



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x-9)(x-6)}$, девятый член равен $x+3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

Пусть первый член данной геометрической прогрессии равен b_1 , а её знаменатель q

$$b_k = b_1 q^{k-1} \quad k \in \mathbb{N}$$

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \quad b_9 = (x+3) \quad b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

~~$$b_{15} = b_1 q^{14} = q^6 \quad b_9 = \frac{b_1 q^8}{b_1 q^6} = q^2$$~~

$$\frac{\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}}{x+3} = \left(\frac{(x+3)}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} \right)^3$$

$$\sqrt{\frac{(25x-9)^4 \cdot (x-6)^3}{(x-6)^3}} = (x+3)^4$$

~~$$\frac{(25x-9)^2}{(x-6)} = (x+3)^4$$~~

$$(25x-9)^2 = (x+3)^4$$

$$\begin{cases} (x+3)^2 = 25x-9 & (1) \\ (x+3)^2 = -(25x-9) & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad x^2 + 6x + 9 = 25x - 9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$(x-1)(x-18) = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = 18 \end{cases}$$

$$(2) \quad x^2 + 6x + 9 = -25x + 9$$

$$x^2 + 31x = 0$$

$$x(x+31) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = -31 \end{cases}$$

~~Проверка подстановкой.
Выражение $(25x-9)(x-6)$ равно $25x-9$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

При $x=1$ подкоренное выражение
 $(25x-9)(x-6) = (25-9) \cdot (1-6) = -5 \cdot 16 < 0 \Rightarrow x \neq 1$

Ответ: $\begin{cases} x = -31 \\ x = 0 \\ x = 18 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p \cos 3x + 3p \cos x = 6 \cos 2x - 12 \cos x + 10$$

$$p(\cos 3x + 3 \cos x) = 6(\cos 2x - 2 \cos x) + 10$$

$$\begin{aligned} \cos 3x &= \cos x \cdot \cos 2x - \sin x \cdot \sin 2x = \\ &= \cos x (\cos 2x - 2 \sin x \cdot \sin x) = \cos x (2 \cos^2 x - 1 + \\ &+ \underbrace{2 - 2 \sin^2 x}_{2 \cos^2 x} - 2) = \cos x (4 \cos^2 x - 3) \end{aligned}$$

$$p(\cos 3x + 3 \cos x) = 4p \cos^3 x = 6(2 \cos^2 x - 1 - 2 \cos x) + 10$$

$$4p \cos^3 x = 12 \cos^2 x - 12 \cos x + 10$$

$$4pt^3 = 12t^2 - 12t + 10$$

$$pt^3 = 3t^2 - 3t + 1$$

$$t^3 - 3t^2 + 3t - 1 + (p-1)t^3 = 0$$

$$(t-1)^3 = (p-1)t^3$$

$t=0$ - ни при каких p не является решением данной ур-я

$$\left(\frac{t-1}{t}\right)^3 = p-1 \quad t \neq 0$$

$$1 - \frac{1}{t} = \sqrt[3]{p-1}$$

$$1 - \sqrt[3]{p-1} = \frac{1}{t}$$

$$t = \frac{1}{1 - \sqrt[3]{p-1}}$$

$$-1 \leq \frac{1}{1 - \sqrt[3]{p-1}} \leq 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{1 - \sqrt[3]{p-1}} \geq -1$$

При $1 - \sqrt[3]{p-1} \geq 0$
 $1 \geq \sqrt[3]{p-1}$
 $p \leq 2$

$$1 \geq -1 \cdot (1 - \sqrt[3]{p-1})$$

$$1 \geq -1 + \sqrt[3]{p-1}$$

$$2 \geq p-1$$

$$p \leq 3$$

$$\begin{cases} p < 2 \\ p \leq 3 \\ p \geq 2 \\ p \geq 3 \end{cases}$$

$$p \in (-\infty; 2) \cup [3; \infty)$$

При $1 - \sqrt[3]{p-1} \leq 0$
 $1 \leq \sqrt[3]{p-1}$
 $p \geq 2$

~~$$1 \geq -1 \cdot (1 - \sqrt[3]{p-1})$$~~

$$1 \leq -1 \cdot (1 - \sqrt[3]{p-1})$$

$$1 \leq -1 + \sqrt[3]{p-1}$$

$$2 \leq p-1$$

$$p \geq 3$$

$$\frac{1}{1 - \sqrt[3]{p-1}} \leq 1$$

Аналогично при $p < 2$

$$1 \leq 1 - \sqrt[3]{p-1}$$

$$\sqrt[3]{p-1} \leq 0$$

$$p \leq 1$$

$$\begin{cases} p < 2 \\ p \leq 1 \\ p > 2 \\ p \geq 1 \end{cases}$$

$$p \in (-\infty; 1] \cup (2; \infty)$$

при $p \geq 2$

$$1 \geq 1 - \sqrt[3]{p-1}$$

$$p \geq 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} p \in (-\infty; 2) \cup [9; \infty) \\ p \in (-\infty; 1] \cup [2; \infty) \end{cases}$$

