



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

## 11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \text{ десятый член равен } x+4, \text{ а двенадцатый член равен } \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $9 : 25$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $150 \times 200$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 820$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1. Ответ: 5, ~~1/2~~, -1

Решение: пусть  $q \neq 0$  — знаменатель прогрессии,  $a \neq 0$  — ее первый член. Тогда четвертый член —  $q^3 a$ , десятый —  $q^9 a$ , двенадцатый —  $q^{11} a$ .

По условию:  $q^3 a = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}}$ ,  $q^9 a = x+4$ ,  $q^{11} a =$

$$= \sqrt{(15x+6)(x-3)}. \text{ OДЗ: } \begin{cases} \frac{15x+6}{(x-3)^2} > 0 \\ x+4 \neq 0 \\ (15x+6)(x-3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -\frac{6}{15}) \cup \cup (3; 4) \cup (4; +\infty)$$

$$q^2 = \frac{q^{11} a}{q^9 a} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} \Rightarrow q^6 = (q^2)^3 = \frac{\sqrt{(15x+6)^3(x-3)^3}}{(x+4)^3}$$

$$q^6 = \frac{q^9 a}{q^3 a} = \frac{x+4}{\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}}}$$

Получаем, что  $\frac{\sqrt{(15x+6)^3(x-3)^3}}{(x+4)^3} = \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$

$$\sqrt{(15x+6)^4(x-3)^3} = \frac{x+4}{\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}}} \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{(15x+6)^4(x-3)^3} = (x+4)^4 \Leftrightarrow (15x+6)^2 = (x+4)^4 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 15x+6 = (x+4)^2 \\ 15x+6 = -(x+4)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 7x + 10 = 0 \\ x^2 + 23x + 22 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)(x-5) = 0 \\ (x+22)(x+1) = 0 \end{cases}$$

$x = 2$  не подходит по ОДЗ. Четности показателей

$q^9 a$  и  $q^{11} a$  совпадают  $\Rightarrow q^9 a$  и  $q^{11} a$  — одного

знака  $\Rightarrow x+4 > 0$  ( $\sqrt{(15x+6)(x-3)} > 0$ ), т.е. и  $x = -22$

не подходит. При  $x = 5$  и  $x = -1$ ,  $q = \sqrt{\frac{15x+6}{x+4}}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2. Ответ:  $x = -1 + \sqrt{20}$ ,  $y = 35$ ,  $z = 0$

Решение:  $|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} = \sqrt{15^2-z^2} \leq 15$

При  $y \leq 20$ :  $|y-20| + 2|y-35| = 20-y + 2(35-y) = 90-3y \geq 30$

При  $20 < y < 35$ :  $|y-20| + 2|y-35| = y-20 + 2(35-y) = 50-y > 15$

При  $y > 35$ :  $|y-20| + 2|y-35| = y-20 + 2(y-35) = 3y-90 > 15$

Максимальное единственное возможное значение  $y = 35$ . Тогда  $|y-20| + 2|y-35| = 15 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{225-z^2} = 15 \Rightarrow z = 0$ . Остаётся найти  $x$ :

$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2} \Leftrightarrow$

$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)} \quad (x \in [-7; 5])$

~~$(\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x})^2 = (2\sqrt{(x+7)(5-x)} + 6)^2$   
 $(x+7) + (5-x) - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4(x+7)(5-x) + 24\sqrt{(x+7)(5-x)} + 36$   
 $22\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4(x+7)(5-x) + 36$~~

Обозначим  $t = \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x}$ . Тогда

$2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 12 - t^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t+6 = 12-t^2$$

$$t^2+t-6=0$$

$$(t+3)(t-2)=0$$

1 случай:  $t=-3$ :  $\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = -3 \Leftrightarrow$

$$\sqrt{x+7} = -3 + \sqrt{5-x} \Leftrightarrow \sqrt{x+7} + 3 = \sqrt{5-x}$$

Но  $\sqrt{x+7} + 3 \geq 3$ , а  $\sqrt{5-x} < \sqrt{9} = 3$ .  $\sqrt{x+7} > \sqrt{5-x}$

