 5

1) относительно центра прямоугольника

2) относительно сред. линии 1)

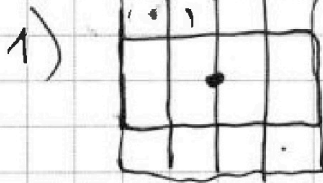
3) относительно сред. линии 2)

Наметим со 2 пункта.



2) В данном случае мы на одной половине точку отмечаем, а на другой тогда она выбирается автоматически \Rightarrow выбрать такое множество можно C_{15000}^4 .

3) Аналогично со случаями 2, C_{15000}^4 , причем множество из 2) и из 3) никогда не будут совпадать.



— мы выбираем абсолютно любую клетку и ставим симметричную ей \Rightarrow способов C_{25000}^4 , — при этом среди этих способов обязательно будут 1) и 2) \Rightarrow

ответ $C_{50000}^4 - 2C_{25000}^2$ или $C_{50000}^4 - C_{25000}^2 - 2C_{15000}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

$a > b$

1) $a - b \not\equiv 3$

2) $(a-c)(b-c) - \text{квадрат} = p^2$

3) $a + b^2 = 560$

из 2 получаем 2 вара:

либо $a-c=p$ $\Rightarrow a-b=0$ \times
 $b-c=p$ \Rightarrow т.к. $a > b$

2) $a-c=p^2$ $\Rightarrow a-b=p^2-1$
 $b-c=p-1$ $\Rightarrow a=b+p^2-1$ (1)

Подставим в 3: p^2

$a-b=p^2-1$, т.к.
 $p^2-1 \not\equiv 3$

$p \neq 2$

$p \neq 5$

$p \neq 7$

$p \neq 11$

$p \neq 17$

$p \neq 19$

$p \neq 23$

(*)

1 шаг в (*)

$b^2 + b + p^2 - 1 = 560$

$b^2 + b + p^2 - 561 = 0$

$\Delta = 1 + 561 \cdot 4 - 4p^2 \geq 0$, Δ - целый.

$2245 - 4p^2 \geq 0 \Rightarrow p \leq 23$

нам из всех простых чисел до 23 подходит только число 3, т.к. $3^2 - 1 \not\equiv 3$, но нужно проверить

его в (*)

$2245 - 4 \cdot 9 = 2209 = 47^2$ (✓)

$b_1 = \frac{-1 + 47}{2} = 23 \Rightarrow c = 22, a = 31$

$b_2 = \frac{-1 - 47}{2} = -24 \Rightarrow c = -25, a = -16$

Проверим a, b на все пункты:

$(31; 23; 22)$

$(-16; -24; -25)$

1) $a > b$

2) $31 - 23 \not\equiv 3$

3) $(31 - 22)(23 - 22) = 9 = 3^2$

4) $31 + 23^2 = 560$

1) $-16 > -24$

2) $-16 + 24 \not\equiv 3$

3) $(-16 + 25)(-24 + 25) = 9 = 3^2$

4) $-16 + 24^2 = 560$

Ответ: $(31; 23; 22) \cup (-16; -24; -25)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} - 5$$

$$\sqrt{y+1} + 3\sqrt{y-2} = \sqrt{68-2z}$$

$$z \in (-13; 13)$$

$$x \geq -3$$

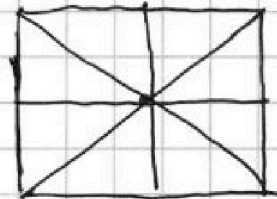
1) $y = -1$

$$-y-1 + 3y+1 = \sqrt{68-z}$$

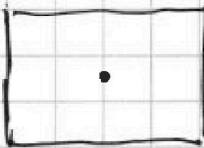
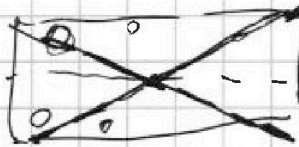
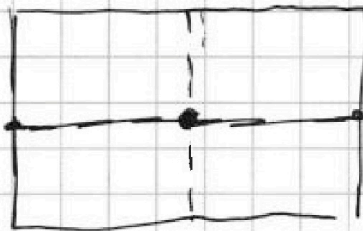
$$-4y+1 = \sqrt{68-z}$$

