



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$, двенадцатый член равен $2 - x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
(ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть первый член прогрессии равен b_1 ,

а разность равно q , тогда $b_{10} = b_1 q^9 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$

$$b_{12} = b_1 q^{11} = 2-x, \quad b_{18} = b_1 q^{17} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

Умножим:

$$\begin{cases} b_1 q^9 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \\ b_1 q^{11} = 2-x \\ b_1 q^{17} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} (25x+34)(3x+2) \geq 0 \\ \frac{25x+34}{(3x+2)^3} \geq 0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} x \in (-\infty; -\frac{2}{3}] \cup [-\frac{34}{25}; +\infty) \\ x \in (-\infty; -\frac{2}{3}) \cup [-\frac{34}{25}; +\infty) \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; -\frac{2}{3}) \cup [-\frac{34}{25}; +\infty)$$

$$\frac{b_1 q^{17}}{b_1 q^9} = q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} = \sqrt{\frac{1}{(3x+2)^4}} = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$q^8 = \frac{1}{(3x+2)^2} \Rightarrow q = \frac{1}{\sqrt[4]{3x+2}}, \quad x \in (-\infty; -\frac{2}{3}) \cup [-\frac{34}{25}; +\infty),$$

$$\text{значит } |3x+2| = -(3x+2), \quad \text{т.е. } q = \frac{1}{\sqrt[4]{-(3x+2)}} \quad (1)$$

$$\frac{b_1 q^{11}}{b_1 q^9} = q^2 = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} \quad (2)$$

$$\text{Из (1) и (2) имеем } \left(\frac{1}{\sqrt[4]{-(3x+2)}} \right)^2 = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} ;$$

$$\frac{1}{\sqrt{-(3x+2)}} = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} \Rightarrow \sqrt{3x+2} \sqrt{25x+34} = (2-x) \sqrt{-(3x+2)}$$

$$\sqrt{(3x+2)(25x+34)} = \sqrt{-(3x+2)(4-4x+x^2)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (3x+2)(25x+34) = (3x+2)(4x-4-x^2) \\ (3x+2)(25x+34) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (3x+2)(25x+34-4x+4+x^2) = 0 \\ x \in \mathbb{O} \mathbb{D} \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ x^2 + 21x + 38 = 0 \\ x \in \mathbb{O} \mathbb{D} \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ x = -2 \\ x = -19 \\ x \in \mathbb{O} \mathbb{D} \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$$

Ответ: $-2; -19$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} \\ |y+2| + 2|y-13| = \sqrt{400-z^2} \quad (**) \end{cases}$$

$$(**) \quad |y+2| + 2|y-13| = \sqrt{400-z^2}$$

$$0 \leq 400 - z^2 \leq 400$$

$$0 \leq \sqrt{400 - z^2} \leq 20$$

$$\text{или } y \leq -2$$

$|y+2| + 2|y-13| \geq 40 > 20$, т.е. равенство не может быть выполнено

$$\text{или } y \in [-2; 13]$$

$$|y+2| + 2|y-13| = y+2+2y+36 = 38-y \geq 38-13 = 20$$

т.е. равенство выполнено или $\begin{cases} |y+2| + 2|y-13| = 20 \\ \sqrt{400-z^2} = 20 \end{cases}$

$$\text{т.е. или } \begin{cases} y = 13 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\text{или } y \geq 13$$

$|y+2| + 2|y-13| > 20$, т.е. равенство не может быть выполнено.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Умно получаем

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z+7} = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}$$

