



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{(25x-9)(x-6)}$ , девятый член равен  $x+3$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $2 : 5$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $100 \times 400$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 710$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

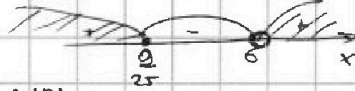
$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} = b_1 \cdot q^6$$

$$b_9 = x+3 = b_1 \cdot q^8$$

$$b_{15} = \sqrt{\frac{(25x-9)}{(x-6)^3}} = b_1 \cdot q^{14}$$

$$b_1 = \frac{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}{q^6} = \sqrt{(25x-9)(x-6) \cdot |x-6|^{-3}}$$

$$D: (x-6)(x-\frac{9}{25}) \geq 0 \quad x-6 \neq 0$$



$$\prod_{p=2}^n 25^p - 9 \neq 0:$$

$$\frac{b_7}{b_{15}} = q^{-8} = \sqrt{(x-6)^4} = (x-6)^2$$

$$q = \frac{1}{\sqrt[4]{(x-6)^2}} = \frac{1}{\sqrt{|x-6|}}$$

$$x < \frac{9}{25}:$$

$$b_1 = \sqrt{(9-25x)(x-6)^4}$$

$$x+3 = \sqrt{(9-25x)(x-6)^4} \cdot \frac{1}{\sqrt{(x-6)^4}}$$

$$\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ x^2+6x+9 = 9-25x \end{cases}$$

$$x(x+3) = 0$$

$$\begin{aligned} x=0 & \quad x = -3 \\ 9 \geq 0 & \quad -28 \leq 0 \\ & \quad \emptyset \end{aligned}$$

$$x > 6:$$

$$b_1 = \sqrt{(25x-9)(x-6)^4}$$

$$x+3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)^4} \cdot \frac{1}{\sqrt{(x-6)^4}}$$

$$\begin{cases} x+3 \geq 0 & x \geq -3 \\ x^2+6x+9 \geq 25x-9 \end{cases}$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{19 \pm \sqrt{361 - 72}}{2} = \frac{1}{2} < 6 \quad \emptyset$$

$$\prod_{p=2}^n x = \frac{9}{25} \quad b_1 = 0 \Rightarrow b_9 = 0 \times \frac{9}{25} + 3 \Rightarrow \emptyset$$

Ответ: 0, 18.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\boxed{2} \quad \begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases}$$

Заметим, что  $0 \leq \sqrt{81-z^2} \leq 9$

$$\Rightarrow |y+4| + 4|y-5| \leq 9$$

Рассмотрим случаи:

$$y \in (-\infty; -4)$$

$$y \in [-4; 5]$$

$$y \in (5; +\infty)$$

$$\begin{aligned} -y-4-4y+20 &= 0 \\ &= -5y+16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y+4-4y+20 &= 0 \\ &= -3y+24 \end{aligned}$$

$$y+4+4y-20 = 5y-16$$

Применим неравенство  $(a+b)^2 \geq 4ab$  от 36

$$(5) \cdot (-4) + 16 = 36 > 9 \quad 9 \leq 9 \text{ (при } y=5)$$

от 9 - не выполняется  $9 < +\infty$

$\Rightarrow$  Проверим только  $y=5$

$$\Rightarrow |y+4| + 4|y-5| \geq 9$$

$$\Rightarrow \sqrt{81-z^2} \leq 9$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |y+4| + 4|y-5| = 9 \\ \sqrt{81-z^2} = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=5 \\ z=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

ОДЗ:  $x+5 \geq 0$   
 $1-x \geq 0$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{(x+5)(1-x)} - 4$$

$$x+5 - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} + 1 - x = 4(x+5)(1-x) - 16\sqrt{(x+5)(1-x)} + 16$$

$$5-4x-x^2 \geq 0 \quad x^2+4x-5 \leq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+5}}{1} = -2 \pm 1$$



$$x \in [-5; 1]$$

Пусть  $\sqrt{(x+5)(1-x)} = \alpha, \alpha \geq 0$

$$4\alpha^2 - 14\alpha + 10 = 0$$

$$2\alpha^2 - 7\alpha + 5 = 0$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49-40}}{4} = \frac{7 \pm 3}{4} \Rightarrow \frac{5}{2}, 1$$

$$\begin{cases} (x+5)(1-x) = \frac{25}{4} \\ (x+5)(1-x) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+4x-5+\frac{25}{4}=0 \quad | \cdot 4 | \quad 4x^2+16x-20+25=0 \\ x^2+4x-5+1=0 \quad | \cdot 4 | \quad 4x^2+16x-20+4=0 \end{cases}$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64-100}}{4} = \frac{-8 \pm 2\sqrt{6}}{4} = \frac{-4 \pm \sqrt{6}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-1}}{1} = -2 \pm 1$$