$$p \in (-\infty; 1] \cup [9; \infty)$$

$$\begin{cases} \cos x = \frac{1}{1-\sqrt[3]{p-1}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} p \in (-\infty; 1] \cup [9; \infty) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \arccos\left(\frac{1}{1-\sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k & k \in \mathbb{Z} \\ x = -\arccos\left(\frac{1}{1-\sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi n & n \in \mathbb{Z} \\ p \in (-\infty; 1] \cup [9; \infty) \end{cases}$$

Ответ:
$$\begin{cases} x = \arccos\left(\frac{1}{1-\sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k & k \in \mathbb{Z} \\ p \in (-\infty; 1] \cup [9; \infty) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\arccos\left(\frac{1}{1-\sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi n & n \in \mathbb{Z} \\ p \in (-\infty; 1] \cup [9; \infty) \end{cases}$$



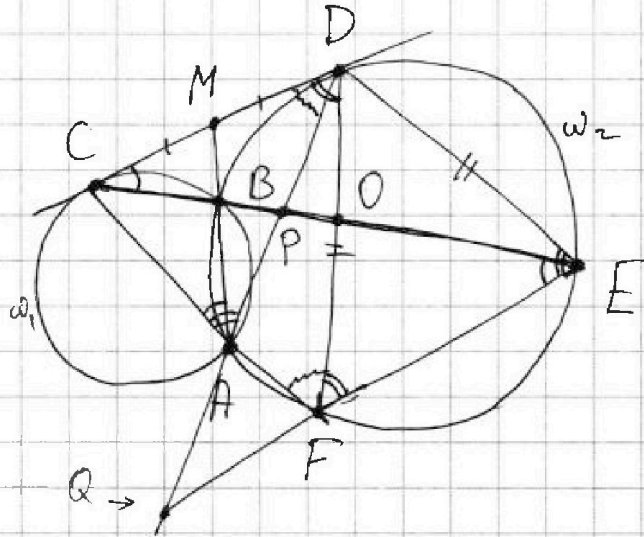
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4



Решение:

Точка пересечения диагоналей четырёхугольника $ACDE$ — P
по усл $CP:PE = 2:5$

~~Биссектриса~~ F вторая точка пересечения
 CA и ω_2

$M = AB \cap CD$ $Q = DA \cap EF$

$MC = MD$ — т.к. M — лежит на радиуси ω_1 и ω_2 ,
а MC и MD — касательные к ним

$\angle BCM = \angle BAC$ — (хорда и касательная)

$\angle BEF = \angle BAC$ — ($BEFA$ — вписанный четырёхугольник)

$\angle BCM = \angle BAC = \angle BEF \Rightarrow CM \parallel EF$

$\angle MDF = \angle DEF$ — (хорда и касательная)

$\angle DFE = \angle MDF$ — ($CD \parallel EF$)

$\angle MDF = \angle DFE = \angle DEF$ — $\triangle FDE$ — равн. / бедр. \Rightarrow
 $\Rightarrow DF = DE$

$\angle AFD = \angle CDA$ — ~~угол~~ (хорда и касательная)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\triangle CFD \sim \triangle CDA$$

1. $\angle CDA = \angle CDF$

2. $\angle DCA$ - общий

~~$\triangle CFD \sim \triangle CDA$~~ \Rightarrow

$CDEQ$ - трапеция $\Rightarrow CP:PE = DP:PQ = 2:5$

По теореме Менелая ($\triangle QPF$ секущая EP)

$$\frac{QP}{PD} \cdot \frac{DF}{PF} \cdot \frac{QE}{QF} = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

Назовём меньшей средней линией линию параллельно стороне длины 100, соответственно большей — стороне 400

A — множество раскрасок симметричных относительно меньшей средней линии

B — большей

C — симметричных относительно центра

$|A \cup B \cup C|$ — мн. раскрасок обладающих хотя бы одним из свойств

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |C \cap A| + |A \cap B \cap C|$$

Введём систему координат, где центр прямоугольника имеет координату $(0; 0)$. Соответственно его вершины имеют координаты $(\pm 50; \pm 200)$ — Большая сторона параллельна оси Ox

Пусть закрашена некоторая клетка центр которой имеет координаты $(x; y)$. Предположим, что раскраска симметрична относительно обеих ср. линий.

