МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3

1. [3 балла] Найдите все действительные значения x, при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x+34)(3x+2)}$, двенадцатый член равен $2-x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\dfrac{25x+34}{(3x+2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases}\sqrt{x+6}-\sqrt{3-x-2z}+7=2\sqrt{y-3x-x^2+z},\\ |y+2|+2|y-18|=\sqrt{400-z^2}.\end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p, при которых уравнение
$$p\cos 3x+6\cos 2x+3(p+4)\cos x+10=0$$
имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p.

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B, а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD, чем точка A. Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E. Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7:20$, считая от вершины C.

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120. Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух “средних линий” прямоугольника (“средней линией” прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a;b;c)$ такие, что:
   - $a<b$,
   - число $b-a$ не кратно 3,
   - число $(a-c)(b-c)$ является квадратом некоторого простого числа,
   - выполняется равенство $a^2+b=1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
X						

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача №1.

Пусть b – первый член прогрессии, q – знаменатель. Тогда:

$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} = bq^9$; $2-x = bq^{11}$; $\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = bq^{17}$.

Заметим, что ни один из членов прогрессии, данных в задаче, не может равняться нулю, иначе они все должны были бы равняться нулю (из геом. пр.), ~~первый~~ десятый член зануляется при $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{2}{3} \\ x=-\frac{34}{25}, \end{array}\right.$ а двенадцатый – при $x=2$. Отсюда можем делить члены друг на друга, т.е.: $q^8 = \underset{(b\neq 0 \text{ из геом. пр.})}{\frac{bq^{17}}{bq^9}} = \frac{\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}$, откуда $q^8 = \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^4}} = \frac{1}{(3x+2)^2}$ (при этом $25x+34 \neq 0$ и $(25x+34)(3x+2) > 0$). Отсюда $q^2 = \frac{1}{\sqrt{|3x+2|}}$, и при этом $q^2 = \frac{bq^{11}}{bq^9} = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}$. То есть:

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{|3x+2|}} = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} \\ (25x+34)(3x+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = \frac{2-x}{\sqrt{|25x+34|}} \\ (25x+34)(3x+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-4x+4 = |25x+34| \\ (25x+34)(3x+2) > 0 \\ 2-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x^2-29x-30=0 \\ x^2+21x+38=0 \end{array}\right. \\ (25x+34)(3x+2) > 0 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=30 \\ x=-2 \\ x=-19 \end{array}\right. \\ (25x+34)(3x+2) > 0 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=-19 \end{array}\right.$$

Наконец заметим, что $x=-2$ возможен в прогрессии с $b = 64\sqrt{2}$; $q = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ($b_{10} = 8$, $b_{12} = 4$, $b_{18} = \frac{1}{2}$) а $x=-19$ – при $b = 21\sqrt{55}\,(\sqrt[4]{55})^9$, $q = \frac{1}{\sqrt[4]{55}}$ ($b_{10} = 21\sqrt{55}$, $b_{12} = 21$, $b_{18} = \frac{21}{\sqrt{55^3}}$)

Ответ: $\{-2; -19\}$

Задача №2.

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

Заметим, что $|y+2|+|y-18|$ — сумма расстояний от числа y до чисел -2 и 18 на числ. прямой. Она равна 20 при $y \in [-2; 18]$ и больше 20 при других y, что очев. из числ. прямой. Отсюда левая часть второго равенства равна $(|y+2|+|y-18|)+|y-18|$, т.е. она ≥ 20, причём равенство достигается лишь при $y=18$ ($|y-18| \geq 0$). При этом $\sqrt{400-z^2} \leq 20$, т.к. $z^2 \geq 0 \Rightarrow 400-z^2 \leq 400$. Отсюда второе равенство достигается лишь при равенстве обеих частей 20, т.е. $\begin{cases} y=18 \\ z^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=18 \\ z=0 \end{cases}$. Таким образом, система имеет вид:

