



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x+34)(3x+2)}$, двенадцатый член равен $2-x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдем первый член последовательности равен b_1 ,

$$\text{а частное равно } q, \text{ тогда } b_{10} = b_1 q^9 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$b_{12} = b_1 q^{11} = 2-x, \quad b_{18} = b_1 q^{17} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

Установим:

$$\begin{cases} b_1 q^9 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \\ b_1 q^{11} = 2-x \\ b_1 q^{17} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} (25x+34)(3x+2) \geq 0 \\ \frac{25x+34}{(3x+2)^3} \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \in (-\infty; -\frac{2}{3}] \cup [-\frac{34}{25}; +\infty) \\ x \in (-\infty; -\frac{2}{3}) \cup [-\frac{34}{25}; +\infty) \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; -\frac{2}{3}) \cup [-\frac{34}{25}; +\infty)$$

$$\cdot \frac{b_1 q^{17}}{b_1 q^9} = q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} = \sqrt{\frac{1}{(3x+2)^4}} = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$q^8 = \frac{1}{(3x+2)^2} \Rightarrow q = \sqrt[4]{\frac{1}{3x+2}}, \text{ т.е. } x \in (-\infty; -\frac{2}{3}) \cup [-\frac{34}{25}; +\infty),$$

$$\text{значим } |3x+2| = -(3x+2), \text{ т.е. } q = \sqrt[4]{-(3x+2)} \quad (1)$$

$$\cdot \frac{b_1 q^{11}}{b_1 q^9} = q^2 = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} \quad (2)$$

$$\text{Уз } (1) \text{ и } (2) \text{ имеем } \left(\sqrt[4]{-(3x+2)}\right)^2 = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}};$$

$$\frac{1}{\sqrt{-(3x+2)}} = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} \Rightarrow \sqrt{(3x+2)(25x+34)} = (2-x)\sqrt{-(3x+2)}$$

$$\sqrt{(3x+2)(25x+34)} = \sqrt{-(3x+2)(4-4x+x^2)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (3x+2)(25x+34) = (3x+2)(4x-4-x^2) \\ (3x+2)(25x+34) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (3x+2)(25x+34 - 4x + 4 + x^2) = 0 \\ x \in \text{ODZ} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = -\frac{2}{3} \\ x^2 + 21x + 38 = 0 \end{array} \right. \\ x \in \text{ODZ} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = -\frac{2}{3} \\ x = -2 \\ x = -19 \end{array} \right. \\ x \in \text{ODZ} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$$

Ответ: -2; -19



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} \\ |y+2| + 2|y-13| = \sqrt{400-z^2} \quad (***) \end{cases}$$

$$(***) \quad |y+2| + 2|y-13| = \sqrt{400-z^2}$$

$$0 \leq 400-z^2 \leq 400$$

$$0 \leq \sqrt{400-z^2} \leq 20$$

при $y \leq -2$

$|y+2| + 2|y-13| \geq 40 > 20$, т.е. равенство не может быть выполнено

при $y \in [-2; 13]$

$$|y+2| + 2|y-13| = y+2+2y+36 = 38-y \geq 38-13=20$$

т.е. равенство выполнено при $\begin{cases} |y+2| + 2|y-13| = 20 \\ \sqrt{400-z^2} = 20 \end{cases}$

т.е. при $\begin{cases} y = 13 \\ z = 0 \end{cases}$

при $y > 13$

$|y+2| + 2|y-13| > 20$, т.е. равенство не

может быть выполнено.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Учимо¹ поступаем

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 7 \\ y = 13 \\ z = 0 \end{array} \right. \Rightarrow 2\sqrt{y-3x-x^2+2}$$