Ответ:  $(-2+2\sqrt{2}; 5; 0); (-2+2\sqrt{2}; 5; 0); (-2+\frac{\sqrt{6}}{2}; 5; 0); (-2-\frac{\sqrt{6}}{2}; 5; 0)$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \quad p \cdot \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

Пусть  $t = \cos x$

$$p(4t^3 - 3t) + 3(p+4)t = 6(2t^2 - 1) + 10$$

$$4pt^3 - 3pt + 3pt + 12t - 12t^2 + 6 - 10 = 0$$

$$pt^3 - 12t^2 + 12t - 4 = 0$$

Можно разложить по формуле для кубов, но я её не помню

Можу лишь заметить, что при  $p=1$ :  $(t-1)^3 = 0$

$$t = 1$$

$$\cos x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



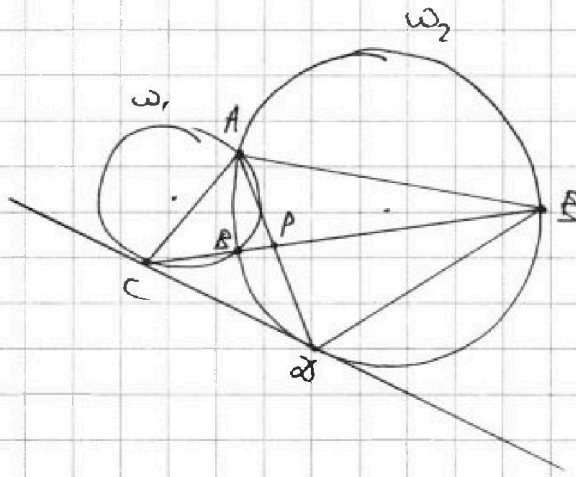
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4



Пусть  $CE \cap AD = T, P$

$$\Rightarrow \frac{CP}{PE} = \frac{2}{5}$$

$$CB \cdot BE = CD^2$$

$$\frac{ED}{AB} = \frac{PE}{PA} \quad (\triangle ABP \sim \triangle ESP)$$

$$\frac{BD}{AE} = \frac{BP}{PE} \quad (\triangle BPD \sim \triangle KPE)$$

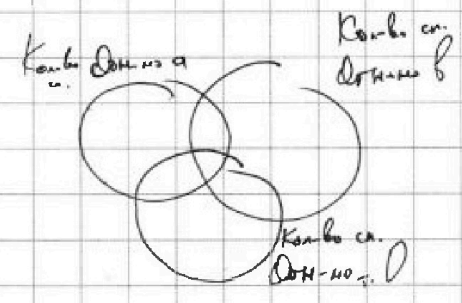
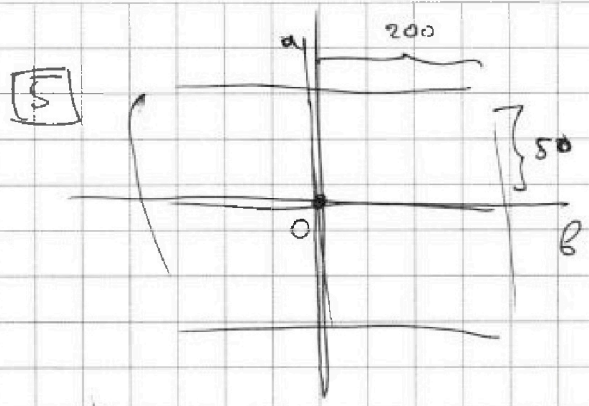


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

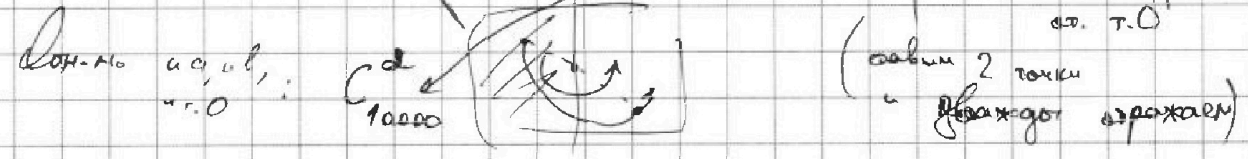
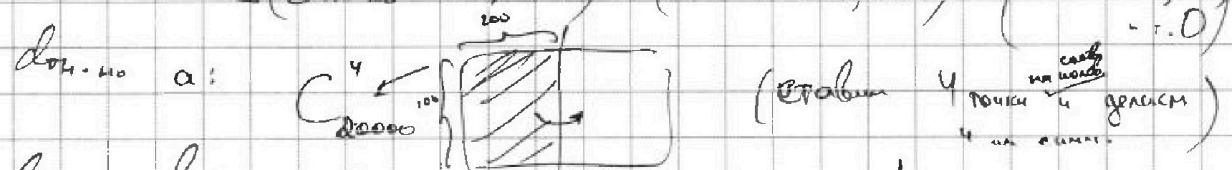
СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Надо посчитать кол-во способов закрасить:

$$S = (\text{Кол-во } a) + (\text{Кол-во } b) + (\text{Кол-во } 0) - (\text{Кол-во } a, \text{ и } b) - (\text{Кол-во } a, \text{ и } 0) - (\text{Кол-во } b, \text{ и } 0) + (\text{Кол-во } a, \text{ и } b, \text{ и } 0)$$



Кол-во  $a, b, 0$ :  $C_{10000}^2 = \text{Кол-во } a, \text{ и } 0 = \text{Кол-во } b, \text{ и } 0$

$$\Rightarrow S = \left[ 3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^2 \right] = 3 \cdot \frac{20000!}{(20000-4)! \cdot 4!} - 2 \cdot \frac{10000!}{(10000-2)! \cdot 2!}$$

↑ число способов

Ответ:  $3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^2$

Симметрия от  $a$  и  $b$   
 симметрично от  $0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6

Заметим, что

$$(a-c)(b-c) = p^2, \quad p - \text{простое число}$$

⇒ Рассмотрим сред. случаи

$$\textcircled{1} \begin{cases} a-c=p \\ b-c=p \end{cases} \quad \begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases} \quad \begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases} \quad c=a-1$$

⇒  $a=b$

~~$\emptyset$~~   
т.к.  $a < b$

$$\Rightarrow (a-b) = (p^2 - 1)$$

~~$\emptyset$~~   
т.к.  $a < b$

⇒  $b-a = p^2 - 1$

Заметим, что

$$p^2 - 1 : 3, \text{ если } p \not\equiv 3 \Rightarrow p \neq 3$$

по Малой т. Ферма

⇒  $b-a : 3$ , а это не так!  
(по условию)

⇒  $p=3$

⇒  $b-a=8$

$$\begin{cases} a^2 + b = 210 \end{cases}$$

$$a^2 + a - 702 = 0$$

$$D = 2809 = 53^2$$

⇒  $a_1 = 26 \Rightarrow b_1 = 34 \Rightarrow c_1 = 25$

⇒  $a_2 = -27 \Rightarrow b_2 = -19 \Rightarrow c_2 = -28$

Ответ:  $(26; 34; 25);$   
 $(-27; -19; -28).$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7

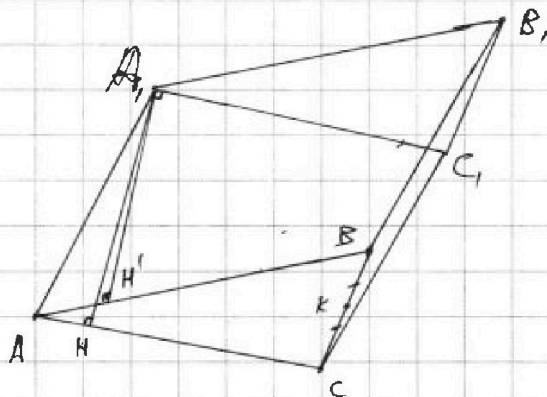


Рисунок  $S_{AA_1CC_1} = S_{AA_1B_1B} = 3$

$\triangle ABC$  - р/ст

т.к. у триг. две стороны - пер-кат, то ур. вис.  $h$  и  $h'$  высоты

$\Rightarrow A_1H \cdot AC = A_1H' \cdot AB$

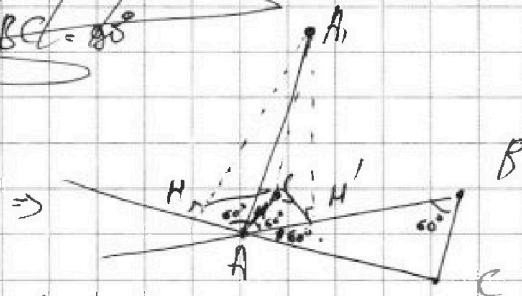
$\Rightarrow A_1H = A_1H'$

$AC = \frac{2\sqrt{3}}{4} = 1$

$AC = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$A_1H = A_1H' = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{3}$

