



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$9 = \sqrt{\frac{81}{9}} \cdot \sqrt{9}$$

верно

ответ: -1; 5

$$3 = \sqrt{\frac{-9}{-64}} \cdot 8$$

верно

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$g^4 + 7 = \sqrt{15g^4 + 57}$$

$\begin{cases} g^4 + 7 \geq 0 \end{cases}$ - всегда верно

$$\begin{cases} g^8 + 14g^4 + 49 = 15g^4 + 57 \end{cases}$$

$$g^8 - 2g^4 - 2 = 0$$

-1 - не может быть

$$g^4 = 2 \Rightarrow g^4 = 2 \quad g = \sqrt[4]{2} \Rightarrow x = 2 + 3 = 5$$

Случай 2.2 $x = -g^4 + 3$

$$(2): -g^4 + 7 = \sqrt{\frac{-15g^4 + 45 + 6}{(-g^4)^3}} \cdot g^6$$

$$-g^4 + 7 = \sqrt{15g^4 - 57}$$

$$\begin{cases} -g^4 + 7 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} g^8 - 14g^4 + 49 = 15g^4 - 57 \end{cases}$$

$$\begin{cases} g^4 \leq 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} g^8 - 29g^4 + 100 = 0 \end{cases}$$

$$g^4 = \begin{cases} 4 \Rightarrow x = -4 + 3 = -1 \\ 25 \end{cases}$$

$x = -25 + 3 = -22$
не подходит

Проверка:

$$x = 5 \quad g = \sqrt[4]{2}$$

$$g = \sqrt{\frac{15 \cdot 5 + 6}{2^3}} \cdot 2^{\frac{6}{4}}$$

$$\sqrt{(15 \cdot 5 + 6)(5 - 3)} = (5 + 4) \cdot 2^{\frac{2}{4}}$$

$$x = -1 \quad g = \sqrt[4]{2}$$

$$3 = \sqrt{\frac{-15 + 6}{(-4)^3}} \cdot 2^{\frac{3}{4}}$$

$$\sqrt{(-15 + 6)(-4)^3} = 3 \cdot 2^{\frac{3}{4}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть a_i - i член прогрессии

и q - знаменатель прогрессии

Тогда $a_{10} = a_4 \cdot q^6$; $a_{12} = a_{10} \cdot q^2$

083

$$(15x+6) \cdot (x-3) \neq 0$$

$$\begin{cases} x+4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot q^6 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{15x+6}{(x-3)^2} \sqrt{(15x+6)(x-3)} = (x+4) \cdot q^2 & (1) \end{cases}$$

$$\frac{15x+6}{x-3} = \frac{15x+6}{x-3} \cdot \frac{x-3}{x-3} = \frac{15x+6}{x-3}$$

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot q^6 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{q^2} \quad | \cdot q^2$$

$$\sqrt{(15x+6)(x-3)} \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{(x-3)^4}} \cdot q^8 - 1 \right) = 0$$

$$\sqrt{(15x+6)(x-3)} \cdot \left(\frac{1}{(x-3)^2} \cdot q^8 - 1 \right) = 0$$

случай 1: $x = -\frac{2}{5}$

Из (1): $0 = \left(4 - \frac{2}{5}\right) \cdot q^2 \Rightarrow q = 0$ так не бывает

случай 2: $\frac{1}{(x-3)^2} \cdot q^8 = 1$

$$q^8 = (x-3)^2$$

$$x-3 = \pm q^4 \quad x = \pm q^4 + 3$$

случай 2.1: $x = q^4 + 3$

$$(2): \quad q^4 + 7 = \sqrt{\frac{15q^4 + 45 + 6}{(q^4)^3}} \cdot q^6$$

$$q^4 + 7 = \sqrt{15q^4 + 51}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда $y = 35 \quad \sqrt{225 - 2^2} = 15 \Rightarrow z = 0$

(7): $\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-0} + 6 = 2\sqrt{35 - 2x - x^2 + 0}$

~~$\sqrt{x+7} + 6 = \sqrt{2(-x^2 - 2x + 35)} + \sqrt{5-x}$~~

~~$x+7 + 36 + 12\sqrt{x+7} = -4x^2 - 8x + 140 + 5-x + 4\sqrt{2x^2 - 2x + 35} + \sqrt{5-x}$~~