$$16y^2 - 44y + 12 = 68-z$$

$$16y^2 - 44y + z - 48 = 0$$

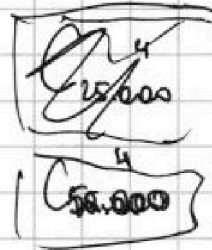


$$2 \pm 2 \pm 4 \Rightarrow x$$



$$200 \cdot 150 = 100 \cdot 150 \cdot 25000$$

$$2 \binom{4}{25000} + 1$$



~~$$x+3 = 2\sqrt{x+3} \sqrt{4-x-z} + 4-x-z = 4y+4x-4x^2+4z - 20\sqrt{y+x-x^2+z} + 25$$~~

~~$$7-z + 2\sqrt{(x+3)(4-x-z)}$$~~

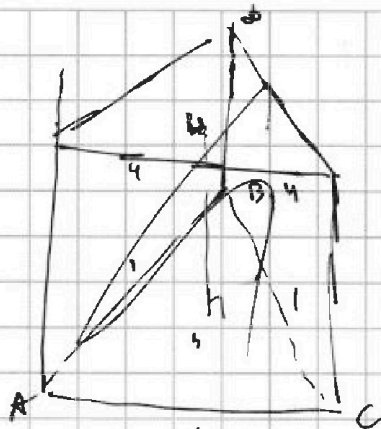


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$4y - 11 = \sqrt{16y^2 - 7^2}$$

$$16y^2 - 88y + 121 = 16y^2 - 7^2$$

$$16y^2 - 88y - 48 + 7^2 = 0$$

$$D = 44^2 + 48 \cdot 16 - 16 \cdot 7^2 = 16(11^2 + 48 - 7^2) = 16(16y^2 - 7^2)$$

$$y_1 = 44 + 4 \cdot \sqrt{16y^2 - 7^2}$$

$$D = 16y^2 - 7^2 = 16y^2 - 49$$

$$y = \frac{11}{4}$$

$$b = \sqrt{4 - t^2 + 7^2} = 2y$$

$$(x+3)(4-x-7) = 4x + 4(4-x) - 7x + 12 - 3x - 37 = x^2 - 7x - 37 + 12$$

$$y + 11 = 36 - y \Rightarrow y = 12.5$$

$$x + y - x^2 + 7 \geq 0$$

$$x \geq -3$$

$$x + 7 \leq 4$$

$$4 + y - x^2 \geq 0$$

$$4 + y \geq x^2$$

$$(4-x)(x+3) =$$

$$7 - 2t = (2t - 5)^2$$

$$4x + 12 - x^2 - 3x = -x^2 + x + 12$$

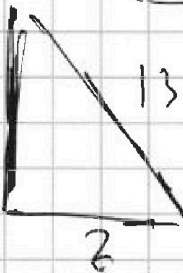
$$7 - 2t = (2t - 5)^2$$

$$7 - 2t = 4t^2 - 20t + 25$$

$$4t^2 - 18t + 18 = 0$$

$$D = 81 - 72$$

$$|y_1| + |y_2|$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2+2}$$

$$2) |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \Rightarrow z \in [-13; 13]$$

