



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$, девятый член равен $x + 3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_1 = a, a_2 = ba, \dots, a_n = b^6 a = \sqrt{(25x-9)(x-6)}, \dots, a_9 = x+3, \dots$

$\dots, a_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = b^{14} a$

$\frac{25x-9}{(x-6)^3} \geq 0 \quad x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup (6; +\infty)$

$(25x-9)(x-6) \geq 0 \quad x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup (6; +\infty)$

Заметим, что числа $a \neq 0$ и $b \neq 0$, т.к. иначе $\begin{cases} x = -3 \\ x = \frac{9}{25} \end{cases}$ не удовлетворяет

$$\begin{cases} b^6 a = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \\ a b^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \\ b^8 a = x+3 \end{cases} \quad \begin{cases} b^6 a = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \\ b^8 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^4 \cdot (25x-9)}} \\ b^8 a = x+3 \end{cases} \quad \begin{cases} b^6 a = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \\ b^8 = \frac{1}{(x-6)^2} \\ a = \frac{1}{(x-6)^2} = x+3 \end{cases}$$

$b^2 = \frac{1}{\sqrt{|x-6|}} \quad b^6 = \frac{1}{\sqrt{|x-6|^3}}$



$\frac{1}{\sqrt{|x-6|^3}} \cdot (x+3) \cdot (x-6)^2 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$

$(x+3)(x-6)^2 = \sqrt{(25x-9)(x-6) \cdot |x-6|^3}$

~~$(x-6)(x+3) = \sqrt{(25x-9)(x-6)|x-6|}$~~

1) $x > 6 \quad x+3 = \sqrt{25x-9} \quad x^2 + 6x + 9 = 25x - 9$

$x^2 - 19x + 18 = 0 \quad (x-1)(x-18) = 0 \quad x = 18$

2) $x < 6 \quad x+3 = \sqrt{9-25x} \quad \begin{cases} x^2 + 6x + 9 = 9 - 25x \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 31x = 0 \\ x \geq -3 \end{cases} \quad x = 0$

Ответ: $x = 18, x = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases}$$

так $81-z^2 \geq 0 \quad z^2 \leq 81 \quad -9 \leq z \leq 9$

$x+5 \geq 0 \quad x \geq -5; \quad 1-x \geq 4z; \quad y-4x-x^2+z \geq 0$

рассмотрим 2 случая

1) $y \geq 5$
 $y+4+4y-20 = 5y-16 = \sqrt{81-z^2}$

$\min(5y-16) \text{ в } y_{\min} \text{ т.е. } 25-16=9 \quad \max \sqrt{81-z^2} = 9$

т.е. $\begin{cases} \sqrt{81-z^2} \geq 9 \\ 5y-16 \leq 9 \end{cases}$ т.е. значения функции в $y=5 \quad z=0$

2) $-4 \leq y < 5$
 $y+4-4y+20 = -3y+24 = \sqrt{81-z^2}$

$\min -3y+24 \text{ в } y = \max \text{ т.е. } 24-15=9$

$\begin{cases} \sqrt{81-z^2} \leq 9 \\ -3y+24 \geq 9 \end{cases}$ т.е. значения функции в $y=5 \quad z=0$

3) $y < -4$
 $-y-4-4y+20 = -5y+16 = \sqrt{81-z^2}$

$\min(-5y+16) \text{ в } y = \max \text{ т.е. } (-5(-4))+16=36$

$\begin{cases} \sqrt{81-z^2} \leq 9 \\ -5y+16 \geq 36 \end{cases}$ т.е. значения не достигается

