



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен

$$\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}, \text{ двенадцатый член равен } 2 - x, \text{ а восемнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1.

$$a_{10} = a_1 \cdot q^9 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$a_{12} = a_1 \cdot q^{11} = 2-x$$

$$a_{16} = a_1 \cdot q^{15} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$\frac{a_{16}}{a_{10}} = q^6 = \frac{\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$\frac{a_{12}}{a_{10}} = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} = q^2 \quad q^8 = \frac{(2-x)^4}{(25x+34)^2(3x+2)^2} \quad (2-x \neq 0)$$

$$\frac{(2-x)^4}{(25x+34)^2(3x+2)^2} = \frac{1}{(3x+2)^2} \quad ((2-x)^4 - (25x+34)^2)(2-x)^2 + (25x+34)^2 = 0$$

$$(x^2 - 4x + 4 - 25x + 34)(x^2 - 4x + 4 + 25x + 34) = 0$$

$$(x^2 - 25x - 30)(x^2 + 21x + 38) = 0$$

$$\begin{cases} x=30 \\ x=-3 \end{cases} \quad \begin{cases} x=19 \\ x=-2 \end{cases}$$

1) $x=-1$ $(-25+34)(-3+2) < 0$ не подходит $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $a_1 = 128\sqrt{2}$

2) $x=-2$ $a_{10} = \sqrt{(-16) \cdot (-4)} = 4 \cdot 2 = 8$ $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $a_1 = 128\sqrt{2}$

$$a_{12} = 4$$

$$a_{16} = \sqrt{\frac{-16}{(-4)^3}} = \sqrt{\frac{16}{16 \cdot 4}} = \frac{1}{2}$$

3) $x=-19$ $a_{10} = \sqrt{(-475+34)(-55)} = \sqrt{441 \cdot 55} = 21\sqrt{55}$ $q = \frac{1}{\sqrt{55}}$ $a_1 = 21 \cdot 55 \cdot 55 \cdot \sqrt{55}$

$$a_{12} = 21$$

$$a_{16} = \sqrt{\frac{441}{55^2 \cdot 55}} = 21 \cdot \frac{1}{55\sqrt{55}}$$

4) $x=30$ $a_{12} = -28 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^2$ не подходит

Ответ: ~~1; 2; 3~~ $\{-2; -19\}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

11/12/20

~~11/12/20~~

$(x^2 + \frac{1}{2} + 2)x = x^3 + x^2 + x$ $f' = x^2 + 2x + 2$
 $1 - p \geq 0 \Rightarrow p \leq 1$

$pt' + 2t + 1 = 0$

$\frac{0}{4} = 1 - p$

$t = \frac{-1 \pm \sqrt{1-p}}{2p}$

$-3 \leq \frac{-1 + \sqrt{1-p}}{p} \leq 1$



$t^2 + \frac{t}{p} + \frac{1}{p} = 0$

$\frac{1}{p} + \frac{t}{p} + t^2 = 0$

$\frac{475}{309}$

$\frac{-1 + \sqrt{1-p} + p}{p} \leq 0$
 $\frac{-1 + \sqrt{1-p} + p}{p} \geq 0$

$\frac{\sqrt{1-p} - (p+1)}{p} \leq 0$
 $\frac{p+1 - \sqrt{1-p}}{p} \geq 0$

$\frac{29}{281}$
 $\frac{35}{18}$
 $\frac{18}{36}$

$p+1 \geq 0$
 $p \geq -1$
 $1-p = p + 2p + 1$
 $p^2 + 3p = 0$
 $p = 0$
 $p = -3$

$\frac{475}{309}$
 $\frac{25}{225}$
 $\frac{15}{25}$
 $\frac{475}{475} + 2 = -6$

$p = 1$
 -572
 -56
 435

$p \in [0; 1]$
 $q = \frac{1}{(1-p)^{1/4}}$
 $2x - 21$

$D = 841 + 4 \cdot 30 = 961 = 31^2$

$2-x > 0$
 $x < 2$

$x = \frac{29 \pm 31}{2}$
 $x = 30$
 $x = -1$

$\frac{475}{225}$
 $\frac{15}{3}$

$\frac{475}{225}$
 $\frac{15}{3}$

$8, 4\sqrt{2}, 4, 2\sqrt{2}, 2, \sqrt{2}, 1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}$
 $a_1 = \frac{4}{(\sqrt{2})^4} = \frac{4(\sqrt{2})^4}{4} = 4$
 $q = \sqrt{2}$
 $= 4 - 2 \cdot 5\sqrt{2}$