$y=18$
 $z=0$

Т.е. получаем систему $\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x+7} = 2\sqrt{(x+6)(3-x)} \\ y=18 \\ z=0 \end{cases}$

$$(*) \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7$$

$$x+6 - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} + 3-x = 4(x+6)(3-x) - 28\sqrt{(x+6)(3-x)} + 49$$

$$\sqrt{(x+6)(3-x)} = t$$

$$9 - 2t = 4t^2 - 28t + 49$$

$$4t^2 - 26t + 40 = 0$$

$$2t^2 - \frac{13}{2}t + 20 = 0$$

$$D = (-13)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 20 = 169 - 160 = 9$$

$$t = \frac{13 \pm 3}{4}$$

$$t = \frac{5}{2} \quad \text{или} \quad t = 4$$

$$\begin{cases} \sqrt{(x+6)(3-x)} = 4 \\ \sqrt{(x+6)(3-x)} = \frac{5}{2} \\ x \in [-6; 3] \end{cases}$$

$$\begin{cases} 18 - 3x - x^2 = 16 \\ 18 - 3x - x^2 = \frac{25}{4} \\ x \in [-6; 3] \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 2 = 0 \\ 4x^2 + 12x - 47 = 0 \\ x \in [-6; 3] \end{cases}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 2}}{2}$$
$$\begin{cases} x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 4 \cdot 4 \cdot 47}}{2} \\ x \in [-6; 3] \end{cases}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$
$$\begin{cases} x = -6 \pm \sqrt{36 + 4 \cdot 47} \\ x \in [-6; 3] \end{cases}; \quad \begin{cases} x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \\ x = -6 \pm \sqrt{224} \\ x \in [-6; 3] \end{cases}$$

т.к. $\sqrt{17} \approx 4$, $\sqrt{224} \approx 15$, то $x = -6 \pm \sqrt{224} \notin [-6; 3]$

Итого $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

Ответ: $(\frac{-3 + \sqrt{17}}{2}; 13; 0)$ или $(\frac{-3 - \sqrt{17}}{2}; 16; 0)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$\begin{aligned} \cos 3x &= 4 \cos^3 x - 3 \cos x \\ \cos 2x &= 2 \cos^2 x - 1 \end{aligned} \quad , \quad \text{тогда}$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 12 \cos^2 x - 6 + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

или $p = 0$:

$$4 \cos^2 x + 4 \cos x + 1 = 0$$

$$(2 \cos x + 1)^2 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2}; \quad x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \quad n \in \mathbb{Z}$$

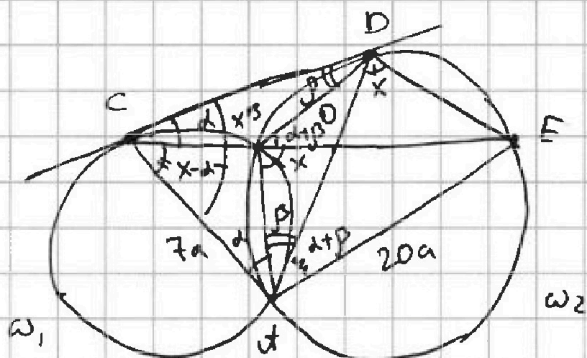
в этом углу



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Пусть $\angle D \cap CE = 0$,
Тогда по условию
 $\angle O : OE = 7 : 20$

2) Обозначим $\angle BCD = \alpha$; $\angle CDB = \beta$, тогда
по св-ву угла между касательной и хордой
 $\angle AOC = \angle DCB = \frac{1}{2} \angle CDB = \alpha$ и $\angle CDB = \angle ODB = \frac{1}{2} \angle DOB = \beta$,
т.е. получаем, что $\angle CAD = \alpha + \beta$

3) $\angle DBE = \alpha + \beta$ как внешний угол в $\triangle CBD$,
и также $\angle DBE = \angle DAE$ как вертикальные,
отсюда следует не 1 шаг, т.е. $\angle DAE = \alpha + \beta$

4) Пусть $\angle DOE = x$, тогда $\angle ODE = \angle OED = x$
т.к. они вертикальные, опирающиеся на 1 шаг

5) $\angle OCB \neq \angle CAD = \angle ODE$, т.к. $\angle ADE$ внешний в
 $\triangle DCB$, значит $\angle DCB = x - \alpha$