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2} \quad (1) \\ y=18 \\ z=0 \end{cases}$$

(1) $\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x+x^2}$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + (\sqrt{x+6})^2 + (\sqrt{3-x})^2 - 2 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

$$(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x})^2 + (\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x}) - 2 = 0$$

$$(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} - 1)(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 2) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} - 1 = 0 \\ \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 2 = 0 \end{array} \right. \quad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x+6 = 3-x+1+2\sqrt{3-x} \\ x+6 = 3-x+4-4\sqrt{3-x} \end{array} \right. \\ x \geq -6 \end{cases} \quad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x+1 = \sqrt{3-x} \\ 1-2x = 4\sqrt{3-x} \end{array} \right. \\ x \geq -6 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2+2x+1=3-x\\ x\geqslant -1\end{cases}\\ \begin{cases}4x^2+4x+1=48-16x\\ -6\leqslant x\leqslant \frac{1}{2}\end{cases}\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2+3x-2=0\\ x\geqslant -1\end{cases}\\ \begin{cases}4x^2+12x-47=0\\ -6\leqslant x\leqslant \frac{1}{2}\end{cases}\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}\\ x\geqslant -1\end{cases}\\ \begin{cases}x=\frac{-12\pm 8\sqrt{14}}{8}=\frac{-3\pm 2\sqrt{14}}{2}\\ -6\leqslant x\leqslant \frac{1}{2}\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{-3+\sqrt{17}}{2}\\ x=-\frac{3}{2}-\sqrt{14}\end{array}\right.$$

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=\frac{-3+\sqrt{17}}{2}\\ x=\frac{-3\mp 2\sqrt{14}}{2}\end{array}\right.\\ y=18\\ z=0\end{cases}$$

Ответ: $\left\{\left(\frac{-3+\sqrt{17}}{2}; 18; 0\right); \left(\frac{-3-2\sqrt{14}}{2}; 18; 0\right)\right\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача №3

$$p\cos 3x + 6\cos 2x + 3(p+4)\cos x + 10 = 0$$

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 6(2\cos^2 x - 1) + 3(p+4)\cos x + 10 = 0$$

$$4p\cos^3 x + 12\cos^2 x + 12\cos x + 4 = 0$$

$$(p-1)\cos^3 x + \cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$$

$$(p-1)\cos^3 x + (\cos x + 1)^3 = 0$$

$$(\cos x + 1)^3 = \left(\sqrt[3]{1-p}\cos x\right)^3 \qquad \cos x + 1 = \sqrt[3]{1-p}\cos x$$

$$\cos x\left(\sqrt[3]{1-p} - 1\right) = 1$$

Чтобы были решения, необх. чтобы

$$\left[\begin{array}{l}\sqrt[3]{1-p} - 1 \geq 1 \\ \sqrt[3]{1-p} - 1 \leq -1\end{array}\right. \quad (\text{т.к. } -1 \leq \cos x \leq 1)$$

$$\left[\begin{array}{l}\sqrt[3]{1-p} \geq 2 \\ \sqrt[3]{1-p} \leq 0\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}1-p \geq 8 \\ 1-p \leq 0\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}p \leq -7 \\ p \geq 1\end{array}\right.$$

Т.е. решения есть при $\left[\begin{array}{l}p \leq -7 \\ p \geq 1\end{array}\right.$. ~~[illegible]~~ Найдём их:

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \qquad x = \pm\arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}\right) + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: ~~[illegible]~~ корни есть при $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$

корни: $\left\{\pm\arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}\right) + 2\pi k \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

Заметим, что $\angle CAD = \angle CAB + \angle BAD = \angle BCD + \angle BDC$ (углы между кас. и хордой) $= \angle DBE$ (внешний и $\triangle BCD$) $= \angle DAE$ (вп. опирающиеся на DE). Откуда AD — бисс. $\angle CAE$.

Задача №5.