Тогда также должны быть закрашены клетки с центрами $(-x; y)$, $(x; -y)$, а также $(-x; -y)$. Точки $(x; y)$ и $(-x; -y)$, $(-x; y)$ и $(x; -y)$ — центрально симметричны \Rightarrow раскраска симметрична относительно обеих ср. линий, также симметрична отн. центра прямоугольника. По аналогичным соображениям, если раскраска симметрична относительно центра и одной из средних линий симметр. отн. и отн. другой ср. линии.

$$\Rightarrow |A \cap B| = |B \cap C| = |C \cap A| = |A \cap B \cap C| = m$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

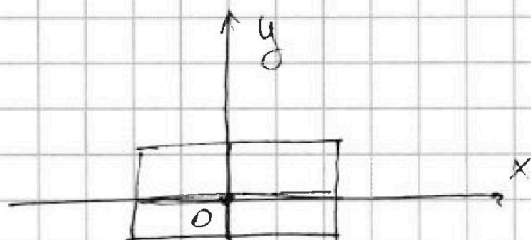


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - 2m$$



1) $|A|$ - если в левой полуплоскости ($x \geq 0$) кол-во закрашенных клеток не совпадает с числом клеток в правой полуплоскости, то картинка не может быть симметрична отн. Oy (~~меньше~~ $=$ меньшей с м-ми) \Rightarrow в каждой полуплоскости по 4 клетки закрашены, ~~они определены~~ и 4 клетки в другой ~~полуплоскости~~ одной полупл. определяют и 4 клетки закрашенные и в другой полупл. \Rightarrow кол-во вариантов $C_{100-200}^4 = |A| = C_{20000}^4$

2) Аналогичны рассуждения для B , $|B| = C_{50-400}^4 = |B| = C_{20000}^4$

3) $|C|$ - Аналогичны рассуждения и для центрально-симметричных раскрасок 4 точки в левой полуплоскости определяют и 4 в правой. $|C| = C_{100-200}^4 = C_{20000}^4$

4) $|A \cap B \cap C|$ 2 закрашенные клетки I четверти определяют все остальные (в каждой четверти равное кол-во закрашенных клеток $\frac{8}{4} = 2$)

$$|A \cap B \cap C| = m = C_{100-50}^2$$

$$|A \cup B \cup C| = 3 \cdot C_{20000}^4 - 2 C_{10000}^2 = 3 C_{20000}^4 - 9999 \cdot 10000$$

Ответ: $3 C_{20000}^4 - 99990000$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6q^{14} \quad 6q^8 \quad 6q^6$$

$$q^6 \quad q^2$$

$$\frac{\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^2}}}{x+3} = \frac{(x+3)^3}{(\sqrt{(25x-9)(x-6)})^3}$$

$$(25 \cdot -31 - 9)(-37)$$

$$\begin{array}{r} \times 25 \\ 31 \\ \hline 25 \\ 75 \\ \hline 775 \end{array}$$

$$\sqrt{784 \cdot 37}$$

$$\sqrt{\frac{784}{37^2}}$$

$$-\sqrt{37}$$

16

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p \cos 3x + 3p \cos x + 12 \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

4

$$\cos 2x \cos x$$

$$\cos 2x \cos x - \sin^2 x + \sin x$$

$$\sqrt{x+5}$$

$$\cos x (\cos 2x - 2 \sin^2 x)$$

$$= \cos^2 x - 1 - 2(1 - \cos^2 x)$$

$$3 \cos^2 x - 3$$

$$p \cos 3x + 3p \cos x$$

$$3 \cos^3 x - 3 \cos^2 x$$

$$p(\cos 3x + 3 \cos x) = 6(\cos 2x - 2 \cos x) + 10$$

$$(\cos x - 1)^2$$

$$2(\cos^2 x - 2 \cos x - 1)$$

$$3 \cos^3 x$$

$$12(\cos^2 x - 2 \cos x) - 2 = 3p \cos x$$

$$3p \cos^3 x$$



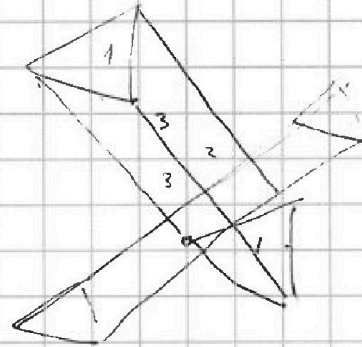
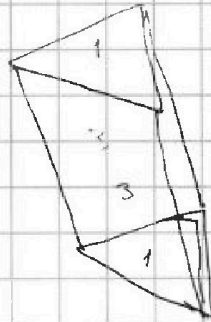
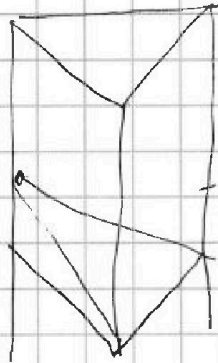
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