6) $\angle OCD = \angle OCB + \angle BCD = x - \alpha + \alpha = x$, т.е. $\angle OCD = \angle ODE$

7) П.к. $\angle CAO = \angle DAE = \alpha + \beta$, то AO - биссектриса
в $\triangle CAE$, а значит и т. о. - биссектриса



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{AC}{AO} = \frac{AE}{EO}, \text{ так как } \angle CAD = \angle DAE \text{ и } \angle ACD = \angle ADE, \text{ то}$$

$$AC = 7a, \quad AE = 20a$$

б) Так как $\angle CAD = \angle DAE$ и $\angle ACD = \angle ADE$, то

$\angle CAD = \angle DAE$, то $\triangle ACD \sim \triangle ADE$, а значит

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow AD^2 = AC \cdot AE = 140a^2 \Rightarrow AD = \sqrt{140}a$$

$$\text{т.е. } \frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{\sqrt{140}a}{7a} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{20}{7}}$$

Ответ: $\sqrt{\frac{20}{7}}$

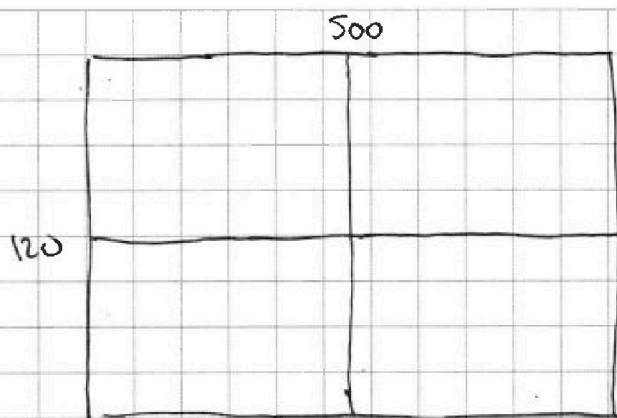


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Разобьем нам
прямоугольник на
4 части "средними"
линиями. Их можно
равным образом
4 маленькими прямоугольниками.

Теперь выберем 2 из них, тогда
в каждом из них должно быть по 4
закрашенные клетки, а ~~теперь~~ теперь
в одной из двух заранее выбранных прямоуго-
льников 4 клетки закрасим, тогда в
другом выберем прямоугольник 4 клетки
должно быть закрасить единственным способом,
т.е. ~~они-то~~ ~~вариантов~~ ~~тогда~~ ~~выполнено~~
условие симметрии. Тогда ~~они-то~~ ~~вариантов~~ ~~покра-~~
шено в клетках, тогда выполнено ^{возмож из условий} условие равно
колич-во способов выбрать 2 маленьких прямоуго-
льнички умножить на ~~они-то~~ ~~способов~~ ~~выбрать~~ в
одной из двух выбранных прямоугольников 4



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

метки. Кои-во способов выбрать 2 из 7
 прямоугольников равно C_4^2 . Кои-во выборов
 4 метки из $\frac{500 \cdot 120}{4} = 500 \cdot 30 = 15000$ (в одной
 панели на прямоугольнике в 4 углах меньше
 меток, так как в 4 углах меньше. Так квадратно-
 ный прямоугольник разбивается на 4 равных
 прямоугольника) ~~то C_{15000}^4 кои-во равно C_{15000}^4~~
 ~~C_{15000}^4~~ В этом случае мы получаем только 1
~~Угол ~~получаем~~ ~~квадрат~~ ~~меток~~ равно $C_4^2 \cdot C_{15000}^2$~~
~~Далее: без симметрии. Но мы также можем~~
 разбить в метки на 4 углах (на 2 (каждый)
 прямоугольнике) ~~Этом случае кои-во~~
 если мы в 1 прямоугольнике выберем 2 метки, то
 все 6 остальных будут расставлены ед. образом.
 В этом случае кои-во способов выбрать 2 метки
 равно C_{15000}^2 . Итого суммарное кои-во способов
 равно $C_4^2 \cdot C_{15000}^4 + C_{15000}^2 =$ ~~C_{15000}^4~~
 Ответ: $C_4^2 C_{15000}^4 + C_{15000}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a < b \\ b - a \neq 3 \\ (a - c)(b - c) = p^2 \\ a^2 + b = 1000 \end{cases}$$