$x = -1$
 $x = -2$
 $x = -19$

1) $x = -3$
 2) $x = -2$
 3) $x = -19$

$g = -1$
 $\sqrt{-16} \cdot (-1) = 8$

$\frac{475}{225}$
 $\frac{15}{3}$

$q = \sqrt{2}$
 $= 4 - 2 \cdot 5\sqrt{2}$

$a - b + 7 = 2ab$

$a^2 - 2ab + b^2 = 24a^2 + ab$

$a_{12} = 21$
 $a_{10} = 10\sqrt{17} \cdot \sqrt{2}$
 $a_{14} = 16\sqrt{17} \cdot \sqrt{2}$
 $D = 169 - 4 \cdot 2 \cdot 100$
 $q = \frac{13 \pm 3}{2}$

21
 $55\sqrt{55}$

$x+6 = 3-x$
 $2x = -3$
 $x = -1.5$
 21
 $55\sqrt{55}$

$x+6 - 2\sqrt{18-3x-x^2} + 3-x = 4(18-3x-x^2) - 4\sqrt{18-3x-x^2} + 45$

$x+6 = 3-x$
 $2x = -3$
 $x = -1.5$

36
 $72 - 12x - 4x^2 = 67$
 $4x^2 + 12x - 47 = 0$
 $D = 9 + 4 \cdot 2 = 17$
 $\frac{25}{72}$
 $\frac{611}{72}$
 $\frac{5614}{16}$

$D = 9 + 4 \cdot 2 = 17$
 $\frac{25}{72}$
 $\frac{611}{72}$
 $\frac{5614}{16}$

$\frac{5614}{16}$

$3-x > 0$
 $x < 3$



$D = 36 + 4 \cdot 47 = 4 \cdot 9 + 4 \cdot 47 = 4 \cdot 56 = 4 \cdot 4 \cdot 14 = 4 \cdot 4 \cdot 7 = 4 \cdot 28 = 112$

$x = \frac{-12 \pm \sqrt{112}}{8} = \frac{-12 \pm 4\sqrt{7}}{8} = \frac{-3 \pm \sqrt{7}}{2}$

$\sqrt{18-3x-x^2}$
 $2\sqrt{18-3x-x^2} = 4\sqrt{3-x}$
 $2\sqrt{18-3x-x^2} = 4\sqrt{3-x}$
 $2\sqrt{18-3x-x^2} = 4\sqrt{3-x}$

$6+3 - 2\sqrt{18-3x-x^2} + 3-3 - 8\sqrt{18-3x-x^2} + 45$
 $8413 - 288 \sqrt{148}$
 $4205 - 3\sqrt{2} \sqrt{74}$

$\frac{42}{15}$
 $\frac{294}{15}$
 $\frac{47}{15}$

$\sqrt{18-3x-x^2} = 2\sqrt{3-x}$
 $18-3x-x^2 = 4(3-x)$
 $18-3x-x^2 = 12-4x$
 $-x^2 + x + 6 = 0$
 $x^2 - x - 6 = 0$
 $(x-3)(x+2) = 0$
 $x = 3$
 $x = -2$

$2\sqrt{18-3x-x^2} = 4\sqrt{3-x}$
 $2\sqrt{18-3x-x^2} = 4\sqrt{3-x}$
 $2\sqrt{18-3x-x^2} = 4\sqrt{3-x}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} - 2z + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+2} & (1) \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} & (2) \end{cases}$$

$$f(y) = |y+2| + 2|y-18|$$

$$\begin{aligned} 1) \quad y > 18 \quad f(y) &= y+2+2y-36 = 3y-34 \quad \uparrow \quad \text{min при } y=18 \quad f(18) = 3 \cdot 18 - 34 = 20 \\ 2) \quad -2 \leq y \leq 18 \quad f(y) &= y+2-2y+36 = -y+38 \quad \downarrow \quad \text{min при } y=18 \\ 3) \quad y < -2 \quad f(y) &= -y-2-2y+36 = -3y+34 \quad \downarrow \quad \text{min при } y=-2 \quad f(-2) = 40 \end{aligned}$$