т.е. получаем систему

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 7 \\ y = 13 \\ z = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \sqrt{(x+6)(3-x)} = 7$$

$$(*) \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7$$

$$x+6 - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} + 3-x = 4(x+6)(3-x) - 28\sqrt{(x+6)(3-x)} + 49$$

$$\sqrt{(x+6)(3-x)} = t$$

$$9 - 2t = 4t^2 - 28t + 49$$

$$4t^2 - 26t + 40 = 0$$

$$2t^2 - \frac{13}{2}t + 20 = 0$$

$$\Delta = (-13)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 20 = 169 - 160 = 9$$

$$t = \frac{13 \pm 3}{4}$$

$$t = \frac{5}{2} \text{ или } t = 4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{(x+6)(3-x)} = 4 \\ \sqrt{(x+6)(3-x)} = \frac{5}{2} \\ x \in [-6; 3] \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 - 3x - x^2 = 16 \\ 16 - 3x - x^2 = \frac{25}{4} \\ x \in [-6; 3] \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 2 = 0 \\ 4x^2 + 12x + 47 = 0 \\ x \in [-6; 3] \end{cases}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+4 \cdot 2}}{2}$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{144+4 \cdot 4 \cdot 47}}{2}$$

$$\begin{cases} x = \\ x \in [-6; 3] \end{cases}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\begin{cases} x = -6 \pm \sqrt{36+4 \cdot 47} \\ x \in [-6; 3] \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \\ x = -6 \pm \sqrt{224} \\ x \in [-6; 3] \end{cases}$$

Но т.к. $\sqrt{17} \approx 4$, $\sqrt{224} \approx 15$, то $x = -6 \pm \sqrt{224} \notin [-6; 3]$

Итако $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$.

Ответ: $(\frac{-3+\sqrt{17}}{2}; 13; 0)$ или $(\frac{-3-\sqrt{17}}{2}; 16; 0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

70%

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 12 \cos^2 x - 6 + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$4 \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 4 \cos x + 1 = 0$$

при $p = 10$,

$$4 \cos^3 x + 4 \cos x + 1 = 0$$

$$(2 \cos x + 1)^2 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2}; \quad x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$$

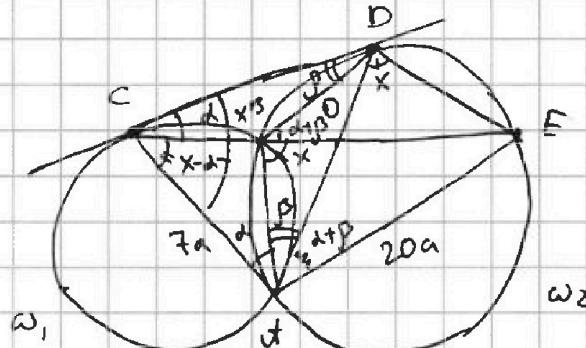
в этом случае

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Пусть $\angle D \cap C E = 0$,

тогда по условию

$$AO : OE = 7 : 20$$

2) обозначим $\angle BCD = \alpha$; $\angle COD = \beta$, Тогда

по свойству международной писательской и хордой

$$\angle ODC = \angle DCB = \frac{1}{2} \angle CB = \alpha \quad \text{и} \quad \angle COD = \angle ODB = \frac{1}{2} \angle DB = \beta,$$

т.е получаем, что $\angle CAD = \alpha + \beta$

3) $\angle DBE = \alpha + \beta$ или внешний угол ℓ к $\triangle CBD$,

также $\angle DBE = \angle DAE$ по свойству вписанного,

округа сущес ве 1 град, т.е. $\angle DAE = \alpha + \beta$

4) Пусть $\angle DOE = x$, тогда $\angle DSE = \angle DOE = x$

т.к. они вписаные, опирающиеся на 1 дугу

5) $\angle DCB \neq \angle CAB = \angle DSE$, т.к. $\angle ABE$ внешний к

$\triangle DCB$, значит $\angle DCB = x - \alpha$

6) $\angle ACD = \angle DCB + \angle BCD = x - \alpha + \beta = x$, т.е. $\angle ACD = \angle DSE$

7) $\angle CAO = \angle DAE = \alpha + \beta$, т.о. AO - биссектриса

ℓ к $\triangle CAE$, а значит т.о. O - биссектрисе



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{AC}{CD} = \frac{AE}{ED}$, значит что можно сказать, что

$$AC = 7a, AE = 20a$$

б) Т.к. $\angle ACD \sim \angle ADE$ $\angle CAD = \angle DAE$ т.к.