2 случай:  $t=2$ :  $\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2 \Leftrightarrow$

$$(\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x})^2 = 4 \Leftrightarrow 12 - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4 \Leftrightarrow (x+7)(5-x) = 16 \Leftrightarrow$$

$$x^2 + 2x - 19 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{20}}{2} \Rightarrow$$

$$x = -1 \pm \sqrt{20} \text{ (нужно проверить, что } -7 \leq x \leq 5)$$

$$\sqrt{x+7} > \sqrt{5-x} \text{ если}$$

$$x+7 > 5-x \Leftrightarrow 2x > -2 \Leftrightarrow x > -1, \text{ т.е. } x = -1 - \sqrt{20}$$

не подходит). ( $x = -1 + \sqrt{20}$  подходит же и

$$\text{подходит, что } -7 \leq -1 + \sqrt{20} \leq 5 \Leftrightarrow \sqrt{20} \leq 6)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3. Решение:  $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$ ,  $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ . Следовательно,  $\cos 3x + 6\cos x = 3\cos 2x + p \Leftrightarrow 4\cos^3 x - 6\cos^2 x + 3\cos x + 3 = p$ .

Пусть  $\cos x = t$ ,  $t \in [-1; 1]$ . Рассмотрим функцию  $f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$ .  $f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 3(2t-1)^2 \Rightarrow f(t)$  строго возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ .  $f(-1) = -10$ ,  $f(1) = 4 \Rightarrow f(t)$  принимает все значения от  $-10$  до  $4$  ровно по одному разу. Откуда и следует, что  $p \in [-10; 4]$ .

Заметим, что  $f(t) = 4\left(t - \frac{1}{2}\right)^3 + \frac{7}{2}$ . Следовательно,  $4\cos^3 x - 6\cos^2 x + 3\cos x + 3 = p \Leftrightarrow 4\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^3 + \frac{7}{2} = p \Leftrightarrow 4\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^3 = \frac{2p-7}{2} \Leftrightarrow \cos x - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt[3]{2p-7}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt[3]{2p-7} + 1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \arccos\left(\frac{\sqrt[3]{2p-7} + 1}{2}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



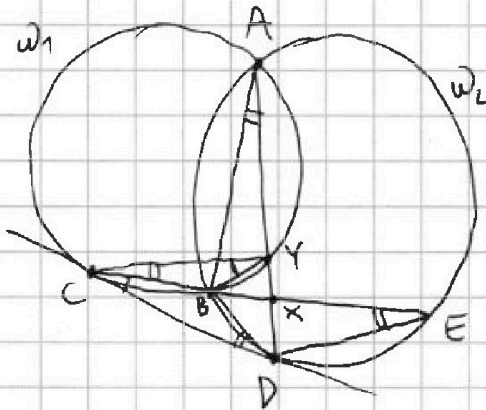
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4. Ответ:  $\frac{5}{3}$

Решение:



пусть  $X = AD \cap CE$ ,  $Y = AD \cap \omega_1$ .  $\angle BCY = \angle BAY = \angle BED = \beta$  (уг.  $\omega_1$  и  $\omega_2$ )  $\Rightarrow$   
 $CY \parallel DE$  (1).  $\angle BDC = \angle BED = \beta$   
 уг. касания. Аналогично,  
 $\angle CYB = \angle BCD = \alpha$  уг. касания.

Потому  $\triangle YBC \sim \triangle CBD \Rightarrow \frac{YB}{BC} = \frac{BC}{BD} = \frac{YC}{CD} \Rightarrow \frac{BY}{BD} =$

$\frac{BY}{BC} \cdot \frac{BC}{BD} = \frac{YC}{CD}$  Кроме того,  $\angle YBX = \angle XBD = \beta + \alpha \Rightarrow$

$BX$  - биссектриса в  $\triangle YBD \Rightarrow \frac{BY}{BD} = \frac{YX}{XD} \stackrel{(1)}{=} \frac{CX}{XE} = \frac{9}{25}$ .