П.к. $(a - c)(b - c) = p^2$, то

$$\begin{cases} \begin{cases} a - c = p \\ b - c = p \end{cases} (1) \\ \begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases} (2) \\ \begin{cases} a - c = -1 \\ b - c = -p^2 \end{cases} (3) \\ \begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{cases} (4) \\ \begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases} (5) \end{cases}$$

Случай (1) невозможен, т.к. тогда $a - c = b - c = p \Rightarrow a = b$, но по ум. $a < b$. Случай (4) невозможен, т.к.

$p^2 > 1$, значит $a - c > b - c \Rightarrow a > b$, но по ум.

$a < b$. Аналогично невозможен случай (3), т.к.

$p^2 > 1 \Rightarrow -p^2 < -1 \Rightarrow b - c < a - c \Rightarrow b < a$, что против-

оречит условию.

Рассм. случай (2): $\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases} \Rightarrow c = a - 1$

т.к. $b - a + 1 = p^2$, но $a^2 + b = 1000$, значит $b = 1000 - a^2$,

$$1001 - a - a^2 = p^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 + a \geq 0 \quad \text{при} \quad a \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty), \quad a \text{ при}$$

$$a \in (-1; 0) \quad a^2 + a \in \mathbb{A}, \quad \text{т.е. получаем} \quad 1001 - (a + a^2) = p^2$$

т.е. $p^2 \in [0; 1001]$ рассмотрим всевозможные p ,

такие что $p^2 \in [0; 1001]$, это $p \in \{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 31\}$

Получим $a^2 + a = 1001 - p^2$, т.е. $a^2 + a \in \mathbb{A}$

$$a^2 + a - (1001 - p^2) = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} a_1 + a_2 = -1 \\ a_1 \cdot a_2 = -1001 + p^2 \end{cases}$$

т.е. $|1001 - p^2|$ должно быть равно произведению двух чисел.

Только тех p для которых $1001 - p^2$ раскладывается на множители

тогда $a^2 + a = 392 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 31 \\ a_2 = -32 \end{cases}$ т.е. $a^2 + a = 1001 - p^2$

-31 , т.е. $a^2 + a =$ значит $b = 1000 - a^2 = 1000 - 961 = 39$

$b = 1000 - 1024 = -24$, тогда $c = a - 1 = 30$ или $c = -33$.

Имеем $\begin{cases} a = 31 \\ b = 39 \\ c = 30 \end{cases}$ $\begin{cases} a = -32 \\ b = -24 \\ c = -33 \end{cases}$ оба этих решения

какие углы не образуют

Рассм. пусть (5) $\begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases} \Rightarrow c = b + 1$

т.е. $a - b - 1 = -p^2 \Rightarrow p^2 = b - a + 1$, это дает нам



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к $a^2 + b = 1000$, то найдем a и b в сумме

(2) $c^2 = 1001 - a - a^2$, то даст нам значение

a , т.е. $\begin{cases} a = 31 \\ a = -32 \end{cases}$, т.к. $\begin{cases} b = 39 \\ b = -24 \end{cases}$, то

$c = b + 1$, т.к. $\begin{cases} c = 40 \\ c = -23 \end{cases}$

В этом случае имеем $\begin{cases} 31 = a \\ 39 = b \\ 40 = c \end{cases}$ и $\begin{cases} a = -32 \\ b = -24 \\ c = -23 \end{cases}$

Оба решения нам подходят.