Значит да $z=0; y=5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4 \cdot 0} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2+0} \\ z=0 \\ y=5 \end{array} \right.$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$x+5 \geq 0 \quad x \geq -5; \quad 1-x \geq 0 \quad 1 \geq x; \quad (x+5)(1-x) \geq 0 \quad x \in [-5; 1]$$

$$x \in [-5; 1]$$

$$\sqrt{x+5} + 4 = \sqrt{1-x} + 2\sqrt{(x+5)(1-x)} \quad \underbrace{5-4x-x^2}$$

$$x+5 + 8\sqrt{x+5} + 16 = 1-x + 4(1-x)\sqrt{x+5} + 4(x+5)(1-x)$$

$$x+21 + 8\sqrt{x+5} = 1-x + 4(1-x)\sqrt{x+5} + 4x^2 - 16x + 20$$

$$4x^2 + 18x = \sqrt{x+5}(4-4x-8) = \sqrt{x+5}(-4-4x)$$

$$(4x^2 + 18x)^2 = (x+5) \cdot 16(1+x)^2$$

$$16x^4 + 8 \cdot 144x^3 + 289x^2 = (16x+80)(1+2x+x^2)$$

$$16x^4 + 136x^3 + 289x^2 = 16x + 32x^2 + 16x^3 + 80 + 160x + 80x^2$$

$$16x^4 + 120x^3 + 174x^2 - 146x - 80 = 0$$

$$\sqrt{x+5} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2} + \sqrt{1-x}$$

$5-4x-x^2$ - параболы \searrow максимум в $x = -\frac{4}{2} = -2$ $y = 5+8-4=9$ - max значение

при $x \in [-2; 1]$ убывает \nearrow , нулевая точка \searrow



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^2 + 18x = \sqrt{x+5} (4 - 4x - 8)$$

$$2x^2 + 9x = \sqrt{x+5} (-2 - 2x)$$

$$4x^4 + 36x^3 + 81x^2 = (x+5)(1+2x+x^2)4 = (x+2x^2+x^3+5+10x+5x^2)4 =$$

$$= (11x + 8x^2 + x^3 + 5)4$$

$$4x^4 + 32x^3 + 53x^2 - 44x - 20 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{№3} \quad p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x \quad \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \quad \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3(p+4) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$t = \cos x \quad t \in [-1; 1]$$

$$p(4t^3 - 3t) + 3(p+4)t = 6(2t^2 - 1) + 10$$

$$4pt^3 - 3pt + 3pt + 12t = 12t^2 - 6 + 10$$

$$4pt^3 + 12t - 12t^2 - 4 = 0$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$1) \quad p=1 \quad t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0 \quad (t-1)^3 = 0 \quad t=1$$

$$\cos x = 1 \quad x = 2\pi n$$

$$\text{2)} \quad (p-1)t^3 + t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0 \quad t \neq 0, \text{ m.u. } -1 \neq 0$$

$$p-1 = -\frac{(t-1)^3}{t^3} \quad p = -\frac{(t-1)^3}{t^3} + 1$$

$$p = -\frac{(\cos x - 1)^3}{\cos^3 x} + 1 = 1 - \left(1 - \frac{1}{\cos x}\right)^3 = \frac{1}{\cos x} \left(1 + \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\cos^2 x}\right)$$

$$\text{2)} \quad p=0 \quad \cos x = 1 \quad x = \pi n$$

$$= \frac{1}{\cos x} \left(1 + 1 - \frac{1}{\cos x} + \left(1 - \frac{1}{\cos x}\right)^2\right) = \frac{1}{\cos x} \left(3 - \frac{3}{\cos x} + \frac{1}{\cos^2 x}\right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

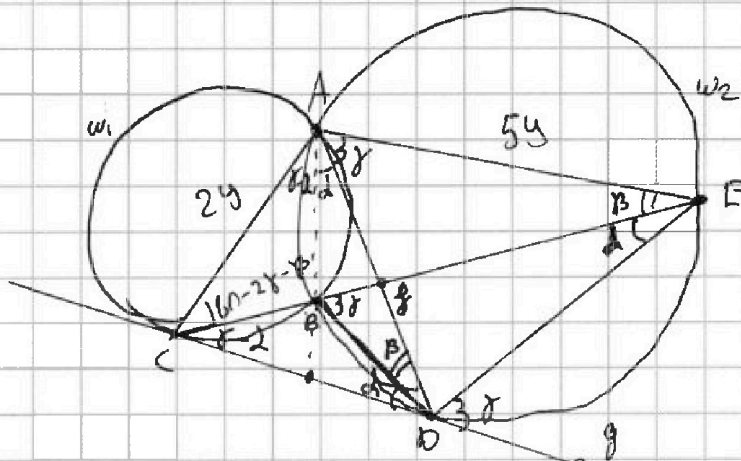
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

ED:CD=?