$$f(y) \text{ min } f(18) = 20$$

$$g(z) = \sqrt{400-z^2} \leq \sqrt{400} = 20 \quad \text{max при } z=0$$

Максимальное значение $\sqrt{400-z^2}$ совпадает с минимальным значением выражения $|y+2| + 2|y-18|$ при этом же значении принимает при единственном значении аргумента $\Rightarrow \begin{cases} z=0 \\ y=18 \end{cases}$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2} \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{18-3x-x^2} - 7$$

$$x+6 - 2\sqrt{18-3x-x^2} + 3-x = 4(18-3x-x^2) - 28\sqrt{18-3x-x^2} + 196 \Rightarrow 49$$

$$t = \sqrt{18-3x-x^2}, \quad t \geq 0$$

$$6-2t+3 = 4t^2 - 28t + 49$$

$$4t^2 - 26t + 40 = 0$$

$$2t^2 - 13t + 20 = 0$$

$$\begin{cases} t=4 \\ t=\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$18-3x-x^2 = 16$$

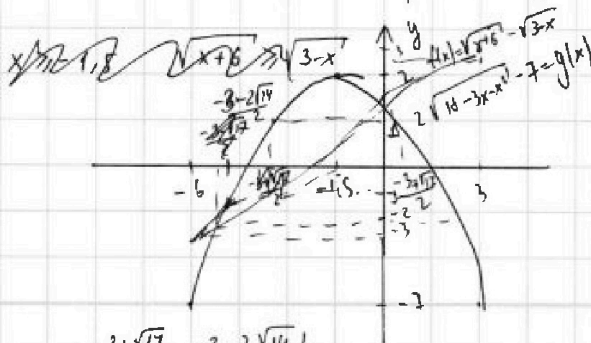
$$x^2+3x-2=0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$18-3x-x^2 = \frac{49}{4}$$

$$4x^2+12x-47=0$$

$$x = \frac{-6 \pm 4\sqrt{14}}{4} = \frac{-3 \pm 2\sqrt{14}}{2}$$



$$f(0) = \sqrt{6} - \sqrt{3}$$

$$g(0) = 2\sqrt{18} - 7 = 6\sqrt{2} - 7$$

$$\text{Answer: } \left\{ \frac{-3+\sqrt{17}}{2}; \frac{-3-2\sqrt{14}}{2} \right\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$t = \cos x \quad \cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x \quad \cos 2x = 2\cos^2 x - 1 \quad t \in [-1; 1]$$

$p+4$

$$p(4t^3 - 3t) + 6(2t^2 - 1) + 3(p+4)t + 10 = 0$$

$$4pt^3 - 3pt + 12t^2 - 6 + 3pt + 4t + 10 = 0$$

$$4pt^3 + 12t^2 + 4t + 4 = 0$$

$$pt^3 + 3t^2 + t + 1 = 0$$

$$1) p = 0 \quad 3t^2 + 3t + 1 = 0$$

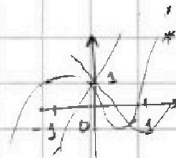
$$p > 0 \quad D = 9 - 3 \cdot 4 < 0 \quad \emptyset$$

$$2) p \neq 0 \quad \text{[scribbled out]$$

$$f(t) = pt^3 + 3t^2 + t + 1$$

$$f(0) = 1$$

$$f'(t) = 3pt^2 + 6t + 1 = 3(pt^2 + 2t + \frac{1}{3})$$



$$f(1) \leq 0$$

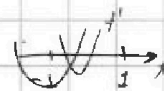
$$f(1) = p + 2 \leq 0 \quad p \leq -2$$

$$p \leq -2 \quad p \geq 1$$

$$f(-1) \leq 0$$

$$f(-1) = p + 3 - 3 + 1 \leq 0 \quad p \geq 1$$

$$(*) \quad \begin{cases} f(1) > 0 \\ f(-1) > 0 \\ \min_{t \in [-1; 1]} f(t) \leq 0 \end{cases}$$