~~$$x+3 + 4-x-2 = 2\sqrt{4+x-x^2+2}$$~~

$$1) -1 \quad 12$$

~~$$-y-1-3y+36 = 169-z^2$$~~

$$-4y+35 = \sqrt{169-z^2}$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$= 3\cos x$$

$$\cos 3x + 3\cos x = p$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p \text{ при } |p| > 10 \text{ решений нет.}$$

$$t^2 + 12t + 3 = 0$$

~~$$t = \frac{-12 \pm \sqrt{144-12}}{2} = \frac{-12 \pm \sqrt{132}}{2}$$~~

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$(2t+1)^2 \geq 0$$

$$p = -4 \Rightarrow x = \pi + 2\pi k \quad n \neq 2$$

$$p = 10 \Rightarrow x = 2\pi n$$

$$-4 + 6 - 3 - 3 = -4$$

тогда были реш

$$p \in [-4; 10]$$

$$4\cos^2 x + 6 \quad 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 - p = 0$$

$$2245 - 36 = 2209$$

$$\frac{2-4\sqrt{10}}{4} > -3$$

$$2-4\sqrt{10} > -12$$

$$\frac{14}{4} > \frac{4\sqrt{10}}{2\sqrt{10}}$$

$$\frac{2+4\sqrt{10}}{4} < 9$$

$$\begin{array}{r} \times 43 \\ 43 \\ + 129 \\ \hline 1729 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 42 \\ 42 \\ + 329 \\ \hline 108 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$4\sqrt{10} < 14$$

$$2\sqrt{10} < 7$$

$$40 < 40$$

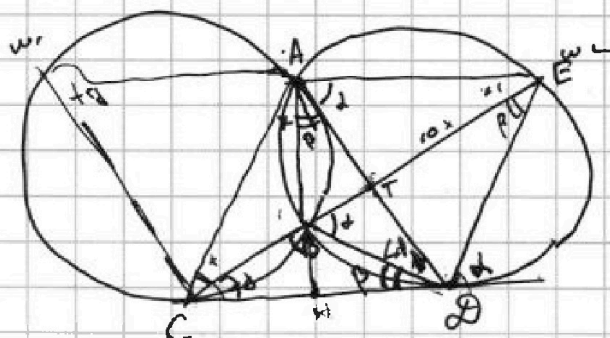


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CT}{TE} = \frac{3}{10} \quad | \quad \frac{ED}{CD} = ?$$