CG:BE=2:5



пусть $\angle BAD = \alpha$ т.к. $\angle BAD, \angle BED, \angle BDC$ все опираются на \widehat{BD} ,
то все равны α

пусть $\angle BDA = \beta$ $\angle BDA = \angle AEB = \beta$ т.к. опираются на одну дугу \widehat{AB}

пусть $\angle EBD = \gamma$ т.к. $\angle EBD = \angle EDG = \angle EAD = \gamma$ т.к. опираются все
на одну дугу \widehat{DE}

$\triangle CBD$ $\angle B = 180 - \gamma$, $\angle C = 180 - 180 + \gamma - \alpha = \gamma - \alpha$

$\angle BAC = \angle BCD = \gamma - \alpha$ т.к. опираются на одну дугу \widehat{CB}

$\triangle CAE$ $\angle CAE = \angle AFE = \gamma \Rightarrow \triangle CAE \sim \triangle AFE$ з.с.б. $\frac{AC}{CE} = \frac{AE}{FE}$

$\frac{AC}{AE} = \frac{CE}{FE} = \frac{2}{5}$ пусть $AC = 2y$, $AE = 5y$

$\angle ADE = 180^\circ - \alpha - \beta - \gamma$

$\triangle ACG$ $\angle G = \gamma + \beta \Rightarrow \angle ACG \angle C = 180 - \gamma - \gamma - \beta = 180 - 2\gamma - \beta$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle ACD = 180^\circ - 2\gamma - \beta + \gamma - \alpha = 180^\circ - \gamma + \gamma - \alpha - 2$$

$$\triangle ACD \sim \triangle ADE$$

$$\frac{AC}{AD} = \frac{CD}{DE} = \frac{AD}{AE}$$

$$AD^2 = AC \cdot AE = 10y^2 \Rightarrow AD = \sqrt{10} y$$

$$\frac{CD}{DE} = \frac{AC}{AD} \quad \frac{DE}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{\sqrt{10}y}{2y} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{10}}{2}$

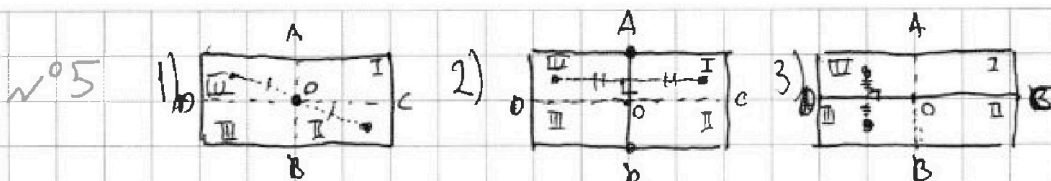


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



разбьем прямоугольник на 4 сектора как на рисунке

1) найдем сумму всех 4 растений

запомним, что если ^{закрылись} ~~открылись~~ в I секторе, то в III ~~это тоже~~ ^{это-то} ~~открылись~~ ^{активно} II и IV

закрылись \Rightarrow нужно как-то ~~открылись~~ ^{закрылись} 4 клетки в I и II _{и на ср. линии}

сектора, а III и IV ~~сами~~ ^{сами} ~~открылись~~ ^{открылись}

~~I и II сектора ⁴ открылись $\approx 200 \cdot 100$ стабов~~

2) найдем сумму всех 2 растений

запомним, что если ~~закрылись~~ ^{закрылись} в I секторе, то в ~~IV~~ ^{IV} ~~открылись~~ ^{это-то}

тоже ~~закрылись~~ ^{закрылись}, а ~~активно~~ ^{активно} II \rightarrow III \Rightarrow нужно как-то ~~закрылись~~ ^{закрылись} _{в 4 угла}

~~I и III сектора, а остальные ⁴ сами открылись~~

~~I и III сектора ⁴ открылись $\approx 200 \cdot 100$ стабов~~

3) найдем ~~количество~~ ^{количество} 3 растений

запомним, что ~~активно~~ ^{активно} ~~сам~~ ^{сам} ~~открылись~~ ^{открылись} I, то ~~открылись~~ ^{открылись} II и ~~сам~~ ^{сам} ~~открылись~~ ^{открылись} III

~~IV, то ⁴ открылись III~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача

Будем считать, что ср. линии не входят в сектора.