$$2) \quad \begin{cases} f'(1) > 0 \\ f'(-1) \leq 0 \end{cases}$$

$$f'(1) > 0$$

$$f'(-1) \leq 0$$

$$-1 \leq \frac{-2}{2p} \leq 1$$

$$D > 0$$

$$f'(-1) = 3(p - 2 + 1) = 3(p - 1) \leq 0 \quad p \leq 1$$

$$p \in [0; 1]$$

$$f'(1) = 3(p + 2 + 1) = 3(p + 3) > 0 \quad p > -3$$

$$p > -3$$

$$t = -1 \pm \sqrt{1-p}$$

$$t = -1 + \sqrt{1-p}$$

$$f(t) < 0$$

$$p - 1 \leq 0$$

$$D > 0$$

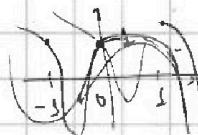
$$p > 1$$

$$p \leq -3$$

$$3) p < 0 \quad f(t) = pt^3 + 3t^2 + t + 1$$

$$f(0) = 1$$

$$f'(t) = 3(pt^2 + 2t + \frac{1}{3})$$



$$f(-1) \leq 0$$

$$p \leq -3$$

$$f(1) \leq 0$$

$$f'(1) \leq 0$$

$$f'(-1) > 0$$

$$\text{[scribbled out]} \quad p \leq -3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

a, b, c - четные \Rightarrow

$$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = p^2 \end{cases} \quad \begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases} \quad \begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -p^2 \end{cases}$$

$a < b$
 $a-c < b-c$

$a=b$
не подходит

(1): $a \neq b$ $b-a = p^2 - 1 \times 3$

Квадрат числа имеет остаток при делении на 3 или 0, или 1 $\Rightarrow p^2 - 1 = 3k - 1$
 $p^2 = 3k$

Т.к. p - простое $\Rightarrow p=3$ $b-a=8$ $b=a+d$ $a^2+b=1000$ $a^2+a-992=0$

$a = -32$	$b = -24$	$c = -33$
$a = 31$	$b = 39$	$c = 30$

(2): $b-a = p^2 - 1$ Аналогично $p=3$ $b-a=8$ $a = -32$ $b = -24$ $c = -23$
 $a = 31$ $b = 39$ $c = 40$

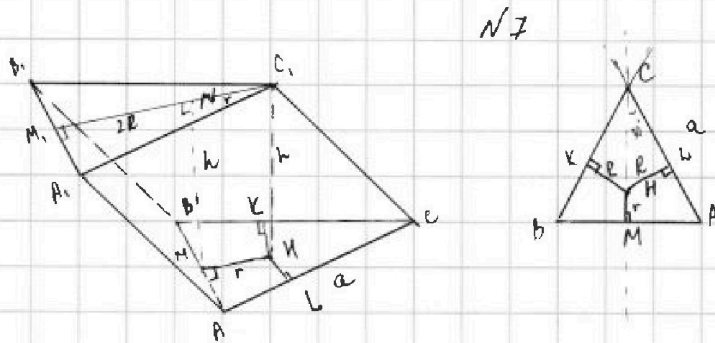
Ответ: $(-32; -24; -33), (31; 39; 30), (-32; -24; -23), (31; 39; 40)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



α - плоскость C_1 на ABC HK, HL, HM - перпендикуляры к BC, AC, AB
 $CH \perp \alpha$

$$\left. \begin{array}{l} CH \perp \alpha \\ HL \perp AC \text{ (} HL, AC \in \alpha \text{)} \\ HL - \text{проекция } CH \end{array} \right\} \Rightarrow CH \perp AC \quad CL = \sqrt{CH^2 + HL^2}$$

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle MNL} \Rightarrow C_1K = CL \quad HK = HL \Rightarrow CH - \text{биссектриса } \angle C$$

(AC=BC) ↓
 медиана высоты

$$\left. \begin{array}{l} \text{Аналогично } C_1K \perp BC \quad C_1K = \sqrt{CH^2 + HL^2} \\ MN \parallel HC_1 \Rightarrow MN \perp ABC \Rightarrow MN \perp A, B, C, \\ MM_1 - \text{проекция } MM_1 \\ MM_1 \perp A, B, (MM_1, AM_1 \in \alpha, BC) \end{array} \right\} \Rightarrow MM_1 \perp A, B, \Rightarrow MM_1 \perp AB$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} (aR + aR + ar) = 4 \quad S = 4 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \quad a = \frac{4}{3^{1/4}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \quad 2R + r = \frac{8\sqrt{3}}{4} = 2\sqrt{3}$$

$$S_{\triangle ACC_1} = CL \cdot AC = 6 \quad C_1L \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} = 6 \quad C_1L = \frac{6\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{\triangle ABB_1} = MM_1 \cdot AB = 5 \quad MM_1 = \frac{4}{\sqrt{3}} = 5 \quad MM_1 = \frac{5\sqrt{3}}{4}$$

$$C_1M_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = 2R + r$$

$$\begin{aligned} MM_1^2 &= MN^2 + M_1N^2 & \frac{25\sqrt{3}}{16} &= 4R^2 + h^2 \\ CL^2 &= HL^2 + C_1H^2 & \frac{9\sqrt{3}}{4} &= R^2 + h^2 \end{aligned}$$

$$CC_1 = MM_1 = \frac{5\sqrt{3}}{4} < C_1L \Rightarrow CH < LH \quad \text{т.к. } H \in \text{биссектрисе } \angle C \quad CH = 2LH, \text{ что неверно}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Geometric Solution:

Algebraic Solution:

$$h^2 + R^2 = \left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2 = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

$$4R^2 + h^2 = 25$$

$$h^2 + R^2 = \frac{25}{16} \cdot \sqrt{3} \cdot \text{CH}$$

$$h^2 + 4R^2 = 25$$

$$\frac{25\sqrt{3}}{16} = h^2 + (R + 2\sqrt{3})^2 = \frac{3h^2 + 4R^2 + 12\sqrt{3}R}{16}$$

$$\frac{R + 2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{R}{2/\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}R}{2}$$

$$2R + 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}R$$

Quadratic Equations:

$$643 - 2\sqrt{18} \sqrt{72 - 2 \cdot 6 \cdot 7\sqrt{2}} + 49$$

$$9 - 6\sqrt{2} \sqrt{121 - 84\sqrt{2}}$$

$$78\sqrt{2} \sqrt{112}$$

$$39\sqrt{2} \sqrt{56}$$

Arithmetic:

$$\begin{array}{r} 112 \overline{) 1212} \\ -10 \overline{) 56} \\ \hline 78 \overline{) 12} \\ -8 \overline{) 39} \end{array}$$

Graphical Solution:

$p+7$

-1.5

-6

-1.5

-1

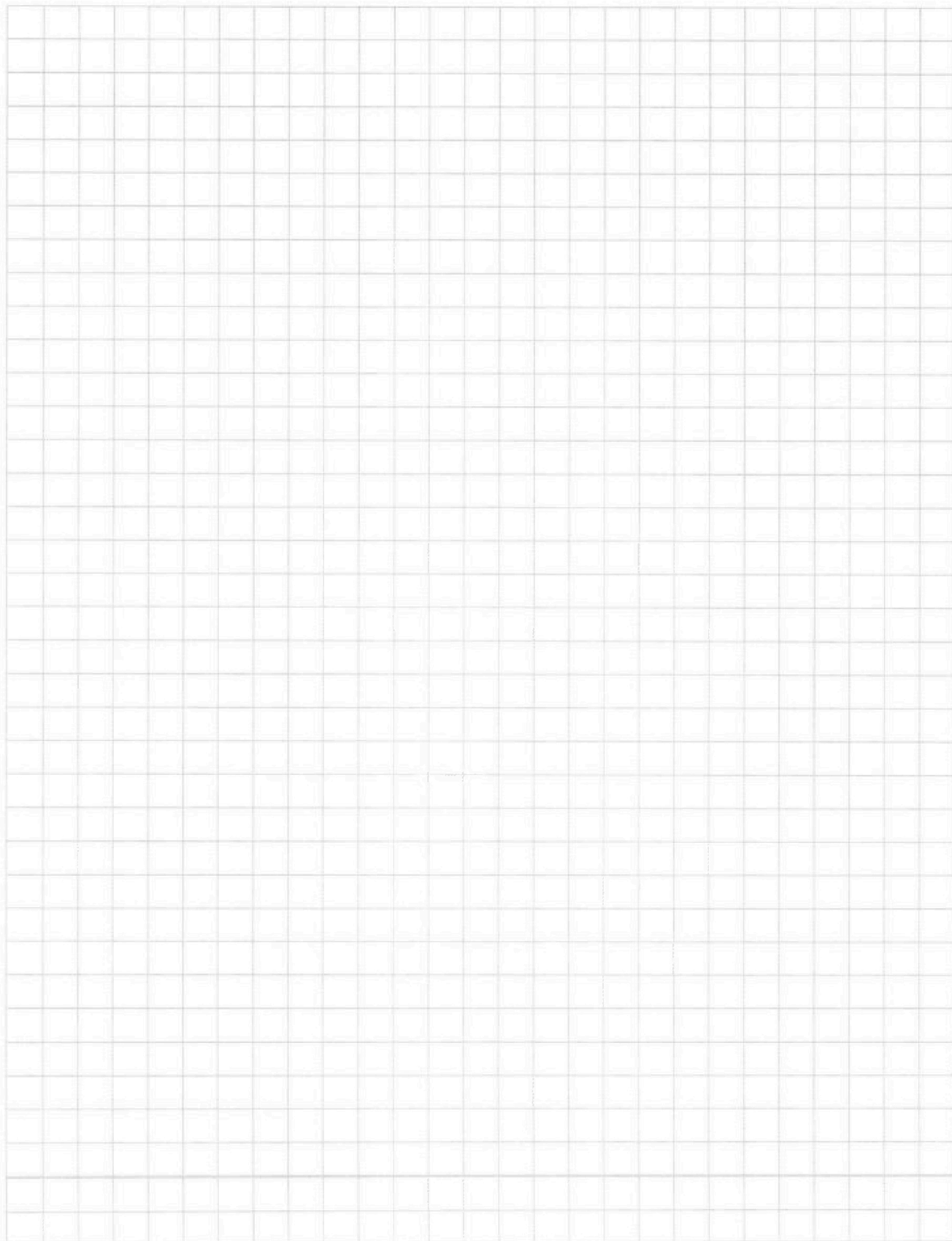


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

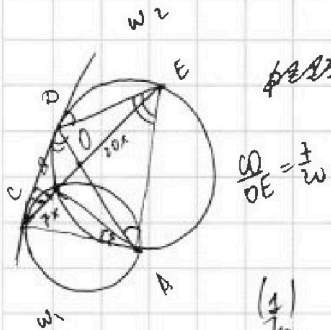
$a < b$
 $b - a \neq 3$
 $(a-c)(b-c) = \dots$
 $a^2 + b = 1000$

1) $(a-c) = (b-c)$
 $a = b$