Заметим, что симметрия относительно центра прямоуг. - то же самое, что и симметрия относительно обеих ср. линий прямоуг. Отсюда если способ имеет хотя бы две симметрии из 3, то он имеет все 3 симметрии.

Кол-во способов закрасить клетки с одной из трёх симметрий можем посчитать так: выберем половину клеток прямоугольника: для осевой симм. - клетки по одну сторону от оси симметрии, для центральной - по одну сторону от любой из ср. линий. Тогда для любой раскраски четырёх клеток в выбр. области имеется единственный способ получить необходимую симметрию, а, закрасив не 4 клетки в области, требуемую симметрию получить нельзя, т.е. всего способов для одной любой симм. - $C^4_{\frac{500\cdot 120}{2}} = C^4_{30000}$. При этом, сложив кол-во способов, мы несколько раз посчитаем некоторые, а именно - трижды те раскраски, которые имеют все три симметрии (из замечания выше). Таких способов C^2_{15000} (закрасив две клетки в верхней левой четверти прямоуг., мы однозначно определяем раскраску).

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА 2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Откуда всего способов $3\cdot C_{30000}^{4} - 2\cdot C_{15000}^{2}$ (посчитали сначала дважды, а нужно по разу)

Ответ: $3C_{30000}^{4} - 2C_{15000}^{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

Условие $(a-c)(b-c)=p^2$, где p - простое, может выполняться в нескольких случаях: $|a-c|=|b-c|=p$, тогда из $a<b$ $c-a=b-c=p$; либо же одна из скобок $-\pm 1$, а другая $-\pm p^2$ соот.

Очевидно, что $b-c\neq 1$ и $a-c\neq -1$, ведь тогда в силу $a<b$ и $a,b\in\mathbb{Z}$ левая часть будет меньше 0. Рассмотрим случаи:

1) $a-c=1$; $b-c=p^2$. Отсюда $a=c+1$; $b=p^2+c$. Из $b-a\not\vdots 3$ $p^2-1\not\vdots 3 \Rightarrow (p-1)(p+1)\not\vdots 3 \Rightarrow p\vdots 3$ (одно число из $p-1;p;p+1 \vdots 3$) $\Rightarrow$ $\Rightarrow p=3$, т.к. p - простое. Отсюда $a=c+1$; $b=c+9$, и из посл.
$(c+1)^2+c+9=1000 \Leftrightarrow (c+1)^2+(c+1)-992=0 \Leftrightarrow (c+1-31)(c+1+32)=0$
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=30 \\ c=-33 \end{array}\right.$. Отсюда тройки: $(31;39;30)$; $(-32;-24;-33)$.

2) $b-c=-1$; $a-c=-p^2$. Отсюда $a=c-p^2$; $b=c-1$, и $p=3$ по рассуждениям, опис. выше, т.е. $(c-9)^2+c-1=1000$ из подстановки в последнее. Отсюда $(c-9)^2+(c-9)-992=0$, т.е.
$\left[\begin{array}{l} c-9=31 \\ c-9=-32 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=40 \\ c=-23 \end{array}\right.$. Отсюда тройки $(31;39;40)$; $(-32;-24;-23)$.

3) $c-a=b-c=p$. Отсюда $a=c-p$, $b=c+p$, и $(c-p)^2+c+p=1000$.

~~[illegible]~~

Ответ: $\{(31;39;30);(-32;-24;-33);(31;39;40);(-32;-24;-23)\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
X	X	X	X	X	X	X

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черновик:

$b_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} = bq^9$

$b_{11} = 2-x = bq^{11}$

$b_{17} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = bq^{17}$

$x=-1 \Rightarrow q = \frac{1}{\sqrt[4]{3x+2}} = \sqrt[4]{-1}$ X

$x = 30 \Rightarrow q = \frac{1}{\sqrt[4]{92}}$

$b_{10} = \sqrt{92 \cdot 784} = 2\sqrt{26}\cdot 28 =$

$= 56\sqrt{26}$

$b_{12} =$

$x=-2 \Rightarrow q = \frac{1}{\sqrt[4]{|3x+2|}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$b_{10} = \sqrt{(-16)\cdot(-4)} = 8$