~~до конца вытекает симметрия относительно  $AA_1$ , где  $K$  - пер.  $BC$~~



1) Если т. H лежит на  $AC$  или т. H' на  $AB$  или т. H' на  $AC$

$\Rightarrow$  2) Только случай, когда т. H на  $AC$  и т. H' на  $AB$

$HA = AH'$  ( $\triangle AA_1H = \triangle AA_1H'$  - по  $AA_1$  общ.  $HA = AH'$ )

Опустим  $AS \perp (ABC)$

из симметрии и рав-ва  $\triangle HAS = \triangle H'AS$

$\angle HAS = \angle SAH' = \frac{120^\circ - \angle BAC}{2} = 60^\circ$

$\Rightarrow BB'C'C$  - ур/ст из симметрии относительно  $AK$

$\Rightarrow CC_1 \perp BC$

$\Rightarrow CC_1 = \frac{2}{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3} = AA_1$

$\angle A_1H'$  что необходимо





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7 (Продолж.)

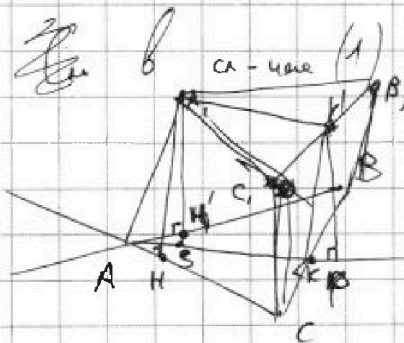
$$\Rightarrow HS \parallel BC \quad \begin{matrix} HA, \sqrt{3} \\ \angle BAH' = \angle ABC \\ \text{высота } AA_1 \end{matrix} \Rightarrow (ASA_1) \parallel (BCC_1)$$

$$\Rightarrow A_1S - \text{высота в } \triangle B_1B_1B$$

$$A_1S = \sqrt{3} \quad (\text{из 1 случая})$$

$$\Rightarrow V = A_1S \cdot S_{\triangle ABC} = \sqrt{3}$$

Ответ:  $\sqrt{3}$ .



$BB'C'C$  - фронт, т.е.

плоск  $K'P \perp (BCA)$ , т.к.  $K \in CB$ ,

$PK \perp BC$  и  $K'P \perp KP$   
( $AK \perp BC$ )

$\Rightarrow$  по т. о 3х перпен.