Откуда,  $\frac{YC}{CD} = \sqrt{\frac{BY}{BD}} = \frac{3}{5}$ . Также из (1) следует,

то  $\frac{DE}{CY} = \frac{EX}{XC} = \frac{25}{9}$ . Следовательно,  ~~$\frac{DE}{CD} =$~~

$= \frac{DE}{CY} \cdot \frac{YC}{CD} = \frac{25}{9} \cdot \frac{3}{5} = \frac{5}{3}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

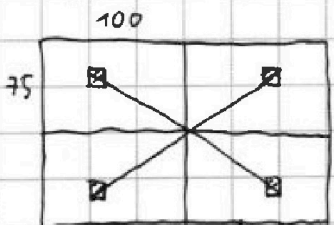
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5. Ответ: ~~разное~~  $C_{7500}^2 + 36 C_{7500}^3 + 48 C_{7500}^4$

Решение: назовем "квартетом" - четыре клетки, которые являются углами в прямоугольнике, центр которого совпадает с центром исходного. Тогда "квартетов" всего  $75 \cdot 100 = 7500$ . (Они определяются одной левой верхней вершиной, которая лежит в левой верхней прямоугольнике

Очевидно, что каждая клетка лежит только в одной "квар-тетке"  $75 \times 100$  исходного прямоугольника). Теперь



пример квартета.

найдем число раскрасок, в которых выполняется  $\geq 2$  симметрии. Очевидно, что симметрия относительно одной "средней линии" + симметрия относительно другой = симметрия относительно центра. Поэтому тогда выполняются все 3 симметрии.

Поэтому тогда выполняются все 3 симметрии. То есть эти раскраски - это два "квартета" (их кол-во  $C_{7500}^2$ ). Найдем

Поэтому тогда выполняются все 3 симметрии. То есть эти раскраски - это два "квартета" (их кол-во  $C_{7500}^2$ ). Найдем



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

или раскрасок с ровно одной симметрией.  
 Пусть это симметрия относительно центра.  
 Заметим, что закрашенные <sup>клетки</sup> вершины покрываются  $\geq 3$ -мя „квартетами“ (т.к. иначе закрашенные вершины — это 2 „квартета“ и выполняются все 3 симметрии.) и  $\leq 4$ -мя „квартетами“ (очевидно, что если „квартет“ покрывает хотя бы одну клетку, то он покрывает и все 3 ей симметричные, т.е.  $\geq 2$  клетки). Если это 4 квартета, то <sup>ровно</sup> 2 клетки закрашены <sup>этой парой</sup> (их выбрать можно ровно двумя способами), а 4 квартета можно выбрать  $C_{7500}^4$  способами. Всего  $2^4 \cdot C_{7500}^4$  раскрасок. Если это 3 квартета, то в одной закрашены все 4 клетки (этот квартал <sup>из трех</sup> можно выбрать 3-мя способами), а в двух других по 2





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

закрашенными (по два способа на каждый  
квартет). Всего раскрасок  $3 \cdot 2^2 \cdot C_{7500}^3$

Таким образом, раскрасок с симметрией  
относительно центра  $16 C_{7500}^4 + 12 C_{7500}^3$ .

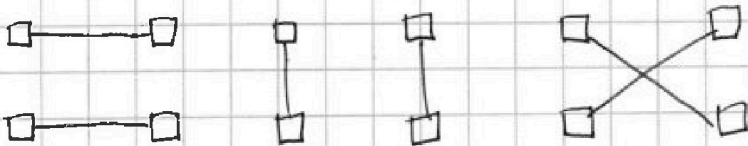
Нетрудно понять, что по аналогичным  
причинам и раскрасок с группой

симметрии по столько же. То есть

всего искомых раскрасок:  $C_{7500}^4 + 3 \cdot 12 C_{7500}^3 +$

$+ 3 \cdot 16 C_{7500}^4 = C_{7500}^4 + 36 C_{7500}^3 + 48 C_{7500}^4$ .