1) Найдем кол-во трапеций в 1 сект.

если трапеция в I сект, то трапеции в II, симметричны II и IV
если трапеция в АО, то трапеция в ОВ, симметричны ОС и ОД

заменим, что т. О не входит в сект трапеция, т.к. у нее нет верш, а остальные 3 точки на одной прямой
~~симметричны~~ симметричных не разобьются.
4 сектора в

т.е. нужно трапеции I, II, OA, OC кроме O (4 сектора, т.к. еще 4 трапеции симметричны)
всех таких секторов $C_{40}^2 = \frac{40 \cdot 39}{2} = 780$

2) найдем кол-во трапеций в 2 сект.

если трапеция в I, то трапеция в IV, симметричны II и III

если трапеция на ОД, то трапеция на ОС

трапеция на АВ никогда не пересекает \Rightarrow на АВ могут находиться только 2. кол-во трапек

т.е. нужно трапеции I, II, ОС кроме т. О и 2. кол-во на АВ

C



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n^{\circ}6 \quad a < b; (b-a) \div 3; (a-c)(b-c) = p^2; a^2 + b = 410$$

$$\text{т.к. } a < b, \text{ то } a - c < b - c$$

$$\text{решим } \begin{cases} (a-c)(b-c) = p^2 \\ a-c < b-c \end{cases} \text{ в целых числах}$$

$$1) \begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-c = 1 \\ b-c-a+c = p^2-1 \end{cases}$$

$$b-a = p^2 - 1$$

$$b-a \equiv 1 \pmod{3}$$

$$a) \quad b-a \equiv 1$$

$$p^2 - 1 \equiv 1 \pmod{3} \quad p^2 \equiv 2 \pmod{3}$$

$$p \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$p \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$p \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \equiv 0 \pmod{3} \quad p \notin \emptyset$$

$$b) \quad b-a \equiv 2$$

$$p^2 - 1 \equiv 2 \pmod{3} \quad p^2 \equiv 0 \pmod{3} \quad p = 3$$

$$\begin{cases} b-a = 8 \\ a^2 + b = 410 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 8+a \\ a^2 + a - 402 = 0 \end{cases}$$

$$a = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 402}}{2} = \frac{-1 \pm 53}{2} = 26$$

$$\begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases}$$

$$b-a = p^2 - 1$$

~~Вывод~~ ~~анализируем~~ / ~~нужны~~

$$p = 3$$

$$1) \quad a = -27 \quad b = -19 \quad c = -18$$

$$2) \quad a = 26 \quad b = 34 \quad c = 35$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) a = -27 \quad b = -19 \quad c = -28$$

$$2) a = 26 \quad b = 34 \quad c = 25$$

Ответ:

$$(-27; -19; -28)$$

$$(26; 34; 25)$$

$$(-27; -19; -18)$$

$$(26; 34; 35)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\cos^3 x = \frac{\cos 2x \cos x}{2}$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3(p+4) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$+ 2 \cos^3 x = \cos 2x$$

$$t = \cos x$$

$$3 - 2 + 2^2$$

$$4pt^3 - 3pt + 3pt + 12t = 12 \cos^2 x - 6 + 10$$

$$4pt^3 - 12 \cos^2 x - t^2$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$\left(1 - \frac{1}{t}\right)^2 = 1 - \frac{2}{t} + \frac{1}{t^2}$$

$$4pt^3 - 12t^2 + 12t - 4 = 0$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$(p-1)t^3 + (t-1)^3 = 0$$