~~$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{-(x+1)^2 + 36} + \sqrt{5-x}$~~

~~Вывод 1: $x \geq -1$~~

~~$\sqrt{x+7}$ и $2\sqrt{-(x+1)^2 + 36}$ — это возрастающая и убывающая функции~~

~~$\sqrt{5-x}$~~

~~Тогда максимум 1 корень~~

Пусть $t = x+1$

~~$\sqrt{t+6} + 6 = 2\sqrt{6-t} - \sqrt{6-t} + \sqrt{6-t}$~~

~~$2\sqrt{t+6} - \sqrt{6-t} + \sqrt{6-t} - \sqrt{t+6} - 6 = 0$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N3 \quad \cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 = p$$

Пусть $f(t) = t = \cos x \quad -1 \leq t \leq 1$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p$$

Пусть $f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 3(4t^2 - 4t + 1) = 3(2t-1)^2 \geq 0$$

т.к. $2t-1 \neq 0$

$f(t)$ - всегда возрастает:

минимум при $t = -1 \quad f(-1) = -4 - 6 - 3 + 3 = -10$

максимум при $t = 1 \quad f(1) = 4 - 6 + 3 + 3 = 4$

Тогда $p \in [-10; 4]$ - при этих p есть ~~хотя бы~~ хотя бы одно решение.

при $p = -10; 4$ 1 серия решений

при $p \in (-10; 4)$ 2 серии решений

ответ: при $p = -10, 4$ 1 серия решений

при $p \in (-10; 4)$ 2 серии решений



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Центральная симметрия: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Можно разбить прямоугольник

на 2 по 150×100 поставить закрасить

4 клетки в первом; каждой клетке

в первом можно однозначно сопоставить

клетку во втором что бы сохранилась

симметрия тогда способов $C_{15000}^4 = 15000 \cdot 14999 \cdot 14998 \cdot 14997$

~~Способов~~

2) Симметрия относительно горизонтальной средней линии: аналогично первому

случаю разовьём прямоугольник на

2 по 75×200 : (способов: C_{15000}^4)

3) Симметрия вертикальная средняя линия:

Аналогично 1 и 2 прямоугольники 150×100

способов C_{15000}^4

4) 2 симметрии сразу: заметим, что если клетки симметричны ~~на~~ какими-то двумя способами, то они симметричны и третьим.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Газовый прямоугольник на 4
по 75×100 чтобы выполнялись 3
симметрии каждой точкой клетки в
первоначальном прямоугольнике должны соответствовать 3 клетки в зигзагообразных
ках (соответствие однозначное) Тогда
Есть способов C_{7500}^2

При 1, 2, 3 симметрии мы посчитали
каждую симметрию по 2 раза Тогда
Итого способов

$$3 \cdot C_{75000}^1 - 5 \cdot C_{75000}^2$$

$$\text{ответ: } 3 \cdot C_{75000}^1 - 5 \cdot C_{75000}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a, b т.к. $\text{mod } 3$: $x \ x^2$ p -простое число

0	0	$1 \equiv 1^2$	(1) $a \neq b$
1	1	$4 \equiv 2^2$	(2) $a - b \not\equiv 3$
2	2	$8 \equiv 2^2$	(3) $(a-c)(b-c) = p^2$

(4) $(\text{mod } 3) \ a + b \equiv 1$ ~~$\equiv 1$~~ (4) $a^2 + b^2 = 820$

Случай 1: $a \equiv 0$ тогда $b \equiv 1$

(3): $(a-c)(b-c) \equiv -c(1-c) = c^2 - c \equiv c - c = 0$

Тогда $p^2 \equiv 0 \Rightarrow p = 3 \quad (a-c)(b-c) = 9$

Рассмотрим случаи:

$a-c \quad b-c$

1 9 $\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=9 \end{cases} \Rightarrow b-a=8$ но $a \neq b$ из (1)

3 3 $\begin{cases} a-c=3 \\ b-c=3 \end{cases} \Rightarrow b-a=0$ но $a \neq b$

9 1 $\begin{cases} a-c=9 \\ b-c=1 \end{cases} \Rightarrow b-a=-8 \quad a = b+8$

-1 -9 $\begin{cases} a-c=-1 \\ b-c=-9 \end{cases} \Rightarrow b-a=-8 \quad a = b+8$