В квартете пары симметричные:





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6. Ответ:  $(-21; -29; -30)$ ,  $(-21; -29; -20)$ ,  $(36; 28; 27)$ ,

Решение: пусть  $(a-c)(b-c) = p^2$  (где  $p$  - простое)

Тогда возможны следующие варианты

$a-c$	$b-c$	
1	$p^2$	X, $a-c > b-c \Leftrightarrow a > b$
$p^2$	1	✓
-1	$-p^2$	✓
$-p^2$	-1	X, $a-c > b-c$
$p$	$p$	X, $a-c > b-c$
$-p$	$-p$	X, $a-c > b-c$

Но в любой сумме  $(a-c = p^2, b-c = 1$  и

$a-c = -1, b-c = -p^2)$   $a-b = p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$ ,

что при  $p \neq 3$  делится на 3 (т.к. любое простое отличное от 3 дает или остаток 1 или остаток -1 при делении на 3).

Тогда  $a = b + 8 \Rightarrow b^2 + b + 8 = 820 \Leftrightarrow$

$b^2 + b - 812 = 0 \Leftrightarrow (b+29)(b-28) = 0$ . Если

$b = -29$ , то в сумме  $a-c = p^2, b-c = 1$ ;  $a = b + 8 =$

$= -21$ ,  $c = b - 1 = -30$ , а в сумме  $a-c = -1$ ,

$b-c = -p^2$ :  $a = -21$ ,  $c = b + 9 = -20$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если  $b = 28$ , то  $\forall$  случай  $a - c = p^2$ ,

$$b - c = 1: a = b + 8 = 36, c = b - 1 = 27, a \neq$$

$$\text{случай } a - c = -1, b - c = -p^2: a = 36, c = b + 9 = 37.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

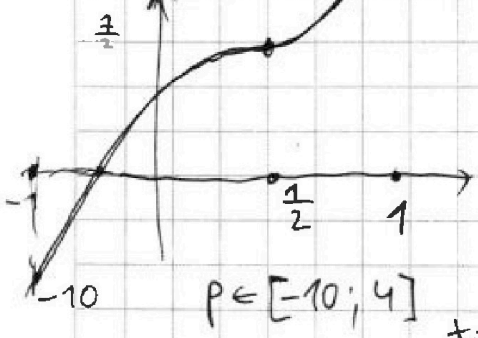
$$\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x =$$

$$\cos 2x = \cos x \cdot \cos x - \sin x \cdot \sin x = 2 \cdot \cos^2 x - 1$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 6 \cos^2 x - 3 + p$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 = p$$

$$\cos x = t \in [-1; 1]$$



$$4 \cos^3 x - \cos x - 2 \sin^2 x \cdot \cos x = \cos x - \cos^3 x$$

$$2 \cos^3 x - \cos x - 2 \cos x + 2 \cos^3 x$$

$$-4 - 6 \rightarrow -10 \quad 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$12t^3 - 12t + 3 = 0 \quad -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + 3 = \frac{7}{2}$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p$$

$$(2t-1)^2 = 0 \quad t = \frac{1}{2}$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

$$2x = \alpha$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = t$$

$$y = 2 \cdot \cos^2 x - 1$$

$$\sqrt{\frac{y+1}{2}}$$

$$2 \cos^2 x (2 \cos x - 3) + (-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}$$

$$p = -10 \quad \cos x = -1$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

$$0 + 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{6\sqrt{3}-3}{2}$$

$$4 \cos^3 x$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 \frac{1}{2} = p - \frac{1}{2}$$