~~BR~~

$$p = \frac{(1-t)^3}{t^3} + 1 =$$

$$t^2(p-1) - 2t(t-1) + (t-1)^3 = 0$$

$$= \left(\frac{1}{t} - 1\right)^3 + 1$$

$$(p-1)t^3 + t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = (p-1)t^3 + (t-1)^3 = 0 \quad t \neq 0$$

$$1) p = 1$$

$$p = 1 - \frac{(t-1)^3}{t^3} = \left(1 - \frac{t-1}{t}\right) \left(1 + \frac{t-1}{t} + \left(\frac{t-1}{t}\right)^2\right) =$$

$$p = -2 \left(3 - 3\frac{2}{t} + \frac{1}{t^2}\right)$$

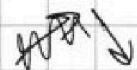
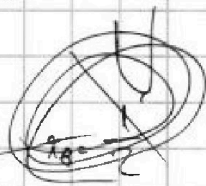
$$= -\frac{1}{t} \left(1 + 1 - \frac{1}{t} + 1 - \frac{2}{t} + \frac{1}{t^2}\right) =$$

$$= -\frac{1}{t} \left(3 - \frac{2}{t} + \frac{1}{t^2}\right)$$

$$2 \sqrt{(p+4) \cdot 4(p-5)}$$

$$4 \sqrt{4 - 5 - 20}$$

$$\frac{1}{t} - \frac{1}{2} - 20$$



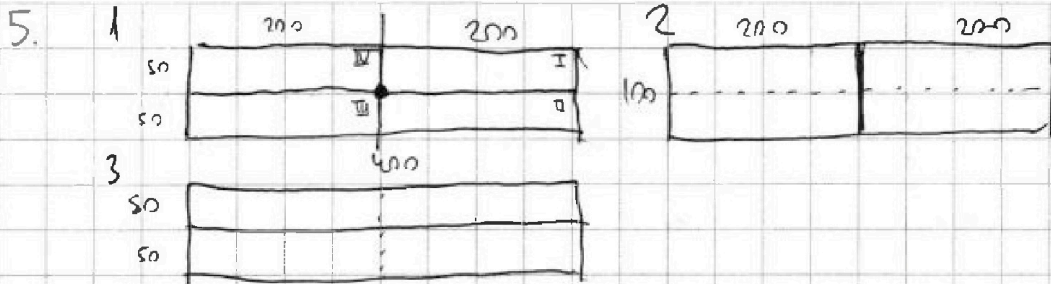


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

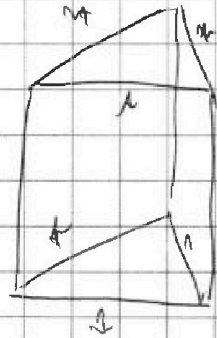
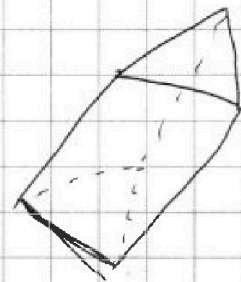
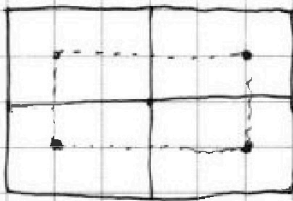
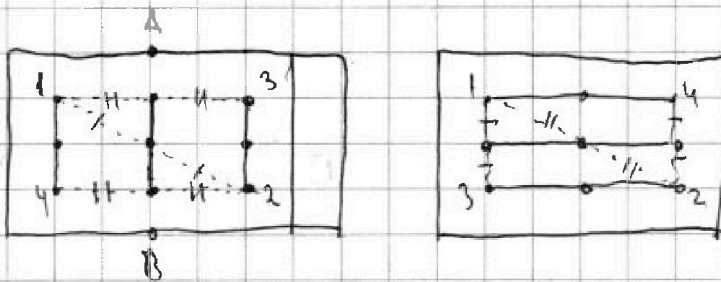


~~1=3~~ 1=3 крест

анализ геометрии задачи $\square \Rightarrow$ рассмотреть стороны \square и \square и \square и \square