-3 -3 $\begin{cases} a-c=-3 \\ b-c=-3 \end{cases} \Rightarrow b-a=0$ но $a \neq b$

-9 -1 $\begin{cases} a-c=-9 \\ b-c=-1 \end{cases} \Rightarrow b-a=8 \quad b = a+8$ но $a \neq b$

Случай 2: $a \equiv 1$ тогда $b \equiv 0$

Этот случай аналогичен 1 если поменять местами a и b Итого случай тогда $a = b+8$

Случай 3 $a \equiv 2$ тогда $b \equiv 2$ но из (2) $a - b \not\equiv 3$!!

Противоречие.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Итого всех случаев: $a = b + 8$

при $b > 0$ ~~если b~~

при $0 < b < 28$ $a + b^2 \leq 8 + 27 + 27^2 = 225 + 35 < 870$

$b = 28$ ~~$28 + 8 + 9$~~ $28 + 8 + 28^2 = 284 + 36 = 820$

подходит ~~нет~~

при $b \geq 29$ $a + b^2 \geq 29 + 8 + 841 \geq 870$

при $-28 \leq b \leq 0$ $a + b^2 \leq -28 + 8 + 284 < 870$

при $b = -29$ $-29 + 8 + 841 = 870$

подходит

при $b \leq -30$ $a + b^2 > -30 + 8 + 900 > 870$

Итого $(a, b) = (36, 28); (-29, -29)$

(3): случай 1: $(36 - c)(28 - c) = 9$

$$c^2 - 64c + 36 \cdot 28 - 9 = 0$$

$$c^2 - 64c + 999 = 0$$

$$c = \begin{cases} 37 \\ 27 \end{cases}$$

случай 2: $(-27 - c)(-29 - c) = 9$ $(c + 27)(c + 29) = 9$

$$c^2 + 56c + 609 = 0$$

$$c = \begin{cases} 27 \\ 27 \end{cases}$$

Проверка не нужна т.к.
все корни все удовлетворяют

ответ: $(36, 28, 27); (36, 28, 37); (-27, -29, 27); (-27, -29, 29)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



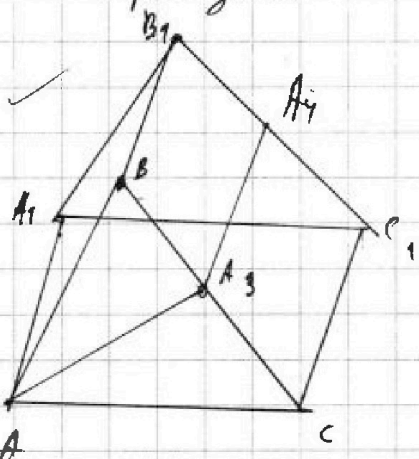
- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть призма

$ABC A_1 B_1 C_1$



$$S_{A_1 B_1 BC} = 4$$

$$S_{A_1 C_1 CA} = 4$$

$$S_{B_1 C_1 CB} = 5$$

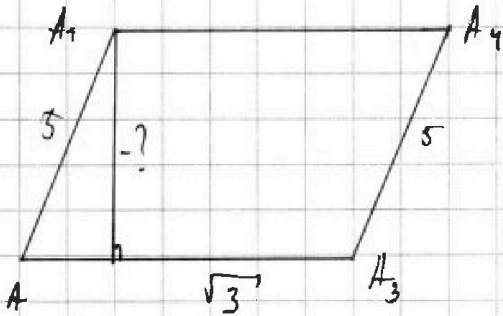
AA_3 медиана в ABC

$$S_{B_1 C_1 CB} = 5 = BC \cdot A_3 A_4 \cdot \frac{1}{2}$$

$$A_3 A_4 = 5$$

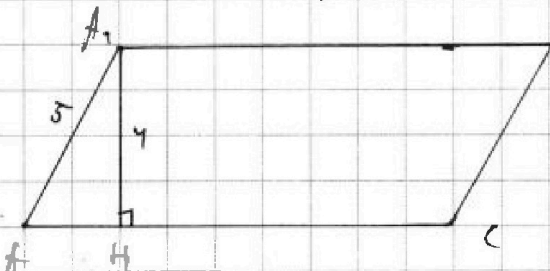
По формуле ~~медианы~~ высоты

$$\text{в } \triangle ABC \quad AA_3 = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$$