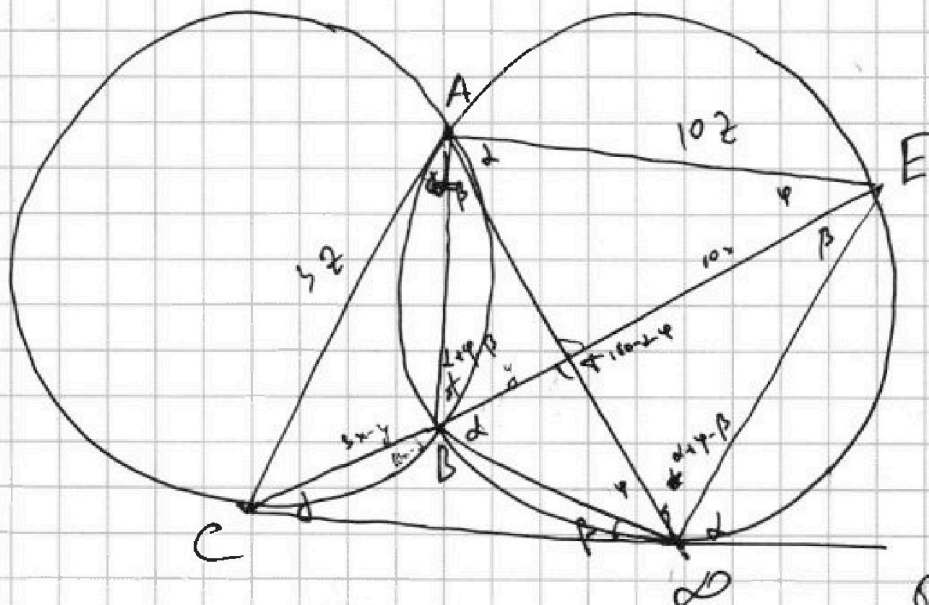
$$\triangle COB \sim \triangle COE$$

$$\frac{CO}{CE} = \frac{CB}{CO} \Rightarrow \frac{BO}{EO}$$

~~$$\frac{CO}{CE} = \frac{CB}{CO} \Rightarrow \frac{BO}{EO} = \frac{CO}{CE}$$~~

$$\frac{ED}{CD} = \frac{BO}{CO}$$

$$AT \cdot TD = BT \cdot 10x$$



$$\frac{CT}{ET} = \frac{3x}{10x}$$

$$CD^2 = 13x \cdot (3x - y)$$

$$60 - (13x - y) - 13x = 2x - y - 13x = -11x - y$$

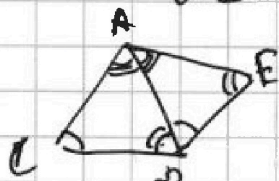
$$180 - 2y + 13x = 180$$

$$13x - 2y = 0$$

$$\frac{CT}{TE} =$$

~~$$\frac{CD}{DE} = \frac{AC}{CE} = \frac{AD}{AE} = \frac{AE}{AD}$$~~

$$\frac{AD}{AE} = \frac{CD}{DE} = \frac{AC}{CE} \Rightarrow$$



$$\frac{AD}{AE} = \frac{CD}{DE} = \frac{AC}{CE} \Rightarrow$$

$$AD^2 = AE \cdot AC = 30^2 \Rightarrow$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{107}{2\sqrt{30}} = \frac{10}{\sqrt{30}} \Rightarrow AD = 2\sqrt{30} = \frac{10 \cdot \sqrt{30}}{30} = \frac{\sqrt{30}}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 - p = 0$$

$$t_1 \cdot t_2 \cdot t_3 = t_1 + t_2 + t_3 = -\frac{3}{2} \quad t_2$$

$$t_1 \cdot t_2 + t_1 \cdot t_3 + t_2 \cdot t_3 = +\frac{3}{4}$$

$$t_1 + t_2 + t_3 = 3 + p \Rightarrow$$

$$t_2 + t_3 + t_1 \left(-\frac{3}{2} - t_1 \right) = \frac{3}{4}$$

$$t_1 + t_2 + t_3 = 3 + p$$

$$\frac{3+p}{t_1} + t_1 \left(-\frac{3}{2} - t_1 \right) = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3+p}{t_1} - t_1 \left(\frac{3}{2} + t_1 \right) = \frac{3}{4}$$

$$3+p - t_1^2 \left(\frac{3}{2} + t_1 \right) = \frac{3}{4} t_1$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = 0$$