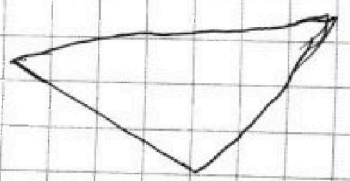
$$x = \pi$$

$$\cos^2 x = 1$$

$$\cos 3x + 6 \cos x - 3 \cos 2x = 10 \cos x$$

$$2 \cdot \cos x \cos 2x = 4 \cdot \cos^2 x - 2 \cos x$$

$$\cos 4x = \cos 3x \cdot \cos x - \sin 3x \cdot \sin x$$



$$\cos 3x = 2 \cos x \cdot \cos 2x - \cos x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_1 = a$   $q \neq 0, a \neq 0$   $-7 \leq -1 \pm \sqrt{20} \leq 5$   $\sqrt{\frac{91}{23}}$   $9$   $\sqrt{91 \cdot 2}$   
 $a_2 = qa$   $\sqrt{20} \leq 6$   $\sqrt{15x+6}$   $\sqrt{(x-3)^3}$   $= \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$   
 $a_4 = q^3 a$   $\sqrt{8 \cdot 4}$   $\sqrt{15x+6}$   $\sqrt{(x-3)^3}$   $= \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$   
 $a_{10} = q^9 a$   $2\sqrt{32}$   $\sqrt{15x+6}$   $\sqrt{(x-3)^3}$   $= \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$   
 $a_{11} = q^{11} a$   $\sqrt{8}$   $\sqrt{15x+6}$   $\sqrt{(x-3)^3}$   $= \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$   
 $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} = q^3 a$   $\sqrt{15x+6}$   $\sqrt{(x-3)^3}$   $= \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$   
 $x+4 = q^3 a$   $15x+6 = x^2 + 8x + 16$   
 $\sqrt{(15x+6)(x-3)} = q^6 a$   $15x+6 = -x^2 - 8x - 16$   
 $q^2 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}$   $x^2 - 7x + 10 = 0$   $(x-2)(x-5) = 0$   $x+7 > 5-x$   
 $q^6 = \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$   $x^2 + 23x + 22 = 0$   $(x+22)(x+1) = 0$   $2x > -2$   
 $x+4 \neq 0$   $x=5, -22, -1$   $x > -1$   
 $(15x+6)(x-3) > 0$   $35 - 2x - x^2$   $x^2 + 2x - 19 = 0$   $(x+11)(x-9) = 0$   
 $\frac{15x+6}{(x-3)^3} > 0$   $x > 3$   $x < -11$   $x < 9$   $x > -11$   
 $\sqrt{15^2 - 2^2}$   $2\sqrt{20}$   $xy = 90$   $y-20 = 2(35-y)$   $y-20 + 70 - 2y = 15$   
 $\sqrt{x+7} + 6 = \sqrt{5-x-3z} + 2\sqrt{y-2x-x^2+z}$   $2 \cdot 6$   $-y \neq 50 = 15$   $y = 35$   
 $x \geq -7$   $|y-20| + 2|y-35| \leq 15$   $x+7 \geq 0$   $5-x \geq 0$   $x \in [-7, 5]$   
 $x+3z \leq 5$   $y=35$   $z=0$   $\cos 3x + 6 \cos x =$   
 $\begin{matrix} 1 \\ \times 96 \\ \times 2 \\ \hline 192 \\ 11 \\ \times 11 \\ \hline 121 \\ 121 \end{matrix}$   $20$   $35$   $= 3 \cos 2x + p$   $t+6 = 12$   
 $20-y + 2(35-y) = 90 - 3y \geq 30$   $x+7$   $(\sqrt{x+7} + \sqrt{5-x})^2 = 12 + 2\sqrt{32}$   
 $y-20 + 2(35-y) = 50 - y > 15$   $t^2 = 12 - 2\sqrt{32}$   
 $y-20 + 2y - 70 = 3y - 90 > 105 - 90$