Призма симметрична относительно

AA_3 т.к. $S_{ABB_1 A_1} = S_{ACC_1 A_1}$



$$A_1 H = \frac{2S}{AC} = 4$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-37} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+7} & (1) \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} & (2) \end{cases}$$

$$(2): (y-20)^2 + 4(y-35)^2 + 4|y-20||y-35| = 225-z^2$$

$$y^2 - 40y + 400 + 4y^2 - 280y + 55^2 + 4|y-20||y-35| = 225-z^2$$

$$5y^2 - 320y + 1400 + 4|y-20||y-35| = -z^2$$

(левая часть)

(2): случай 1. $y < 20$

$$-y + 20 - 2y + 20 = -3y + 40$$

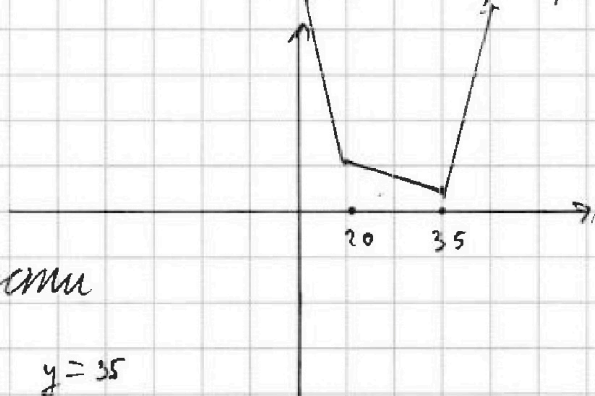
случай 2: $20 \leq y < 35$

$$y - 20 - 2y + 20 = -y$$

случай 3. $35 \leq y$

$$3y - 90$$

Схематичный график:



Минимум левой части

достигается при $y = 35$

$$\text{Тогда (2): } 15 + 2 \cdot 0 \leq |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \quad \sqrt{225} = 15$$

т.к. $z^2 \geq 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{-(x+1)^2+36} + \sqrt{5-x}$$

$$\begin{aligned} -(x+1)^2+36 &\geq 0 \\ 36 &\geq (x+1)^2 \\ -6 &\leq x+1 \leq 6 \\ -7 &\leq x \leq 5 \end{aligned}$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p$$

$$-70 \leq p \leq 70 \quad -7 \leq x \leq 5$$

$$1053x + 6 \cos x - 3 \cos 2x = p$$

$$4t^2 - 4t + 1 \quad (2t-1)(2t+1) \quad -7 \leq x \leq 5$$

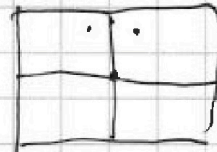
$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = 3t(-2t+1) + 4t^3 + 3$$

$$0 < 4t^3 + 6 = 0 < 6 + 6 < 12$$

$$2t^2(2t-3) + 1,5(2t-3) + 4,5 + 3$$

$$6 < 4t^3 \quad 6 < 4t^3$$

$$(2t-3)(2t^2+7,5) = p \approx 7,5$$

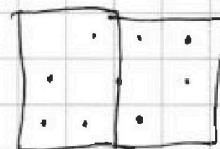
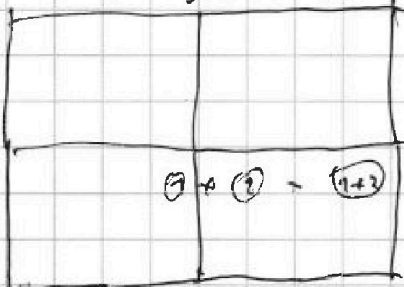