$\angle CAD = \angle DAE$, то $\triangle ACD \sim \triangle ADE$, а значит

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow AD^2 = AC \cdot AE = 140a^2 \Rightarrow AD = \sqrt{140}a$$

$$\text{т.к. } \frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{\sqrt{140}a}{7a} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{20}{7}}$$

Ответ: $\sqrt{\frac{20}{7}}$

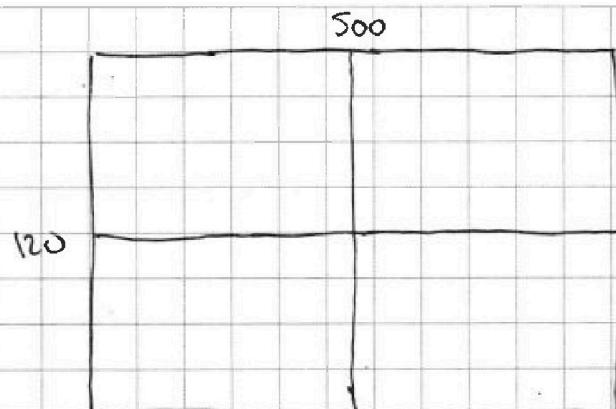


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Разобьем на

три прямоугольника на

4 симметрии "срединки"

"стеночки". Их получим
равных

4 маленьких [▼] прямоугольника.

Теперь выберем 2 из них, тогда

6 останется из них оставь быть по 4

закраиненные штани, а ~~также~~ выберем

в основу из двух заранее выбранных прямоугольников

и штани "закраинки", тогда 6

других образом прямоугольники 4 штани

должны быть закраинены единственным способом,

~~и это~~ можно ~~вариантов~~ чтобы выполниться

условие симметрии. Тогда можно вариантов закраин из двух

штани 8 штани, чтобы выполниться условие [▼] равно

и это способом выбрать 2 маленьких прямоугольников

чтобы не и это способом выбрать в

основу из двух выбранных прямоугольников 4



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Четыре способа выбрать 2 из 7
 прямогольников равно C_4^2 . Четыре способа
 выбрать 3 из $\frac{500 \cdot 120}{4} = 500 \cdot 30 = 15000$ (в один
 прямогольник прямогольники в 4 раза меньше
 чисел, так как в 4 раза меньше). Так что суммарно-
 стоящая прямогольников разбивается на 4 равных
 прямогольников) т.е. ~~15000~~ способа равно C_{15000}^4
 ~~C_{15000}^4~~ В этом случае мы получаем только 1
 Четыре ~~получаем~~ ~~когда~~ способа равно $C_4^2 C_{15000}^4$
Ответ: два варианта. Но для каждого такого
 разбиения в числах из 4 подгрупп (из 2 из каждого)
 прямогольников) (~~таким образом~~ таким образом
 если для 6 прямогольников выбрать 2 числа, то
 все 6 останутся будут расположены вдоль обеих.
 В этом случае есть 4 способа выбрать 2 из 6.
 = равно C_{15000}^2 . Четыре способа для 6 способов
 равно $C_4^2 C_{15000}^2 + C_{15000}^2 =$ ~~плюс~~
Ответ: $C_4^2 C_{15000}^2 + C_{15000}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a < b \\ b-a \geq 3 \\ (a-c)(b-c) = p^2 \\ a^2+b = 1000 \end{cases}$$

III. и $(a-c)(b-c) = p^2 \rightarrow$ то

$$\begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases} \quad (5)$$

Аугуст (1) невозможен, т.к. тогда $a-c = b-c = p \Rightarrow a=b$,

но не ул. $a \neq b$. Аугуст (4) невозможен, т.к.

$p^2 > 1$, значит $a-c > b-c \Rightarrow a > b$, но не ул.

$a < b$. Аналогично невозможен аугуст (3), т.к.