Итого имеем Ответ: $(31; 39; 30)$; $(31; 39; 40)$;
 $(-32; -24; -33)$; $(-32; -24; -23)$

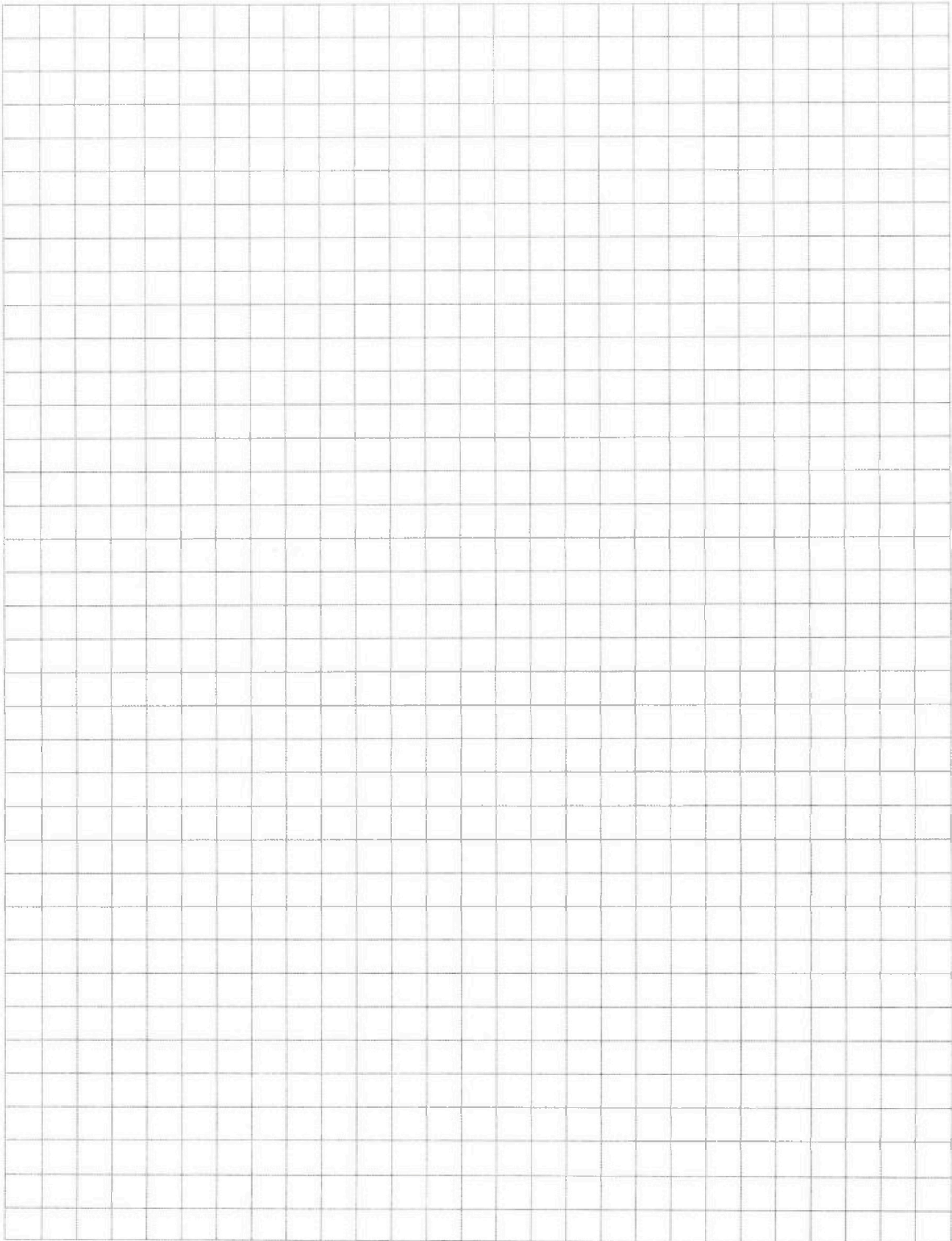


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

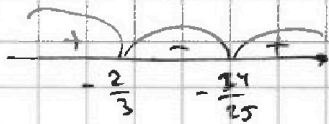
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