$$\begin{cases} K'K \perp BC \\ K'K = CK \end{cases}$$

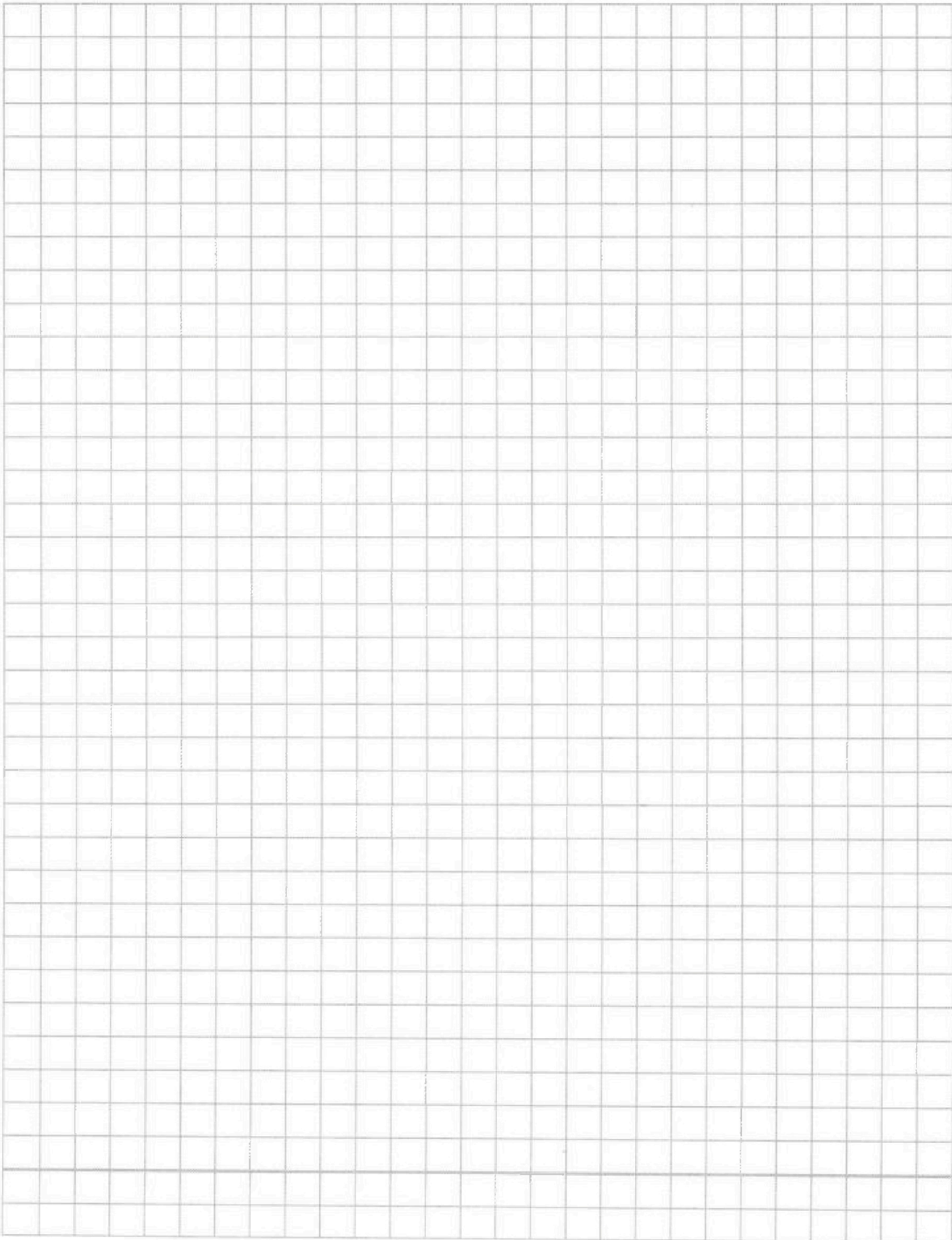


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



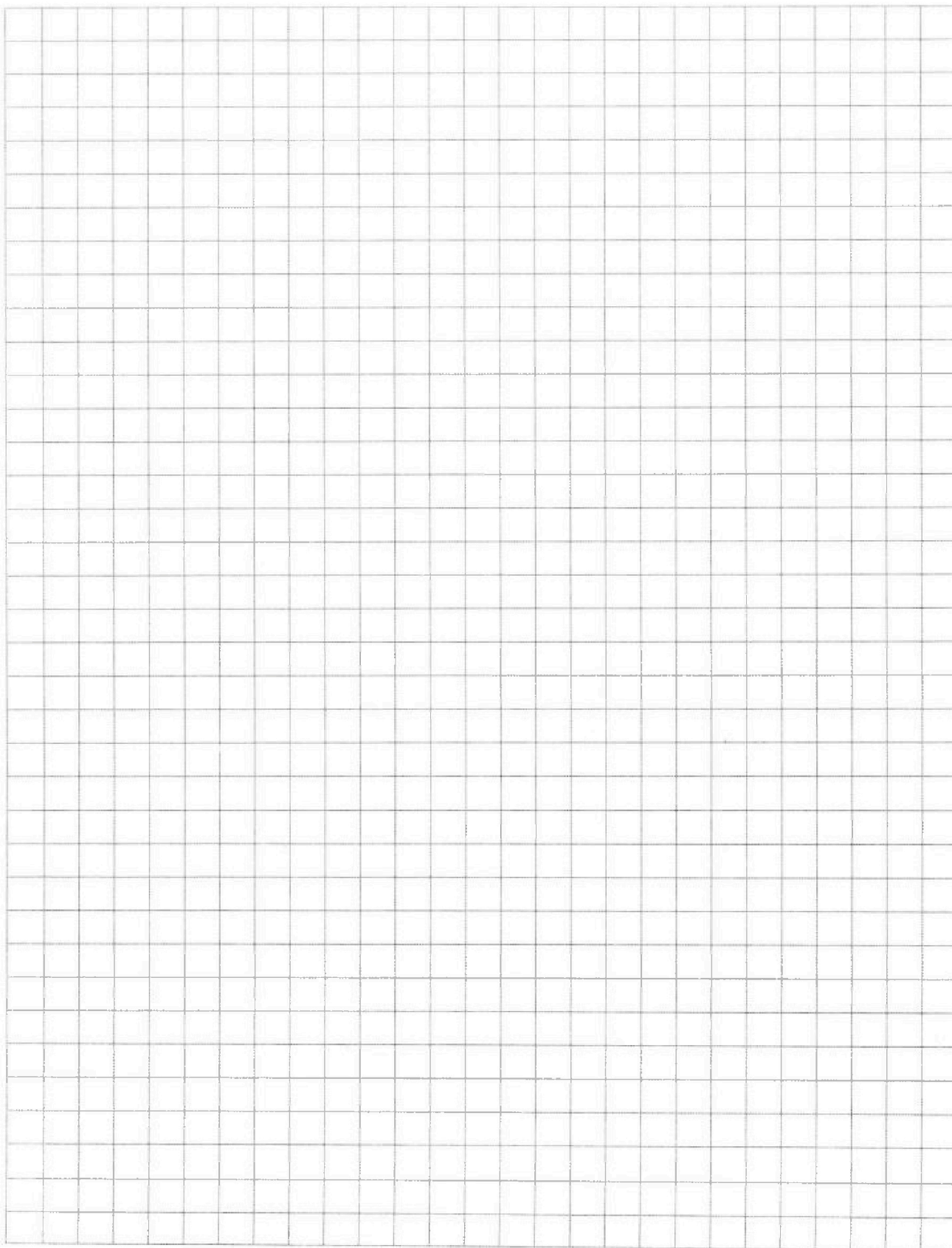


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{cases} x+5 \geq 0 \\ 1-x-4z \geq 0 \\ y-4x-x^2+z \geq 0 \\ 81-z^2 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x \geq -5 \\ 4z \leq 1-x \\ x^2 \leq y+2 \\ (8-9)(z+9) \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x \leq 1-4z \\ 4z \leq 6 \\ z \leq \frac{3}{2} \\ -9 \leq z \leq \frac{3}{2} \\ x \leq \frac{1-4z}{2} \end{cases}$$

$$x+5 + 1-x-4z + 16 = 2\sqrt{(x+5)(1-x-4z)} + 2\sqrt{x+5} + 8\sqrt{1-x-4z} = 4y - 16x - 4z^2 + 4z$$

$$2 + 16x - 8z - 4y$$

$$\begin{aligned} \cos 3x &= \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x = (\cos^2 x - \sin^2 x) \cos x - 2\sin^2 x \cdot \cos x \\ &= \cos^3 x - 2\cos x \sin^2 x - 2\sin^2 x \cos x = \cos^3 x - 3\cos x (1 - \cos^2 x) = \\ &= 4\cos^3 x - 3\cos x \end{aligned}$$

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 3(p+4)\cos x = 6 \left( \frac{2\cos^2 x - 1}{2} \right) + 10$$

$$t = \cos x$$

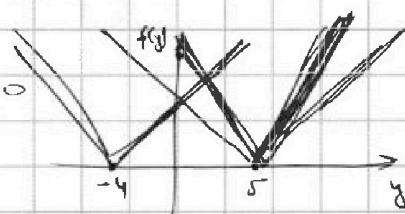
$$4pt^3 - pt + 3pt + 12t = 6 + 12t^2 + 10$$

$$4pt^3 = 12t^2 + 12t - 4 = 0$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 \quad |t-t_0$$

$$\begin{array}{r} pt^3 - pt_0^2 \\ \hline (pt^2 - 3t^2) \end{array} \quad pt^2 + (pt - 3)t$$