$p^2 > 1 \Rightarrow -p^2 < -1 \Rightarrow b-c < a-c \Rightarrow b < a$, это против-

боречит условию.

Рассм. аугуст (2):

$$\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \Rightarrow c = a-1,$$

73



т.к. $b-a+1 = p^2$, но $a^2+b^2 = 1000$, значит $b = 1000-a^2$,

$$1000-a^2-p^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода исполнится!

$a^2 + a \geq 0$ при $a \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$, а при

$a \in (-1, 0)$, $a^2 + a < 0$, т.е получается $1001 - (a+a^2) = p^2$

т.е $p^2 \in [0; 1001]$ расширяем все возможные p .

такие что $p^2 \in \{0; 1001\}$, то $p \in \{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 31\}$

Получим $a^2 + a = 1001 - p^2$, т.е. $a^2 + a \in \{0; 999\}$

$$a^2 + a - (1001 - p^2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_1 + a_2 = -1 \\ a_1 \cdot a_2 = 1001 + p^2 \end{cases}$$

т.е $|1001 - p^2|$ должно быть равно произведению двух чисел.

таких чисел \Rightarrow такое возможно при $p=3$ (такое число \Rightarrow произведение $1001 - p^2$, находим на множителе)

$$\text{тогда } a^2 + a = 992 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 31 \\ a_2 = -32 \end{cases} \quad \text{т.е. } a^2 + a = p^2 - p$$

$$-31, \text{ т.е. } a^2 + a = \text{ значит } b = 1000 - a^2 = 1000 - 961 = 39$$

$$b = 1000 - 1024 = -24, \text{ тогда } c = a - 1 = 30 \text{ или } c = -33.$$

$$\text{Имеем } \begin{cases} a = 31 \\ b = -24 \\ c = 30 \end{cases} \quad \text{и } \begin{cases} a = -32 \\ b = -24 \\ c = -33 \end{cases} \quad \text{оба эти решения}$$

наша задача не верная

$$\text{Рассм. выражение } (5) \quad \begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases} \Rightarrow c = b + 1$$

$$\text{т.е. } a - b - 1 = -p^2 \Rightarrow p^2 = b - a + 1, \text{ это гает нам}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отмьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к. $a^2 + b = 1000$, то нам в 8 строке

также

(2) $p^2 = 1001 - a - a^2$, это есть искомое значение

$$a, \text{ т.е. } \begin{cases} a = 31 \\ a = 32 \end{cases}, \quad \begin{cases} b = 39 \\ b = -24 \end{cases}, \quad \begin{cases} c = 60 \\ c = -23 \end{cases}$$

$$c = b+1, \text{ т.е. } \begin{cases} c = 60 \\ c = -23 \end{cases}$$

В этом случае имеем

$$\begin{cases} 31 = a \\ 39 = b \\ 60 = c \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -32 \\ b = -24 \\ c = -23 \end{cases}$$

Ось решения истина подходит.

Итак истина Ответ: $(31; 39; 60)$; $(31; 39; -24)$;
 $(-32; -24; -23)$; $(-32; -24; -23)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A large grid area for handwriting practice, consisting of 10 columns and 20 rows of squares.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

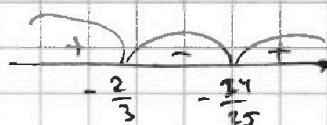
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = -\frac{24}{25}$$

$$x_2 = -\frac{2}{3}$$



$$\sqrt{4x+2} = \sqrt{x^2+2}$$

$$\begin{cases} 4x+2 = x^2+2 \\ 4x+2 \geq 0 \end{cases}$$

$$p(4\cos^3x - 3\cos x) + 6(2\cos^2x - 1) + 3(p+4)\cos x + 10 = 0$$

$$3\cos x + 3\cos^2x + 3\cos^3x - 3\cos x + 6\cos^2x - 6 + 3(p+4)\cos x + 10 = 0$$