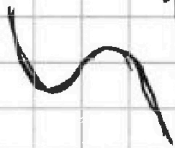
$$x = -\frac{24}{25}$$

$$x = -\frac{2}{3}$$



$$\sqrt{4x+2} = \sqrt{x^2+2}$$

$$\begin{cases} 4x+2 = x^2+2 \\ 4x+2 \geq 0 \end{cases}$$



$$\frac{19}{2}$$

$$\cos 3x = 4 \cos x - 3 \cos^3 x$$

$$\cos(2x+x) = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x$$

$$= (2 \cos^2 x - 1) \cos x - 2 \sin x \cdot \cos x \cdot \sin x$$

$$= 2 \cos^3 x - 2 \cos x - 2(1 - \cos^2 x) \cdot \cos x$$

$$= 2 \cos^3 x - 2 \cos x - 2 \cos x + 2 \cos^3 x$$

$$\underline{4 \cos^3 x - 3 \cos x}$$

$$\sin 3x = \sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x = 2 \sin x \cos^2 x + (2 \sin x - 1) \sin x =$$

$$= 2 \sin x (1 - \sin^2 x) + (1 - 2 \sin^2 x) \sin x = 2 \sin x - 2 \sin^3 x + \sin x -$$

$$= 3 \sin x - 2 \sin^3 x$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (pt^3 + 4t^2 + 4t + 1) = +\infty$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} (pt^3 + 4t^2 + 4t + 1) \rightarrow -\infty$$

$$9 - 2t = \frac{(2t - 7)^2}{4t^2 - 28t + 49}$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 6(2 \cos^2 x - 1) + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 12 \cos^2 x - 6 + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$4 \cos^2 x (p \cos x + 3)$$

$$p \cos^3 x + 4 \cos^2 x + 4 \cos x + 1 = 0$$

$$p \cos^3 x + (2 \cos^2 x + 1)^2 = 0$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 47 \\ \hline 188 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 45 \\ \hline 90 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 - \cos^2 x = \sin^2 x \\ \times 130 \\ \hline 130 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ \times 4 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$pt^3 + 4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 166 \\ \hline 166 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} p=0 \\ p=1 \end{array}$$

$$25 : 4$$

$$\frac{125}{2}$$

$$6,25$$

$$x^2 + 3x = -18$$

$$\frac{25}{2}$$

$$-72$$

$$\frac{18}{2}$$

$$-72$$

$$\frac{72}{47}$$

$$18 - 6,25 =$$

$$= 11,75$$

$$\frac{11,75}{4}$$

$$\frac{26}{4} = \frac{13}{2}$$

$$\frac{3+49}{2} = \frac{52}{2} = 26$$

$$\frac{5}{2} - \frac{6}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{30}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|z| \leq 20$$

$$x \geq 6$$

$$3 - x - 2z \geq 0$$

$$2z + x \leq 9$$

$$2z - x \leq 6$$

$$2z \leq 3 - x \leq 9$$

$$z \leq \frac{3-x}{2}$$

$$y + 3x - x^2 + z \geq 0$$

$$y \geq 3x - x^2 - z$$

$$36 - 18 \leq 20$$

$$3y \geq 34$$

$$y \geq \frac{34}{3}$$

$$36 - 18 + 20$$

$$y \geq -2$$

$$y + z + 2y - 36 = \sqrt{400 - z^2}$$

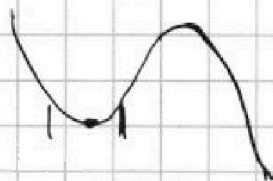
$$66 \Rightarrow 3y - 34 = \sqrt{400 - z^2} \leq 20$$