$$pt(4t^2 - 3) + 3pt + 4t =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1) \quad b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} = b_1 \cdot q^6$$

$$b_9 = x+3 = b_1 \cdot q^8$$

$$b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = b_1 \cdot q^{14}$$

$$D: (x-6) \left(x - \frac{9}{25}\right) \geq 0$$

$$\frac{b_{15}}{b_7} = \sqrt{\frac{(x-6)^{-3}}{(x-6)^6}} = q^{-8}$$

$$q^{-8} = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$q = \sqrt[8]{\frac{1}{(x-6)^2}} = \sqrt[4]{|x-6|}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(25x-9)(x-6)} = b_1 \cdot \left(\sqrt[4]{|x-6|}\right)^6$$

$$b_1 = \sqrt{\frac{(25x-9)(x-6)^4}{(x-6)^4}} = \sqrt{(25x-9)(x-6)^4}$$

$$x+3 = \frac{\sqrt{(25x-9)(x-6)^4}}{\sqrt{(x-6)^4}}$$

$$x \leq \frac{9}{25}$$

$$x \geq 6$$

$$x+3 = \frac{9-25x}{(x-6)^2} \cdot (x-6)^{\frac{1}{2}}$$

$$(x+3)^2 = (x-6)^2 (9-25x)$$

$$x+3 \geq 0$$

$$x-3 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^2}} \cdot (x-6)^{\frac{1}{2}}$$

$$(x-3)^2 = (x-6)^2 (25x-9)$$

$$x-3 \geq 0$$

$$x^2 + 6x + 9 = (x^2 - 12x + 36) (25x - 9)$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x^2 - 9x^2 - 270x + 324$$

$$-19x^2 + 6x - 315 = 0$$

$$\sqrt{(x+3)(x-6)} = \sqrt{|x-6|}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x - 9$$

$$x^2 + 6x - 25x + 18 = 0$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$D = 361 - 72 = 289$$