$b_{12} = 4$

$b_{18} = \sqrt{\frac{-16}{-64}} = \frac{1}{2}$

$b = 64\sqrt{2}$

$q = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$x = -19 \Rightarrow q = \frac{1}{\sqrt[4]{|-55|}}$

$\sqrt{x+6} = \sqrt{3-x}+1$

$x+6 = 3-x+1+2\sqrt{3-x}$

$2x+2 = 2\sqrt{3-x}$

$x+1 = \sqrt{3-x}$

$x^2+2x+1 = 3-x$

$x^2+3x-2=0$

$q^{17-9} = q^8 = \frac{\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} = \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^4}} = \begin{cases} \frac{1}{(3x+2)^2} \\ 25x \geq -34 \Rightarrow x > -\frac{34}{25} \end{cases}$

$D = 9+8 = 17$

$\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

$D = 144+10\cdot47 = 144+752$

$\frac{16}{47}$, 112, $\frac{64}{752}$

896	2
224	2
	2
56	2

14

$q^2 = \frac{1}{\sqrt{|3x+2|}} = \frac{b_{12}}{b_{10}} = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}$

$\Leftrightarrow 1 = \frac{2-x}{\sqrt{25x+34}}$

$2-x = \sqrt{(25x+34)\cdot(-1)}$

$x^2-4x+4 = -25x-34$

$\cancel{x^2+29x-30=0}$ $x^2+21x+38=0$

$\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=30 \end{array}\right.$

$x=-19$

$x=-2$

784	2
	2
196	2
	2
	7
	7

$\cos 3x = \cos x(4\cos^2 x - 3) =$

$= \cos x(2\cos 2x+1)$

$b_{10} = \sqrt{(-441)\cdot(-55)} = 21\sqrt{55}$

$b_{12} = 21$

$b_{18} = \sqrt{\frac{-441}{-\sqrt{55}^3}} = \frac{21}{\sqrt{55}^3}$

$b = 21\sqrt{55}\cdot\sqrt[4]{55}^9$

$q = \frac{1}{\sqrt[4]{55}}$

$p\cos 3x + 6\cos 2x + 3(p+4)\cos x + 10 = 0$

$\cos x(2p\cos 2x + p + 3p + 4) + 6\cos 2x + 10 = 0$

$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2} \\ y = 18 \\ z = 0 \end{cases}$

$(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} - 1)(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 2)$

$\sqrt{x+6} = \sqrt{3-x}+1$ $\quad$ $x+6 = \sqrt{3-x} - 2$

$\cancel{2ab = a-b+7}$

$\begin{cases} 2ab = a-b+7 \\ a^2+b^2 = 9 \end{cases}$

$(a-b)^2 = 2-(a-b)$

$(a-b-1)(a-b+2) = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
X	X	X	X	X	X	X

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача №7.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 [X] 2 [X] 3 [X] 4 [X] 5 [X] 6 [X] 7 [X]

СТРАНИЦА __ ИЗ __

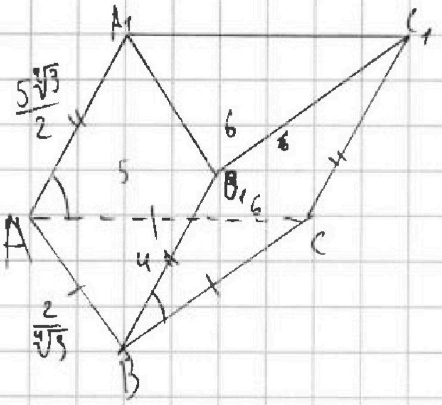
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черн.

$$\begin{cases} a<b \\ b-a \vdots 3 \\ (a-c)(b-c) \text{ - квадр. } p \\ a^2+b=1000 \end{cases}$$