$(a-c)(b-c) = 1 \cdot p^2$
 $-1 \cdot (-p^2)$
 $(-p) \cdot (-p)$

2) $\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \\ a-b=1 \end{cases}$

$c = b - 1$
 $a - b + 1 = p^2$



$a^2 + b = 1000$
 $a - b + 1 = p^2$
 $a^2 + a = 999 + p^2$
 $a(a+1)$

$b - c = p^2$ (1)
 $a - c = 1$
 $b - c = -1$
 $a - c = -p^2$

$\begin{array}{r} \times 31 \\ 31 \\ \hline 93 \\ 930 \\ \hline 9631 \\ \times 21 \\ \hline 18261 \\ \hline 21 \\ \hline 42 \\ \hline 445 \end{array}$

(1) $b - a = p^2 - 1 \neq 3 \Rightarrow p:3 \Rightarrow p=3$
 $b - c = 9$ $b - a = 8$
 $a - c = 1$ $a - b = -1$
 $a^2 + b = 1000$
 $a^2 + a - 992 = 0$

$\begin{array}{r} \times 992 \\ 992 \\ \hline 3969 \\ \hline 3968 \end{array}$

$D = 1 + 4 \cdot 992 = 21^2 - 9 = (3 \cdot 21)^2 = 63^2$



(2) $b - a = -1 + p^2 = p^2 - 1 \neq 3 \Rightarrow p=3$
 $b - c = -1$ $b - a = 8$
 $a - c = -9$

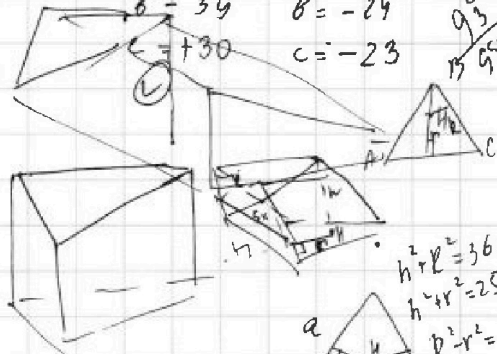
$a = \frac{-1 \pm 63}{2}$
 $a = \frac{62}{2} = 31$ $a = -32$

$c = a + 9$
 $b = a + 1$

$b = 39$ $b = -24$
 $c = +30$ $c = -23$

$\rightarrow 3 \cdot 9$

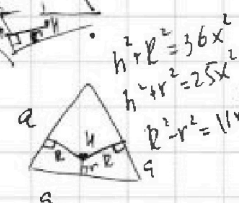
$GM_r = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{3}$