$$4p\cos^3x - 3p\cos x + 12\cos^2x - 6 + 3(p+4)\cos x + 10 = 0$$

$$4\cos^3x - p\cos x +$$

$$p\cos^3x + 4\cos^2x + 4\cos x + 1 = 0$$

$$p\cos^3x + (2\cos^2x + 1)^2 = 0$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 4t \\ + u \\ \hline 180 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 45 \\ + 180 \\ \hline 225 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 - \cos^2x - 12 \\ 24 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\cos^2x - \sin^2x$$

$$\cos 3x = 4\cos x - 3\cos^3x$$

$$pt^3 + 4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$\cos(2x+x) = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ + 2 \\ \hline 22 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ + 2 \\ \hline 22 \end{array} \quad \begin{array}{r} p=0 \\ p=1 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$25 : 4$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 2 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$6,25$$

$$= (2\cos^2x - 1)\cos x - 2\sin x \cdot \cos x \cdot \sin x = x^2 + 3x = -16$$

$$= 2\cos^3x - 2\cos x - 2(1-\cos^2x) \cdot \cos x =$$

$$= 2\cos^2x - 2\cos x - 2\cos x + 2\cos^3x$$

$$x^2 + 3x = -16$$

$$3 \\ - 72 \\ \hline 18$$

$$-72$$

$$\frac{18}{72}$$

$$-25$$

$$\frac{72}{47}$$

$$4\cos^3x - 3\cos x$$

$$\sin 3x = \sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x = 2\sin x \cos^2x + (2\sin x - 1) \sin x =$$

$$= 2\sin x(1 - \sin^2x) + (1 - 2\sin^2x) \sin x = 2\sin x - 2\sin^3x + \sin x -$$

$$= 3\sin^3x + 3\sin x - 4\sin^3x$$

$$16 - 6,25 =$$

$$= 11,75$$

$$\times 4$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (pt^3 + 4t^2 + 4t + 1) = +\infty$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} (pt^3 + 4t^2 + 4t + 1) \rightarrow -\infty$$

$$\frac{26}{4} = \frac{13}{2}$$

$$3 + 47 = 0,7$$

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{6}{2} = \frac{3}{1}$$

$$9 - 2t = (2t - 7)^2$$

$$4t^2 - 28t + 49$$

$$\frac{30}{4}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|z| \leq 20$$

$$x \geq 6$$

$$3 - x - 2z \geq 0$$

$$2z + x \leq 3$$

$$x \geq 6$$

$$-x \leq -6$$

$$2z \leq 3 - x \leq 9$$

$$z \leq 4.5 - 0.5x$$

$$y + 3x - x^2 + z^2 \geq 0$$

$$y \geq 3x + x^2 - z^2$$

$$3x + 18 \leq 20$$

$$3x \leq 2$$

$$y \geq -2$$

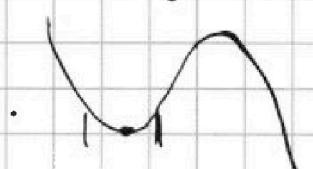
$$y + 2 + 2y - 36 = \sqrt{400 - z^2}$$

$$66 \rightarrow 3y - 34 = \sqrt{400 - z^2} \leq 20$$

$$\begin{cases} (3y - 34)^2 = 400 - z^2 \\ 400 - z^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$3y - 34$$

$$6^{\circ}$$

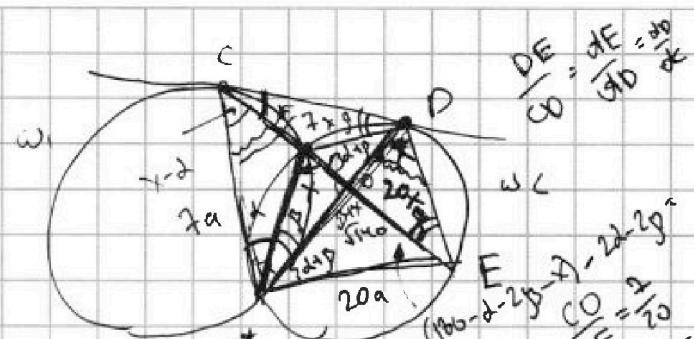


$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18 - 3x - x^2}$$

$$x+6 - 2\sqrt{(3-x)(x+6)} + 49 + 3-x = 2(3-x)(x+6) - 2 \cdot 2 \cdot 7 \sqrt{+49}$$