$$x_{1,2} = \frac{19 \pm 17}{2} = \begin{matrix} 1 \\ 18 \end{matrix}$$

$$\frac{9}{25}$$

$$x^2 + 6x + 9 - 9 + 25x = 0$$

$$x(x^2 + 31) = 0$$

$$x = 0$$

$$x = -31$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y+4| - 4|y-5| \leq 9$$

$$y \in (-\infty; -4):$$

$$-y-4 - 4y+20 = -5y+16 \geq 0$$

~~...~~

$$y \in (-4; 5):$$

$$y+4 - 4y+20 =$$

$$= -3y+24$$

$$\dots 9$$

$$y \in (5; +\infty):$$

$$y+4 + 4y-20 =$$

$$= 5y-16$$

$$9 \dots$$

$$\Rightarrow y = 5$$

$$z = 0$$

$$\sqrt{-2+2\sqrt{5}+5} - \sqrt{1+2+2\sqrt{5}+4} = 2\sqrt{(3+2\sqrt{5})(2\sqrt{5}+3)}$$

$$4 = 2\sqrt{5}+3-2+2\sqrt{5}$$

$$-x^2 - 4x + 5 \geq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+9}}{-1}$$

$$x^2 + 4x - 5$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$x+5 - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} + 1-x = 4 \cdot (5-4x-x^2)$$

$$6 - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} = 4(5-4x-x^2)$$

$$2x^2 + 8x - (10+3) = \sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{(1-x)(x+5)}$$

$$x+5 + 1-x - 2\sqrt{(1-x)(x+5)} = 4\sqrt{(1-x)(x+5)}$$

$$2\alpha^2 + \alpha - 3 = 0$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{4} = \left\{ \frac{3}{2}, -3 \right\}$$

$$\sqrt{(1-x)(x+5)} = \frac{3}{2}$$

$$x+5 - x^2 - 5x = \frac{9}{4}$$

$$x^2 + 4x - 5 + \frac{9}{4} = 0$$

$$4x^2 + 16x - 11 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64+44}}{4} = \frac{-8 \pm \sqrt{108}}{4} = \frac{-8 \pm 6\sqrt{3}}{4} = \frac{-2 \pm 3\sqrt{3}}{1}$$

$$49 - 40$$

$$2\sqrt{2} \quad 3$$

$$4 \cdot 2 < 9 \quad \frac{14}{28}$$

$$11 \sqrt{3} \quad 12$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

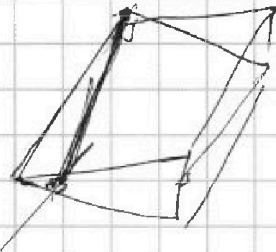
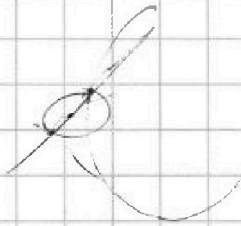
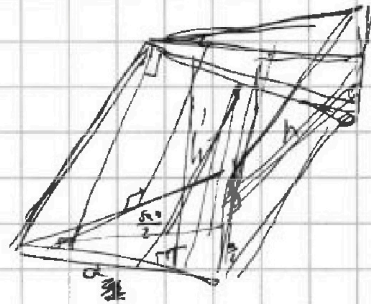
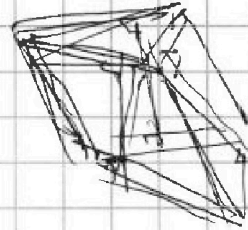
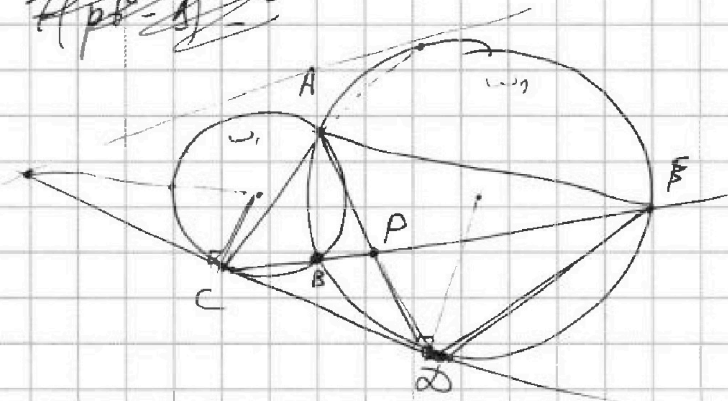
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$p = \frac{3t^2 - 3t + 1}{t^3} = \frac{3t^2 - 3t + 1}{t^3}$$

$$\frac{3t^2 - 3t + 1}{t^3} = \frac{3t^2 - 3t + 1}{t^3}$$

~~Решение:~~



$$a^2 \frac{\sqrt{3}}{2} = 1$$

$$a = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$h = \frac{a}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$h' = \frac{a}{2} \sqrt{3}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$\rightarrow \begin{cases} a-c=1 & b-c=p^2 & (1) \\ a-c=p^2 & b-c=1 & (2) \\ a-c=p & b-c=p & (3) \end{cases}$$