$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 6 \cos^2 x - 3 + p$$

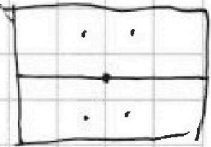
$$4 \cos^3 x - 6 \cos^3 x + 3 \cos x + 3 = 0$$

$$4x^2 + 70x + 36 - 70 \cdot 5 + 72\sqrt{x+7} = 4\sqrt{17}$$

15x20
3x7



$$\frac{15 \cdot 20 - 2 \cdot 2}{8 \cdot 7 \cdot 5} = 4$$

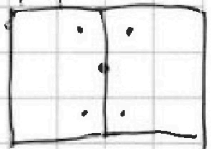


$$150 \cdot 200 + (150 \cdot 200 - 2)$$



$$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{-(x+1)^2+36} + \sqrt{5-x}$$

$$\begin{aligned} 4: \sqrt{17} + 6 &= 2\sqrt{21} + 1 \\ \sqrt{17} + 5 &= 2\sqrt{21} \\ 3 < 8 & \quad 3 < 8 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 1: 3 \times 6 &= 2\sqrt{36-9} + \sqrt{3} \\ 9 &= 6\sqrt{3} + \sqrt{3} \\ 9 &= 7\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3: \sqrt{20} < 6 &= 2\sqrt{20} < \sqrt{2} \\ \sqrt{20} < 6 &= 4\sqrt{5} + \sqrt{2} \\ 2 < x < 4 \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x \geq -7 \\ x + 3 \leq 5 \\ (x+1)^2 \leq y + z + 1 \\ -15 \leq z \leq 15 \end{cases}$$

$$-7 + 3 \leq 5$$

$$x \leq 2$$

$$z \leq 5$$

$$x \leq 2$$

$$x \leq 2$$

$$-x \leq 2$$

$$-15 \leq z \leq 15$$

$$y \geq -5$$

$$0 \leq y - 15 \leq 1 \quad 0 \leq y + 4 \leq 1$$

$$y \geq 24$$

$$y \leq -8$$

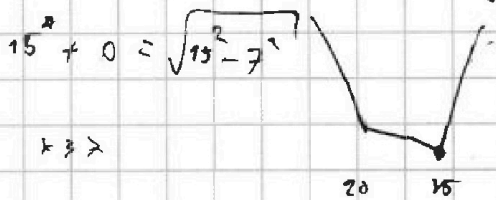
$$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{y - (x+1)^2 + 1 + z} + \sqrt{5 - x - 3z}$$

$$|y - 20 + 2|z - 35| = \sqrt{25 - z^2}$$

$$\begin{cases} y \geq 35 \\ 3y - 90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20 \leq y \leq 35 \\ y - 20 - 2|z - 35| \\ -y + 50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5 \leq y \leq 20 \\ -3y + 90 \end{cases}$$



$$x \geq 2$$

$$36$$

$$\sqrt{-2x - 1 + 36}$$

$$\begin{cases} 5 - x \geq 0 \\ x \leq 5 \\ -2 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