рассмотреть \square

1=2 анализ $\square \Rightarrow$ рассмотреть





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a < b \quad \begin{matrix} 3 > \sqrt{5} & 1 \\ \sqrt{5} + x = 2\sqrt{5} + x & \sqrt{5} \\ & \sqrt{5} \\ & 1\sqrt{5} \\ & 2\sqrt{5} \end{matrix}$$

$$b - a \div 3$$

$$(a - c)(b - c) = p^2$$

$$a^2 + b = \sqrt{10}$$

$$4 \quad G = 2\sqrt{8} + \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$p: 3 \quad 0 \text{ умн } 1 \quad 2$$

$$p^2: 3 \quad 0 \text{ умн } 1 \text{ умн } 1$$

$$b = 1 + 4 \cdot \sqrt{2} = 2809 = 53^2$$

~~...~~ $m.x. a < b, m a - c < b - c$

$$1) \quad a - c = -p^2 \Rightarrow b - c = -1 \quad \text{b} \text{ c} \quad c = b + 1$$

$$a - b - 1 = -p^2 \quad b = 1 - p^2 - a \quad b - a = 1 - p^2 - 2a \div 3$$

$$a^2 + 1 - a - p^2 = \sqrt{10}$$

$$a^2 + b \equiv 2 \pmod{3}$$

~~$$a \equiv 1 \pmod{3} \quad b \equiv 1 \pmod{3}$$~~

$$b - a = p^2 - 1 \quad b - a \equiv \pmod{3}$$

$$\sqrt{6} + 4 = 2\sqrt{\quad}$$

$$a - c = -p^2 \quad b - c = -1$$

$$b - a = 1 - p^2 \quad \text{b} \text{ a} \text{ i} \text{ s}$$

$$a - c = 1 \quad b - c = p^2$$

$$b - a \equiv 1 - p^2 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \\ a^2 + b = \sqrt{10} \\ b - a \div 3 \end{cases}$$

$$-23 + 18 = -5$$

$$-19 + 18 = -1$$

$$26 - 33 = -7$$

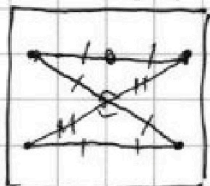
$$26 - 35 = -9$$

1) ~~...~~

$$1 - p^2 \equiv 1 \pmod{3} \quad p^2 \equiv 0 \pmod{3} \quad p = 3$$

$$1 - p^2 \equiv 2 \pmod{3} \quad p^2 \equiv 2 \pmod{3}$$

$$-p^2 \equiv 1 \pmod{3} \quad p^2 \equiv 2 \pmod{3}$$



$$\sqrt{x+5} \div 3$$

$$\sqrt{x+5} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2} + \sqrt{1-x}$$

$$4 + \sqrt{5} = 2\sqrt{5} + \sqrt{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 = a; \quad a_2 = ab \quad \dots \quad a_7 = ab^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \quad \dots \quad a_9 = ab^8 = x+3$$

$$a_{15} = ab^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \quad x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup [6; +\infty)$$

$$a_7 \cdot a_9 = a_1 \cdot a_{15}$$

$$a^2 \cdot b^{14} = (x+3) \sqrt{(25x-9)(x-6)^2} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \cdot a$$

$$x \leq -4 \quad \frac{y}{20} = \frac{1}{5}$$

$$x \leq$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ab^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \\ ab^8 = x+3 \\ ab^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} ab^6 = x+3 \\ ab^{14} = (x+3) \sqrt{(25x-9)(x-6)} \\ b^8 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^4(25x-9)}} = \frac{1}{(x-6)^2} \end{array} \right.$$

$$y \geq 5$$

$$5y - 16 \quad \min \quad 25 - 16 \quad \min \quad 9$$

$$a = (x-6)^2(x+3)$$

$$-4 \leq y \leq 5$$

$$y + 4 - 4y + 20 = -3y + 24 \quad \min \quad 9$$

$$b^6 = \frac{1}{x-6} \quad (\sqrt{x+5} + 4) = 2\sqrt{\dots} + \sqrt{\dots}$$

$$b^4 = \frac{1}{x-6} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}^2 = \frac{1}{(x-6)^2} \quad a = b^{14}$$

$$a = b^{14}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x - 9$$

$$b^8 = \frac{1}{\sqrt{(x-6)^3}}$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$\sqrt{2} - 2 + 4 = 2\sqrt{2 \cdot 4} = 4\sqrt{2}$$