~~сидрь~~

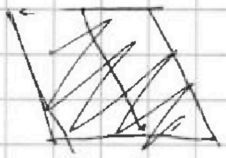
~~ано~~ $\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$

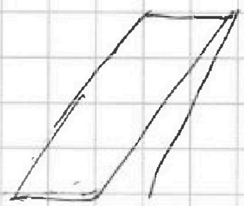


$\frac{\sqrt{3}a^2}{4}=4$

$a^2=\frac{4}{\sqrt{3}}$

$a=\frac{2}{\sqrt[4]{3}}$





4033

$(a-c)(b-c)=p^2$

$$\begin{cases} a-c=-1 & (a-c)=-p^2 \\ a-c=1 & (b-c=p^2) \\ \cancel{|a-c|=|b-c|} \\ -a+c=b-c=p \end{cases}$$

$a=c+1$

$b=p^2+c=c+9$ $(p=3)$

$b=p+c$ $\qquad b-a=2p$

$a=c-p$

$(c-p)^2+c+p=1000$

$c^2-2cp+p^2+c+p=1000$

$(c-2p)(c+1)+p(p+3)=1000$

$(c+1)^2+c+1=992$

$D=1+992\cdot4=3969$

$t^2+t-992=0$

$63^2=3780+189$

$t_{1,2}=\frac{-1\pm 63}{2}$

$(t-31)(t+32)=0$

$\left[\begin{array}{l} c=30 \\ c=-33 \end{array}\right.$ $\quad (31;39;30)$ $\quad (-32;-24;-33)$

$b=c-1$

~~$a=b+2p$~~ $\quad b=a+2p$ $\quad a=c-p^2=c-9$

$a^2+a+2p=1000$

$(c-9)^2+c-9=1008$

$a(a+1)=1000-2p$

$2p=1000-a(a+1)$

$p=500-\frac{a(a+1)}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

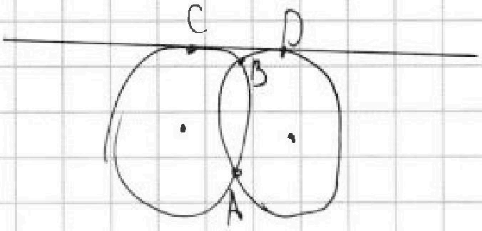
1	2	3	4	5	6	7
X	X	X	X	X	X	X

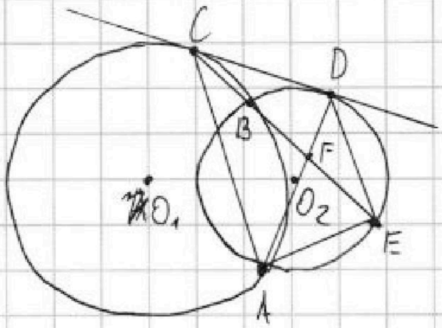
СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черн. $2C^4_{500\cdot 60} + C^4_{250\cdot 120} - 3C^4_{250\cdot 60}$

30000 30000





$\frac{CF}{EF} = \frac{7}{20}$

$\overset{\frown}{CB} = \overset{\frown}{DE} - \overset{\frown}{DB}$

$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 6(2\cos^2 x - 1) + 3p\cos x + 12\cos x + 10 = 0$

$4p\cos^3 x + 12\cos^2 x + 12\cos x + 4 = 0$

$p\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$

$(p-1)\cos^3 x + (\cos x + 1)^3 = 0$

$(\cos x + 1)^3 = (\sqrt[3]{1-p}\,\cos x)^3$

$\cos x + 1 = \sqrt[3]{1-p}\cos x$

$\cos x(\sqrt[3]{1-p} - 1) = 1$

$\sqrt[3]{1-p} - 1 \geq 1$

$\sqrt[3]{1-p} - 1 \leq -1$

$(c-p)^2 + (c-p) - 992 = 8p + 8$

$(c-p-31)(c-p+32) = 8p+8$