$$\begin{cases} (3y - 34)^2 = 400 - z^2 \\ 400 - z^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$-40 \geq 3y - 34$$

$$3 \cdot 34 - 34$$

$$67$$



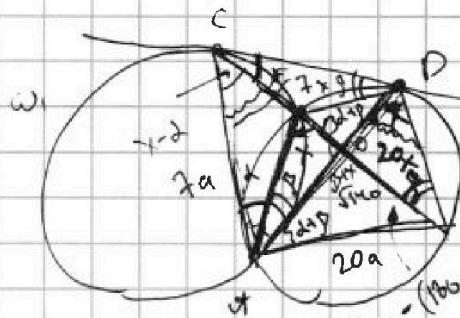
$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18 - 3x - x^2}$$

$$x+6 - 2\sqrt{(3-x)(x+6)} + 7 + 3-x = 2(3-x)(x+6) - 2 \cdot 2 \cdot 7\sqrt{\quad} + 49$$

$$9 - 2t = 2t^2 - 28t + 49 \Rightarrow 2t^2 - 26t + 40 = 0$$

$$169 - 80 =$$

$$t^2 - 13t + 20 = 0$$



$$\frac{OE}{OB} = \frac{CE}{CD}$$

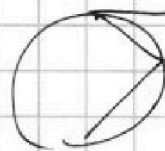
$$CO^2 = CB \cdot BE = 0$$

$$BO \cdot OE = 80 \cdot 0 = 0$$

$$\frac{OC}{DE} = \frac{BO}{CO} = \frac{80}{0}$$

$$\frac{BO}{CO} = \frac{OE}{BO} = \frac{OE}{80}$$

$$\frac{OE}{OC} = \frac{7}{20}$$



$$\alpha \theta = \sqrt{20 \cdot 7a}$$

$$= 140a^2$$

$$\alpha \theta^2 = \alpha E \cdot \alpha C = \alpha E \cdot \frac{7}{10} \alpha C$$

$$\alpha \theta = \sqrt{\frac{7}{20}} \alpha C \sqrt{140 \cdot 9}$$

$$\frac{20}{\sqrt{140}} = \frac{20}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{20}}$$

$$= \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{7}} \cdot \sqrt{\frac{20}{7}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

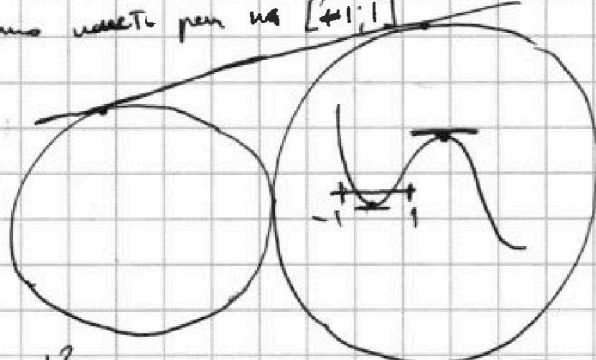


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$p \cos^2 x + 4 \cos^2 x + 4 \cos x + 1 = 0$
 нужно найти p на $[-1; 1]$