$$x \leq -7$$

$$\sqrt{6} = 6 \quad 6$$

$$5 \leq x$$

$$0 + 6 = 6 + 0$$

$$\sqrt{6} + 6 \geq 6 \geq 0$$

$$3: \sqrt{70} + 6 = 2\sqrt{20} + \sqrt{2}$$

$$4: \sqrt{15} + 6 \geq 2\sqrt{77} + 1$$

$$1: 2\sqrt{2} + 6 = 2\sqrt{32} + 4$$

$$2\sqrt{2} + 6 = 8\sqrt{2} + 4$$

$$2 = 6\sqrt{2}$$

$$0: \sqrt{2} + 6 = 2\sqrt{35} + \sqrt{3}$$

$$5: 2\sqrt{3} + 6 = 2 \cdot 0 + 0$$

$$-1: \sqrt{6} + 6 = 12 + \sqrt{6}$$

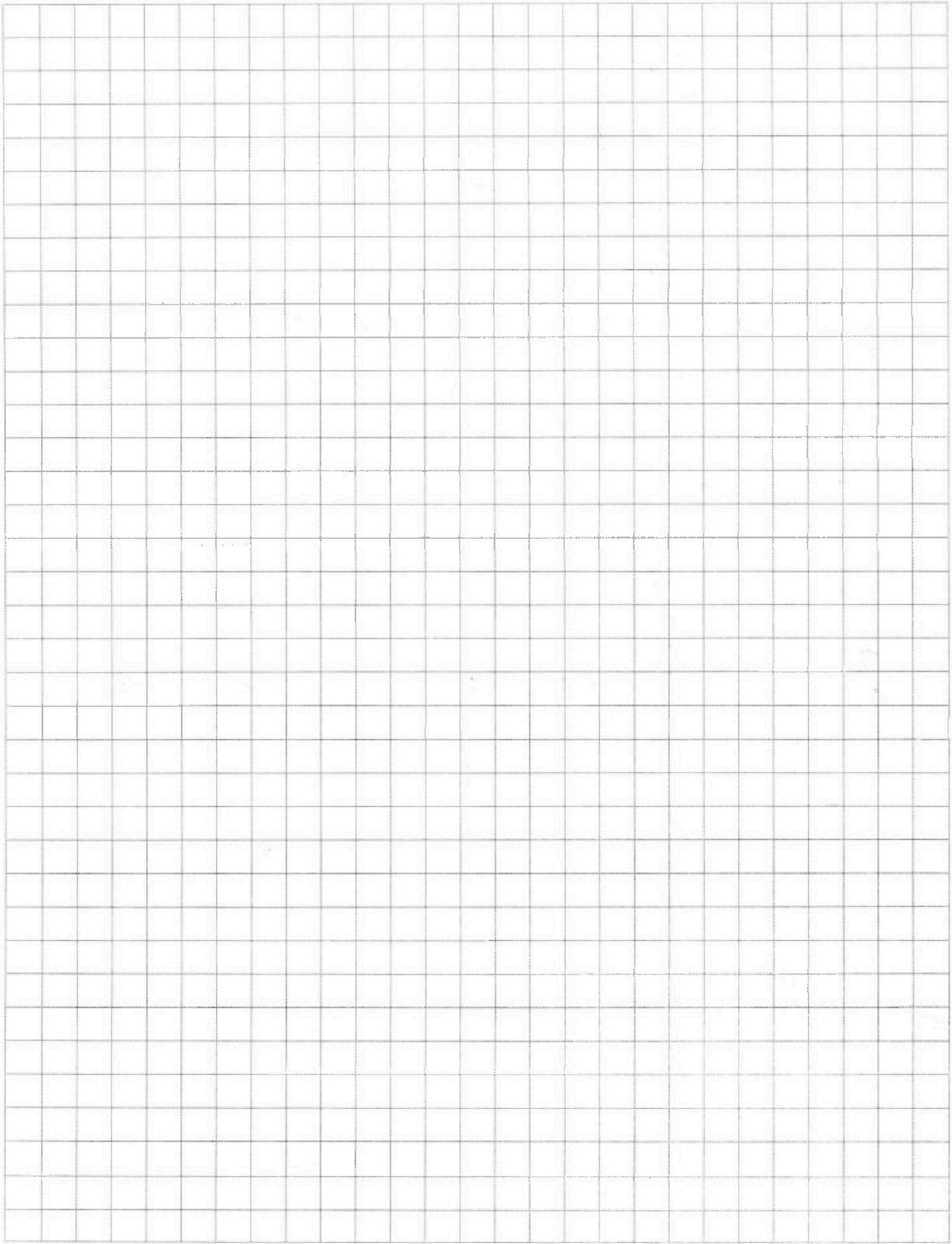


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проясняется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$q_4 = \sqrt{\frac{25x+6}{(x-3)^3}}$$

$$q_{10} = x+4$$

$$q_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$q_{10} = q_4 \cdot q^6$$

$$x+4 = \frac{\sqrt{15x+6}}{x-3}$$

$$q_{12} = q_{10} \cdot q^2$$

$$\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$$

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\cos(x+2x) = \cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x =$$

$$= \cos x (\cos 2x - \sin x \cdot 2 \cdot \sin x) = \cos x (2\cos^2 x - 1 - 2(1 - \cos^2 x)) =$$

$$= \cos x (2\cos^2 x - 1 - 2 + 2\cos^2 x) = \cos x (4\cos^2 x - 3) = \cos x (2\cos^2 x - 3\cos x)$$

$$CT = 8x \quad T = 25x$$

$$\pm q^4 = \frac{1}{2}x - 3$$

$$x = \pm q^4 + 6$$

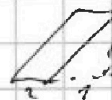
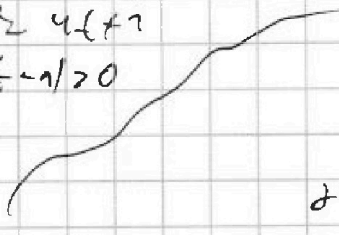
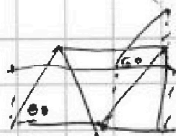
-1