~~$$-4t^3 - 6t^2 - 3t + 3 = 0$$~~

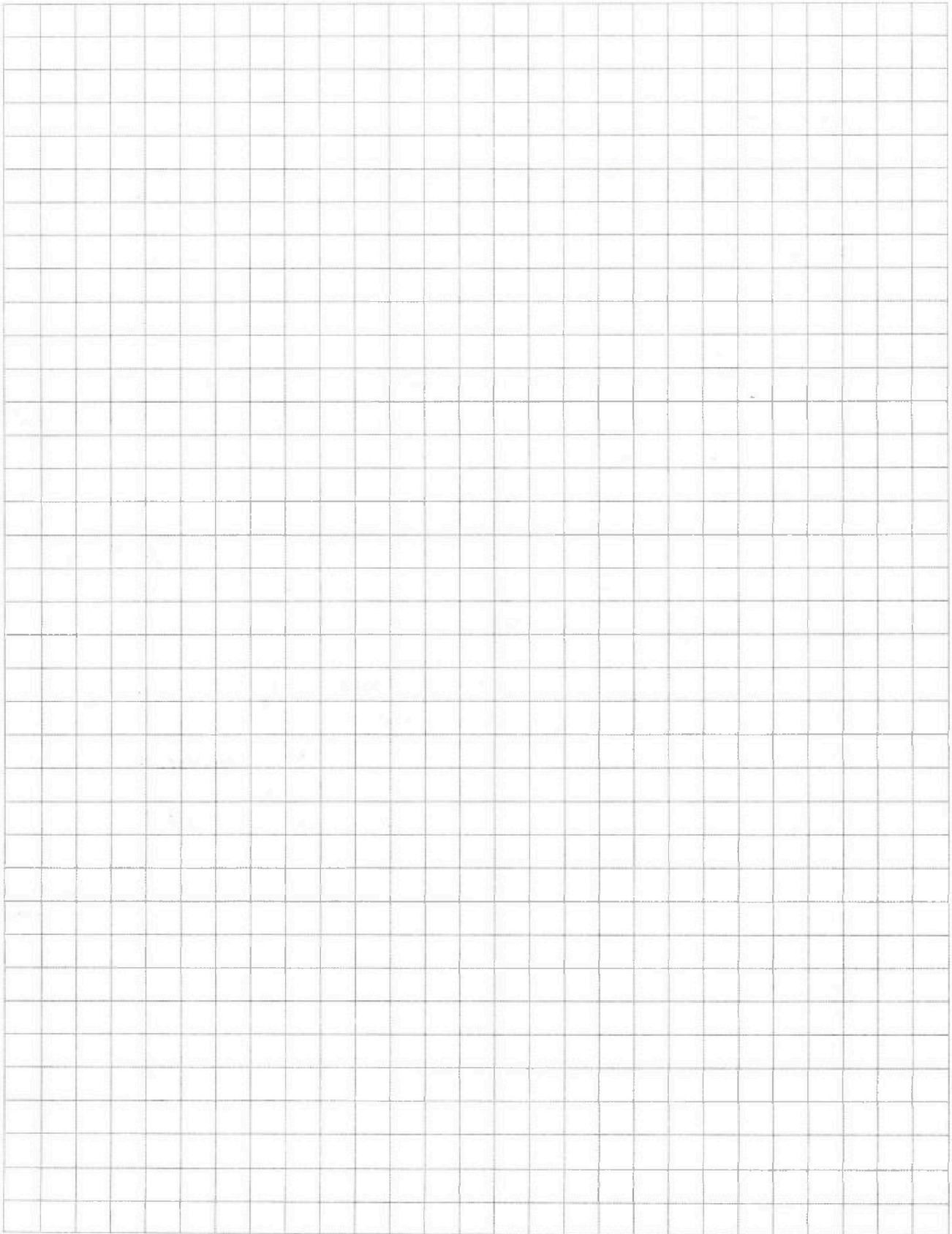


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y+1| + 3|y-12|$$

1) $y < -1$

$$-y-1-3y+36 = 35-4y \rightarrow 39 \quad \times$$

2) $y \in (-1; 12)$

$$\in (13; 35)$$

$$y+1-3y+36 = 37-2y$$

3) $y > 12$: $y+1+3y-36 = 4y-35 \rightarrow 13$

$$\begin{aligned} (x+1)(4-x) &= \\ 4x-x^2+12-3x &= \\ \sqrt{1-x^2+x+12} &= f \end{aligned}$$

Решение - $y=12$.

$$13 = \sqrt{169-71} \quad \Delta$$

$$169 = 169 - 71 \rightarrow 7 = 10 \quad | \quad y=12$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2} - 5$$