$z = 0$
 $y = 18$

$|y+2| + 2|y-18|$

$y = 0$

$2 + 2|18|$

имеет p на

$[-1; 1]$

$p^2 +$
 $p(2) =$

500

$|p+3 + 1 + 1 + 4 + 1 = 0|$

$|y+2| + |y-18| \geq$

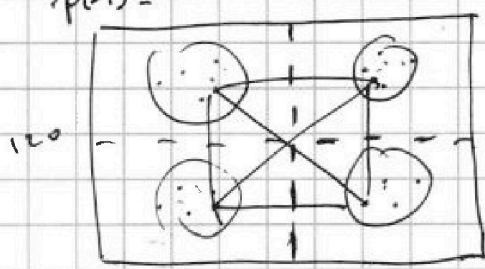
$3p^2 + 8p + 4 = 0$

$|y+2+2y-36|$

$t_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64-48}}{6}$

$|3y-34| - \frac{100}{9}$

$\frac{-8 \pm \sqrt{0}}{6} \in [-1; 1] \quad y \leq -2$



$1-p < 0$

$\frac{p < 1}{p = 0} \quad 4$

$p \in [-1; 1] \subset 15000$

$|y+2| \geq 0$

$2|y-18| \geq 40$

$-1 < 0$

$\frac{4 \cdot 3}{2} =$

$\frac{11 \cdot 12}{12 \cdot 4} = 11 \quad \sqrt{64-48} \in [-6; 6] \quad y \in [2; 18]$

$1 > 0$

$\frac{4 \cdot 3}{2} =$

11

$64 - 48p \geq 0$

$y+2 + 2(18-y) =$
 $= y = 18$

$-60 \leq -48p \leq 132$

$\frac{25}{15000}$

$2+36-y =$

$\frac{60}{48} \geq p \geq \frac{132}{-48}$

$\frac{132}{-48}$

$p \geq \frac{64}{48} = 4 \cdot 3 \cdot 4 =$

$38-18 \geq 20$

$\frac{4}{3} \geq p \geq \frac{11}{4}$

$(a-c)(b-c) = p^2$

$= \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \quad a-1$

$y \geq 18 \quad 1001-4$

$y+2 \geq 20 \quad 997$

$1001-9$

$-p+4-y+1 =$

$\sqrt{64-48p} \in [2; 14]$

$-p+1 \quad 1-p \quad a < b$

$p^2 \leq 1000$

$p+4+y+1 \quad 1 \cdot (b-a+1) = p^2$

$64-48p \in [4; 196]$

$\frac{-3+4}{2} = \frac{98}{2}$

$a^2 = 1000-b$

$1000-a^2-a+1 = p^2$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$

$b = 1000-a^2$

$1001-a^2-a = p^2$

$-6+15$

$-48p \in [-60; 132]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = \sqrt{18-3x-x^2}$$

$$x \geq -6 \quad x \leq 3 \quad 61 \quad x^2 + 3x + 18 \leq 0$$

$$x = -6 \quad x = -3$$

$$x \in (-\infty; -3) \cup (-6; \infty)$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = \sqrt{(x+6)(3-x)} + 7$$

$$x+6 - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} + 3-x = -6$$

$$x \in [-6; 3]$$

$$= (x+6)(3-x) + 2 \cdot 7 \sqrt{(x+6)(3-x)} + 49$$

$$\sqrt{x+6} = a \quad \sqrt{3-x} = b$$

$$a-b+7 = ab$$

$$a+b = a^2 + b^2$$

$$a+b+7 = (a+b)ab$$

$$b = \frac{a+7}{a+1}$$

$$a^2 + \frac{a+7}{a+1} = \left(\frac{a+7}{a+1}\right)^2 + a^2$$

$$a^2 + a + 7 = a^2 + 14a + 49$$

$$a^2 - 13a - 42 = 0$$

$$a = 17 \text{ or } a = -3$$

$$x+6 = a^2 \quad 3-x = b^2$$

$$x = a^2 - 6 \quad x = 3 - b^2$$

$$a^2 - 6 = 3 - b^2$$

$$a^2 + b^2 = 9$$

$$17^2 + b^2 = 9 \quad \text{no solution}$$

$$(-3)^2 + b^2 = 9 \quad b = 0$$

$$x = 3 - 0 = 3$$

$$z = 0 \quad y = 18$$

$$1001 - 997 = 4$$

$$1001 - 992 = 9$$

$$x^2 - 14x + 49 = 0$$

$$(x-7)^2 = 0$$

$$x = 7$$

$$t^2 - 12t + 40 = 0$$

$$t = 4 \text{ or } t = 8$$

$$a^2 + a \leq 0$$

$$a^2 < a$$

$$a \in (-1; 0)$$