$$(x-1)(x-18) = 0$$

$$2 = 3\sqrt{2}$$

$$(x+3)(x-6)^2 = (x-6)^2 \sqrt{(25x-9)}$$

$$x+3 = \sqrt{25x-9}$$

$$-\sqrt{5} + 4 = 2\sqrt{5}$$

$$y \leq -4$$

$$-4 - y - 4y + 20 = -5y + 16 \quad \max \quad \min \quad 25$$



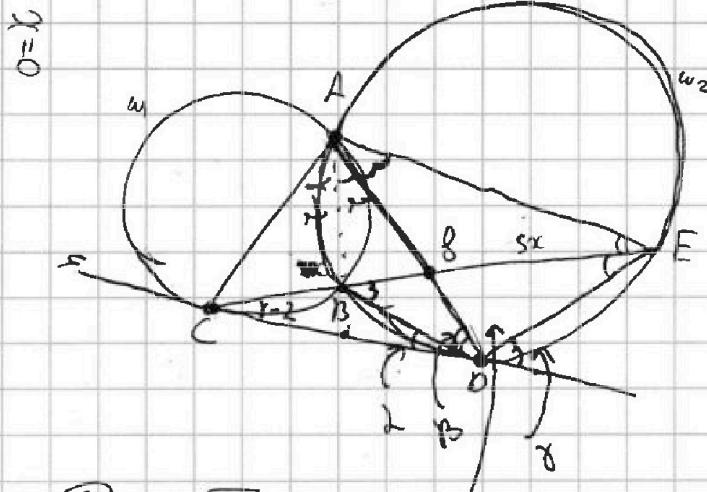
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4. $\sqrt{3}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{6}{2}$ $\frac{5}{2}$ 17



$ED:CD = ?$

~~AAA~~

$CB:BE = 2:5$

$\alpha = 1$
 $\beta = 1$
 $\gamma = 3$

$2 + \beta = 180 - 2 - \beta - \gamma$

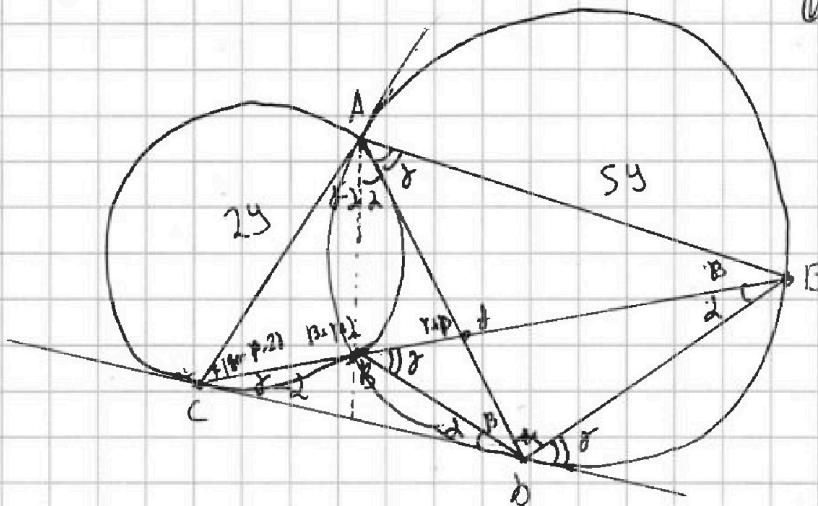
$\sqrt{\frac{9}{63}} = \frac{1}{6} \sqrt{\frac{1}{8}}$

$5\sqrt{6}$

$\triangle CBD \sim \triangle CDE$

~~AAA~~ $\frac{CB}{CD} = \frac{BD}{DE} = \frac{CD}{CE}$

~~$CB = \frac{BD \cdot DE}{CE}$~~



$\triangle ACB \sim \triangle ADE$ $180 - \beta - 2\alpha + \gamma - 2\alpha + \beta =$

$\frac{AC}{AD} = \frac{CB}{DE} = \frac{AB}{AE}$ $AD = \sqrt{6} \cdot y$

$2 + \alpha +$
 $2\alpha + 2 + 180 - \beta - \gamma$
 $180 + \gamma$

$180 - \beta - \gamma = 2$