$$a-c=p^2 \quad b-c=1 \quad (2)$$

$$a-c=p \quad b-c=p \quad (3)$$

$$\cancel{a=b} \quad \text{---}$$

$$b-a = p^2 - 1$$

$$\begin{pmatrix} a-b \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p^2-1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{невозможно} \quad \text{---}$$

$$b-a = (p-1)(p+1)$$

$$a^2 + b - a^2 - a = (p-1)(p+1)$$

$$210 - a(a+1) = p^2 - 1$$

~~$$p^2 - 1 \mid (b-a)$$~~

~~$$p^2 - 1 \mid \dots$$~~

по лемме  
в. Ферма  $p^2 - 1 \mid 3$  , если  $p \neq 3$

$$\Rightarrow p=3$$

$$\begin{cases} b-a=8 \\ a^2+b=210 \end{cases}$$

$$a^2+a=202$$

$$a^2+a-202=0$$

$$a^2+a-202=0$$

$$a_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+808}}{2} = \frac{-1 \pm 28}{2}$$

~~---~~

$$1 + 2028$$

$$2108$$

$$\begin{array}{r} 2108 \\ -205 \\ \hline 25 \\ 205 \\ \hline 2308 \end{array}$$

(53)



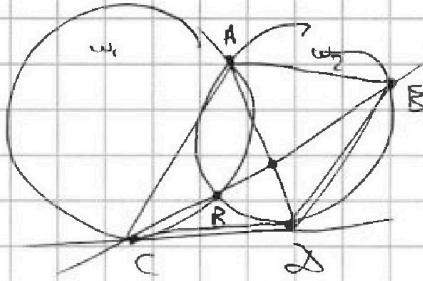


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

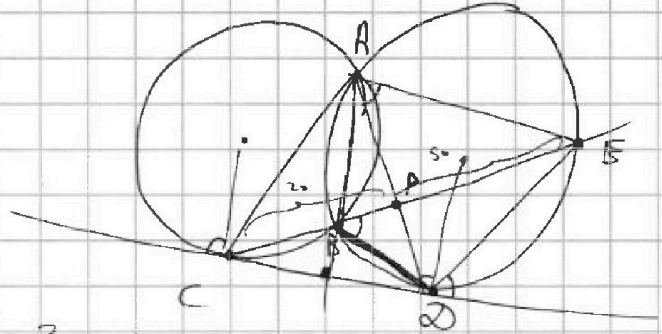
СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



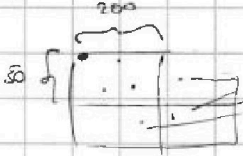
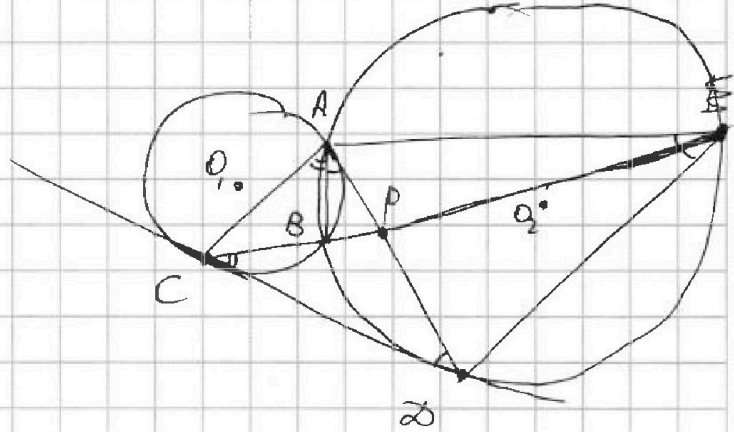
$$\frac{AB}{CB} = ?$$

$$\frac{CA}{CB} = \sin \alpha$$

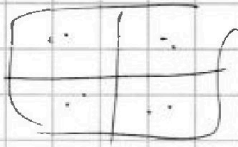


$$\frac{AB}{CB} = \frac{BP}{PE} = \frac{BD}{AB}$$

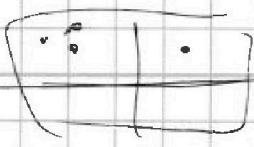
$$CB \cdot CE = CA^2$$



$$C_{10000}^4 = \frac{10000!}{4! \cdot (10000-4)!}$$



$$C_{10000}^2 = \frac{10000!}{2! \cdot (10000-2)!}$$



C