$5x \cdot a = 5$
 $x = \frac{5}{a}$
 $(-32 + 23)(-24 + 23) = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 4$
 $a^2 = \frac{16}{\sqrt{3}}$
 $a = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$
 $x = \frac{5\sqrt{3}}{4}$
 $b = -24$

$\frac{1}{2}(ra + Ra + Ra) = 4$
 $a(2R + r) = 8$
 $\frac{4}{3} (2R + r) = 8$
 $2R + r = 2 \cdot \sqrt{3}$
 $R^2 - r^2 = \frac{5\sqrt{3}}{4}$

$r = 2(R - \sqrt{3})$
 $R^2 - 4(R - \sqrt{3})^2 = \frac{5\sqrt{3}}{4}$
 $R^2 - 2\sqrt{3}R + 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$20 \rightarrow \text{зад} \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$a_{11} = 2-x$$

$$a_{12} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$\sqrt{\frac{2-x}{(25x+34)(3x+2)}} = 2^2$$

$$x \geq -\frac{2}{3}$$

$$\frac{+}{-} \frac{-}{+}$$

$$\frac{-2}{3} \quad -\frac{1}{3}$$

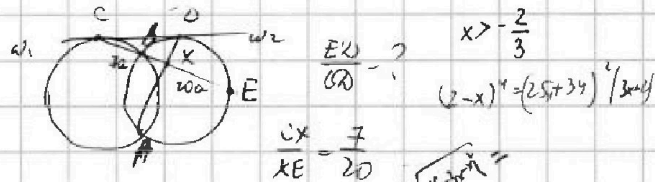
$$\frac{a_{11}}{a_{12}} = 2^2 = \sqrt{\frac{(25x+34)(3x+2)}{(25x+34)(3x+2)^3}} = \frac{1}{3x+2} = \frac{(2-x)^4}{(25x+34)(3x+2)^2}$$

$$2-x \geq 0 \quad x \geq -\frac{2}{3}$$

$$q = \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{11-3xx^2}$$

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$t = \cos x \quad t \in [-1; 1]$$



$$p(4t^3 - 3t) + 6(2t^2 - 1) + 3(p+4)t + 10 = 0$$

$$f(-1) = 0$$

$$4pt^3 - 3tp + 12t^2 - 6 + 3(p+4)t + 10 = 0$$

$$4pt^3 + 12t^2 + 3(p+4)t + 4 = 0$$

$$1) p = 0$$

$$12t^2 + 9t + 4 = 0$$

$$D = 81 - 4 \cdot 12 \cdot 4 < 0$$

$$2) p \neq 0$$

$$f(2) = 4p + 12 + 12 + 4 = 4p + 28$$

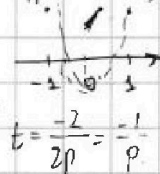
$$f(-1) = -4p + 12 - 12 + 4 = -4p + 4$$

$$f'(t) = 12pt^2 + 24t + 3(p+4)$$

$$\frac{D}{4} = 12^2 - 12p \cdot 3(p+4) = 9^2 = \frac{(2-x)^4}{(25x+34)(3x+2)^2}$$

$$f' = 12pt^2 + 24t + 3(p+4) = 4pt^2 + 12t + 3p + 12$$

$$= 12(pt^2 + 2t + 1)$$



$$f(0) = 4$$

$$f(1) = 12$$

$$f(2) = 20$$

$$f(-1) = 4$$

$$f(-2) = 4$$

$$|y+2| + 2|y-18|$$

$$y \geq 18 \quad y+2+y-36 = 3y-34$$

$$f(18) = 54-34 = 20$$

$$-2 < y < 18 \quad y+2-2y+36 = 38-y$$

$$f(-2) = 38+2$$

$$y \leq -2 \quad -y-2-2y+36 = -3y+34$$

$$\frac{(2-x)^4}{(25x+34)(3x+2)^2} = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$(2-x)^4 - 25x - 34 = 0$$

$$(x^2 - 24x + 30)(x^2 + 21x + 31) = 0$$

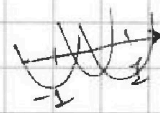
$$y = 18 \quad a = \sqrt{x+6}$$

$$z = 0 \quad b = \sqrt{3-x}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{11-3xx^2}$$

$$a - b + 7 = 2ab$$

$$a + 7 = 2ab + b = b(2a+1)$$



$$f'(x) < 0$$