$$9 - 2t - 2t^2 - 28t + 49 \Rightarrow 2t^2 - 26t + 40 = 0$$

$$169 - 80 =$$



$$\frac{DE}{DO} = \frac{CE}{CD}$$

$$CO = CB \cdot BE = 0$$

$$80^\circ \cdot DE = 80 \cdot 0 = 0$$

$$16^\circ \cdot 22^\circ = 352^\circ$$

$$\frac{DC}{DE} = \frac{30}{60}$$

$$\frac{DE}{DC} = \frac{60}{30}$$

$$\frac{DE}{DC} = \frac{7}{20}$$

$$AB = \sqrt{20 \cdot 7} =$$

$$= 140^{\circ} =$$

$$AO^2 = DE \cdot DC = DE \cdot \frac{7}{20} DC$$

$$AO = \sqrt{\frac{7}{20}} DC = \sqrt{140} \cdot 9$$

$$\frac{DO}{DO} = \frac{DO}{DE} = y$$

$$DO = y \cdot DE$$

$$\frac{20}{\sqrt{140}} = \frac{20}{\sqrt{35} \cdot \sqrt{20}}$$

$$= \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{7}} \cdot \sqrt{\frac{20}{7}}$$

$$t^2 - 13t + 20 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

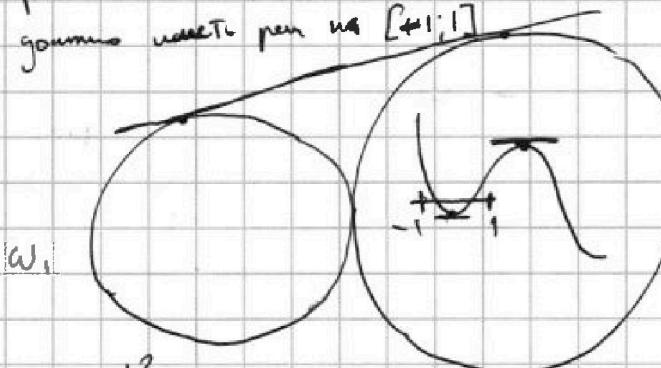
- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P \cos^3 x + 4 \cos^2 x + 4 \cos x + 1 = 0$$

должно иметь решения на $[-1; 1]$



$$\begin{cases} z = 0 \\ y = 18 \end{cases}$$

$$|y+2| + 2|y-18|$$

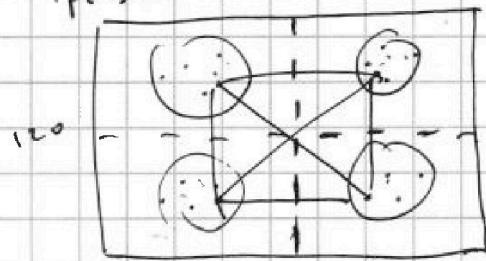
$$y=0$$

$$2 + 2|18|$$

имеет решения на $[-1; 1]$

$$P^2 + P(2) = 500$$

$$\begin{cases} P^2 + P + 1 = 0 \\ |y+2| + |y-18| \geq 2 + 2|18| \end{cases}$$



$$\begin{cases} t_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64-4 \cdot 100}}{6} \\ \frac{-8 \pm \sqrt{64-4 \cdot 100}}{6} \in [-1; 1] \\ y \leq -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1-P \leq 0 \\ C_4 \cdot C_{60-100} \leq g \\ P \in [1; 1] \\ C_{15000} \leq 4 \\ |y+2| \geq 0 \\ 2|y-18| \geq 40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1-P \leq 0 \\ \frac{4 \cdot 3}{2} = \frac{11 \cdot 12 - 8 - \sqrt{64-4 \cdot 11}}{12 \cdot 4} \in [-6; 6] \\ y \in [-2; 18] \end{cases}$$