$$x+3+4-x - 2\sqrt{(x+1)(4-x)} = 4(12+x-x^2) - 20\sqrt{12+x-x^2} + 25$$

$$7-2\sqrt{\dots} = 4$$

$\sqrt{x+3}$	$\sqrt{4-x}$
$x+3$	$4-x$
$2x$	1

$$> 0 \text{ при } \left[x > \frac{1}{2} \right]$$

$$\sqrt{12+x-x^2} > \frac{5}{2}$$

$$12+x-x^2 > \frac{25}{4}$$

$$48+4x-4x^2 > 25$$

$$4x^2-4x-23 > 0$$

$$\Delta = 4+92 = 96 = 16 \cdot 6 = 4\sqrt{6}$$

$$x_1 = \frac{2+4\sqrt{6}}{4}$$

$$x_2 = \frac{2-4\sqrt{6}}{4}$$

$$\frac{2+4\sqrt{6}}{4} > \frac{1+\sqrt{10}}{2}$$

$$x > 1+\sqrt{10}$$

$$\frac{2-4\sqrt{6}}{4}$$

$$\frac{2+4\sqrt{6}}{4}$$

$$x \in \left(\frac{2-4\sqrt{6}}{4}; \frac{2+4\sqrt{6}}{4} \right)$$

$$x = \left(\frac{2-4\sqrt{6}}{4}; \frac{1}{2} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$a_{13} = 5-x$$

$$a_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$(x+1) \neq 0$$

Пусть d - знамен. прогрессии:

$$a_7 = a_1 \cdot d^6$$

$$a_{13} = a_1 \cdot d^{12}$$

$$a_{15} = a_1 \cdot d^{14}$$

$$\Rightarrow 1) \frac{a_{15}}{a_7} = d^8; \quad 2) \frac{a_{15}}{a_{13}} = d^2$$

$$1) d^8 = \sqrt{\frac{(13x-35)(x+1)}{(x+1)^3}} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^2}} = \frac{\sqrt{13x-35}}{(x+1)}$$

Тогда $x \neq \frac{35}{13}; x \neq -1$
 $a_7 = 0; a_{15} = 0$

$$d^8 = (x+1)^2 \Rightarrow d^4 = x+1$$

$$2) d^2 = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x} \Rightarrow d^4 = \frac{(13x-35)(x+1)}{(5-x)^2} = x+1$$

Т.к. $x+1 \neq 0$ можно сократить

$$13x-35 = (5-x)^2$$

$$25 - 10x + x^2 - 13x + 35 = 0$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$x = 20 \quad ; \quad \text{При } x=20 \quad a_7 > 0; a_{15} > 0; a_{13} < 0$$

$$x = 3 \quad \text{При } x=3 \quad a_7 > 0; a_{15} > 0; a_{13} > 0$$

Ответ: $x=20; x=3$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$a_1 = a_{15} = 5-x$$

$$a_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$\frac{a_{15}}{a_7} = \frac{a_7 \cdot d^7}{a_7} = d^7$$

$$\frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)} \cdot (x+1)^5}{(13x-35)} = (x+1)^2$$

~~$$a_{15} = a_1 \cdot d^{14}$$

$$a_{13} = a_7 \cdot d^6$$~~

$$\frac{a_{15}}{a_1} = d^2 =$$

~~$$d^7 = (x+1)^2$$

$$\frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x} = (x+1)^4$$

$$\frac{(13x-35)(x+1)^6}{(5-x)^2} = (x+1)^4$$

$$(13x-35)^6 = (5-x)^7$$~~

$$a_7 = a_1 \cdot d^6$$

$$a_{13} = a_1 \cdot d^{12}$$

$$a_{15} = a_1 \cdot d^{14}$$

$$\frac{a_{15}}{a_7} = d^8 = (x+1)^2 \Rightarrow d^4 = (x+1)$$

$$d^2 = \frac{a_{15}}{a_1} = d^2 = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x} =$$

$$\frac{(13x-35)(x+1)}{(5-x)^2} = (x+1)$$

1) $x = -1$ ✓

2) $x \neq -1$:

$$\frac{13x-35}{(5-x)^2} = x+1$$

$$13x-35 = (5-x)^2$$

$$13x-35 = 25-10x+x^2$$

$$0 = x^2-23x+60=0$$

$$x=20; x=3$$

~~$$13x-35 = (25-10x+x^2)(x+1)$$~~

$$13x-35 = 25x+25-10x^2-10x+x^3+x^2 =$$

$$0 = x^3-9x^2+2x+60=0$$