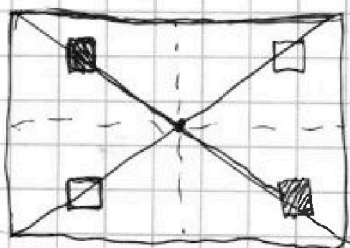
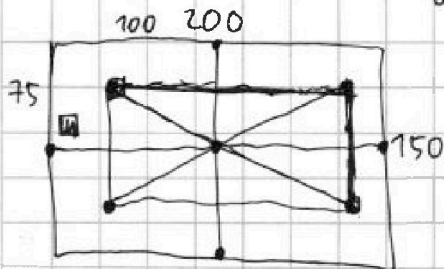
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{ED}{CD} = ?$   
 $\frac{CX}{XE} = \frac{9}{25}$   
 $\frac{DX}{XY} = \frac{DB}{BY} = \frac{CD}{CY}$   
 $\frac{BD}{BC} = \frac{BY \cdot BC}{BC \cdot BY} = \frac{CD}{CY}$   
 $\frac{CD}{CY} = \frac{BD}{BC}$   
 $\frac{CY}{DE} = \frac{CX}{XE} = \frac{9}{25}$   
 $\frac{DE}{BC} = \frac{CE}{CY}$   
 $BC = \frac{DE \cdot CY}{CE}$   
 $150 \cdot 200 = 30000$   
 $CD = \frac{CY \cdot BD}{BC} = \frac{BD \cdot CE}{DE}$   
 $\frac{CD}{DE} = \frac{3}{5}$



$2^4 \cdot C_{7500}^4 +$   
 $+ 3 \cdot 2^3 \cdot C_{7500}^3 +$

$C_{7500}^2 + 3 \cdot 2^3 \cdot C_{7500}^3 + 3 \cdot 2^4 \cdot C_{7500}^4$   
 $81L$   
 $406 \cdot 2$   
 $2034$   
 $29 \cdot 7 \cdot 4$

$C_{30000}^1 + b^2 + b - 81L = 0$   
 $(b+29)(b-28) = 0$

$2 \cdot C_{7500}^4$   
 $16 \cdot C_{7500}^3$   
 $378$   
 $2 \cdot 189$   
 $2 \cdot 3 \cdot 63$   
 $36$   
 $216$   
 $108$   
 $1296$

$b^2 + 8b - 378 = 0$   
 $b = -29$   
 $b = 28$   
 $b+1 = a+9$   
 $a-b = 8$   
 $a = b+8$

$(a, b, c)$   
 $-x^2 - 2x + 35$   
 $x^2 + 2x - 19$   
 $a > b$   
 $a = b + 3$   
 $(a-c)(b-c) = p^2$   
 $a + b^2 = 820$   
 $a - c > b - c$   
 $a - c = 1$   
 $b - c = 1$   
 $a - b = 8$   
 $a - c = p^2$   
 $b - c = 1$   
 $a - b = p^2 - 1 = (p-1)(p+1) : 3$   
 $a - c = 9$   
 $b - c = 1$   
 $a + b^2 = 820$   
 $2b^2 + 16b + 64 = 820$   
 $b^2 + 8b + 32 = 410$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p$$

$$(t-c)^3 = t^3 - 3t^2c + 3tc^2 - c^3$$

$$4\left(t - \frac{1}{2}\right)^3 = 4t^3 - 6t^2 + 3t - \frac{1}{2}$$

$$4\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^3 = p - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{p-1/2}{4} = \frac{2p-1}{8}$$

$$\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^3 = \frac{2p-1}{8}$$

$$\cos x - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt[3]{2p-1}}{2}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt[3]{2p-1} + 1}{2}$$

$$x = \pm \arccos \frac{\sqrt[3]{2p-1} + 1}{2} + 2\pi k$$