$$\begin{cases} P+g > 0 \\ -60 \leq -48p \leq 132 \\ \frac{25}{15000} \leq p \leq \frac{132}{48} \\ \frac{25}{15000} \geq p \geq \frac{132}{48} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y+2 + 2(18-y) = 0 \\ y = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -60 \leq -48p \leq 132 \\ \frac{25}{15000} \leq p \leq \frac{132}{48} \\ \frac{25}{15000} \geq p \geq \frac{132}{48} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 64 - 48p \geq 0 \\ p = \frac{64}{48} = 4 \cdot \frac{4}{3} = \frac{16}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 + 36 - y = 0 \\ y = 38 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{4}{3} \geq p \geq \frac{11}{4} \\ (a-c)(b-c) = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 38 - 18 \geq 20 \\ 38 - 18 = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-c)(b-c) = p \\ -p + 4 - 4 + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 18 \\ y \geq 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -p + 1 - p = 0 \\ p + 4 - 4 + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p^2 \leq 100 \\ 64 - 48p \in [4; 106] \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 = 1000 - b \\ b = 1000 - a^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1000 - a^2 - a + 1 = p^2 \\ 1001 - a^2 - a = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -48p \in [-60; 132] \\ -3 + 4 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1001 - a^2 - a = p^2 \\ -3 + 4 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 = 1000 - b \\ b = 1000 - a^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1000 - a^2 - a + 1 = p^2 \\ 1001 - a^2 - a = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -48p \in [-60; 132] \\ -6 + 15 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1001 - a^2 - a = p^2 \\ -6 + 15 = 9 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = \sqrt{18-3x-x^2}$$

$$x \geq -6 \quad x \leq 3$$

$$\begin{array}{r} 466 \cdot 2 \\ - 1001 \\ \hline 535 \end{array}$$

$$3-x \geq 0 \quad x \leq 3$$

$$98 \cdot 10 \quad x \leq 3$$

$$122 \cdot 6 \quad 61 \cdot 16$$

$$x^2 + 3x + 18 \leq 0$$

$$x = -6 \\ x = -3$$

$$x \in (-\infty; -3) \cup (-6; -3)$$

$$Z=6 \\ J=13$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ - 992 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$x^6 =$$

$$\begin{array}{r} 535 \\ - 496 \\ \hline 39 \end{array} \quad x^6 = \frac{-b}{2^n}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ - 12 \\ \hline 7 \end{array} \quad x^6 = \frac{3}{2^n}$$

$$\begin{array}{r} 496 \cdot 2 \\ - 496 \\ \hline -3 \end{array} \quad x^6 = \frac{-3}{2^n}$$

$$\begin{array}{r} 248 \cdot 4 \\ - 248 \\ \hline -3 \end{array} \quad x^6 = \frac{-3}{2^{n-1}}$$

$$124 \cdot 8 \quad 18 - 3(-\frac{3}{2}) - (\frac{3}{2})^2 =$$

$$62 \cdot 16 = 18 + \frac{18}{4} + \frac{9}{4} =$$

$$18 - \frac{9}{4} =$$

$$31 \cdot 32 = 31 \cdot 32$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ \times 69 \\ \hline 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times 52 \\ \hline 2704 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 529 \\ \times 529 \\ \hline 552 \end{array}$$

$$t^2 - 14t + 49 + 2t - 9 = 0$$

$$t^2 - 12t + 40 = 0 \quad \begin{array}{r} 50 \\ \times 50 \\ \hline 2500 \end{array}$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$144 - 160 = 16 \quad \begin{array}{r} 144 \\ - 160 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$11 \cdot 13 \cdot 4 = 504 \quad \begin{array}{r} 286 \cdot 2 \\ - 143 \cdot 4 \\ \hline 143 \cdot 4 \end{array}$$

$$a^2 + a \leq 0 \quad \begin{array}{r} 100 \\ - 100 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$a^2 \leq a \quad \begin{array}{r} 32 - 24 \\ - (a+a)a \leq 0 \\ = 8 \end{array}$$

$$a \in (-1; 0)$$