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p$$

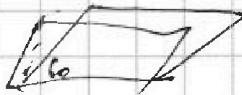
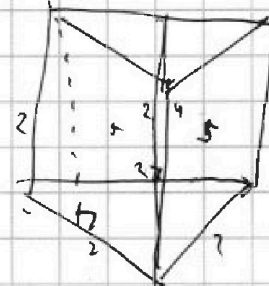
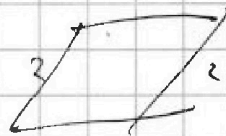
$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$$

$$4t^2 - 4t + 1$$

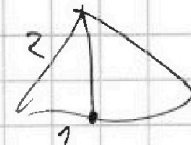
$$(2t-1)^2 > 0$$



$$d = a \sin \frac{\pi}{5}$$



$$\begin{array}{r} 29 \\ \sqrt{21} \\ \hline 29 \\ 69 \\ \hline 609 \\ 203 \cdot 3 \\ 29 \cdot 2 \cdot 3 \\ 29 \cdot 21 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4 \cos^2 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 3(2 \cos^2 x - 1) + p \quad 3 \text{ п.к.}$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 - p = 0 \quad x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p = 0 \quad f(x) = 2\sqrt{-(x+1)^2 + 36} + \sqrt{5-t} - \sqrt{4x^2-6}$$

$$15y^4 + 57$$

$$x+1=t$$

$$\sqrt{t+6} + 6 = 2\sqrt{36-t^2} + \sqrt{6-t}$$

$$\cos 3x + 6 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 - p = 0 \quad \sqrt{t+6} + 6 = 2\sqrt{36-t^2} + \sqrt{6-t}$$

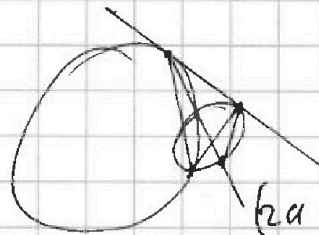
$$(15 - 7)(15 + 7) \begin{array}{r} \times 35 \\ \hline + 175 \\ \hline 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$

$$(x^2 - 1) \rightarrow$$

$$(x^2 + 1) \rightarrow 1 + y^2$$

$$2ab + b - a - 6 \geq 0$$

$$b(2a+1)$$



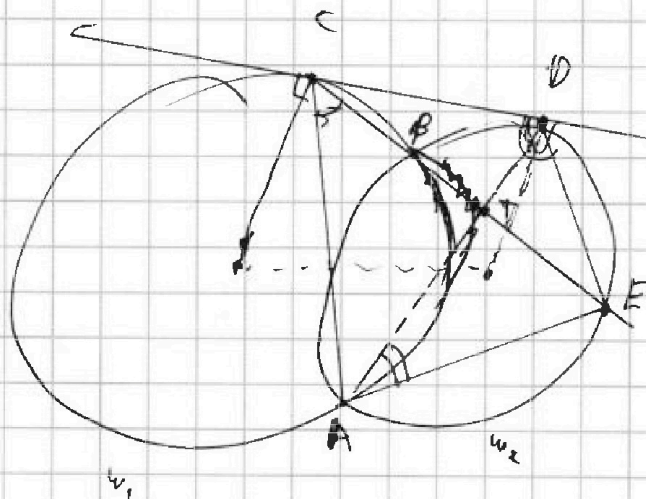
$$t \in [-6; 6]$$

$$(2a+1)(b - \frac{3}{2})$$

$$2ab + b - a + \frac{1-b}{2} \geq 0 \rightarrow$$

$$= -\frac{1}{2} - b$$

$$(2a+1)(b - \frac{1}{2}) \geq -\frac{12}{2}$$



$$\frac{CT}{ET} = \frac{9}{25}$$

$$(2a+b+1)(b+1)$$

$$2ab + b^2 \quad t := t+6$$

$$2\sqrt{t+12} \cdot \sqrt{t+6} + \sqrt{t+6} - \sqrt{4t^2-6} \geq 0$$

$$2ab + a - b - 6 \geq 0$$

$$29(2(ab-6) + a - b) \geq 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