31



6 + 8

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)} = (x+3) = \sqrt{\frac{(25x-9)}{(x-6)^3}}$$

$$\sqrt{25x-9} \cdot ((x+3)\sqrt{x-6}) - \quad x \neq 6$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}$$

$$z \in [-9; 9]$$

$$y = 5 \quad z = 0$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$\sqrt{(1-x)(x+5)}$$

$$t - d + 4 = 2td$$

$$(2t+1)(d+\frac{1}{2})$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

число p^2 раскладывается на произведение ^{двух} целых чисел, след образом $p^2 = 1 \cdot p^2 = p^2 \cdot 1 = -1 \cdot (-p^2) = (-p^2) \cdot (-1) = p \cdot p = -p \cdot (-p)$
или рассмотрим все случаи

$$\begin{cases} a = 26 \\ b = 34 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -27 \\ b = -19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 26 - c &= -p^2 \\ c &= 9 + 26 = 35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -27 - c &= 1 \\ c &= -28 \end{aligned}$$

$$(a; b; c) = (26; 34; 35)$$

$$(a; b; c) = (-27; -19; -28)$$

Ответ: $(26; 34; 35)$ и $(-27; -19; -28)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

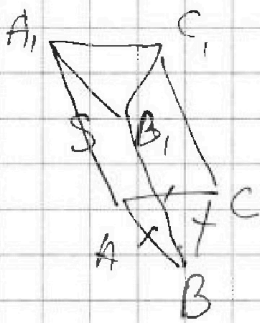
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 7

Боковые грани призмы - параллелограммы.
↳ любых двух боковых граней есть общая сторона.



$$S_{AA_1B_1B} = S_{CC_1A_1A} = 3$$

$AA_1B_1B = CC_1A_1A$ т.к. площади равны



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

$$a < b \quad b - a \neq 3 \quad (a - c)(b - c) = p^2 \quad p - \text{простое}$$

$$a^2 + b = 710$$

$$a - c < b - c \quad (*)$$

$$\begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{cases} \quad \text{нет решений т.к. } (*)$$

$$\begin{cases} a - c = -1 \\ b - c = -p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - c = p \\ b - c = p \end{cases} \quad \begin{cases} a - c = -p \\ b - c = -p \end{cases} \quad \text{нет решений т.к. } (*)$$

$$\begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases} \quad | -$$

$$(b - c) - (a - c) = -1 - (-p^2)$$

$$b - a = p^2 - 1 \quad \text{Пусть } p \neq 3, \text{ тогда или } p - 1 \vdots 3$$

$$\text{или } p + 1 \vdots 3$$

$$\text{т.к. } p \not\vdots 3,$$

$$\text{но } b - a \neq 3 \Rightarrow p = 3$$

$$b - a = 3^2 - 1 = 8$$

$$b = a + 8$$

$$a^2 + a + 8 = 710$$

$$a^2 + a - 702 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 702 = 2809 = 53^2$$

$$a = \frac{-1 \pm 53}{2} = \begin{cases} 26 \\ -27 \end{cases} \quad \begin{aligned} b &= 26 + 8 = 34 \\ b &= -27 + 8 = -19 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases}$$

$$b - a = p^2 - 1 \quad \text{— такое же равенство}$$

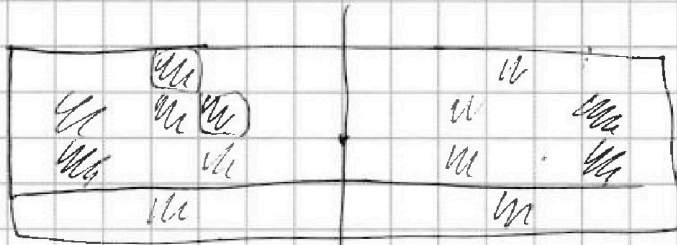


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a^2 + b^2 = 710$$

$$(a-c)(b-c)$$



2809

$$\begin{array}{r} \cancel{103} \quad 53 \\ \cancel{47} \quad 153 \\ \hline 159 \\ 2650 \\ 209 \end{array}$$

$$z \quad 50 \cdot 200 = 10000$$

$$C^2 \quad 10000 \cdot z = 10000 \cdot 9999$$



$$(a-c)$$

$$(26-c)(34-c) = p^2$$

$$c \quad 26-c = 1$$

$$p \cos 3x$$



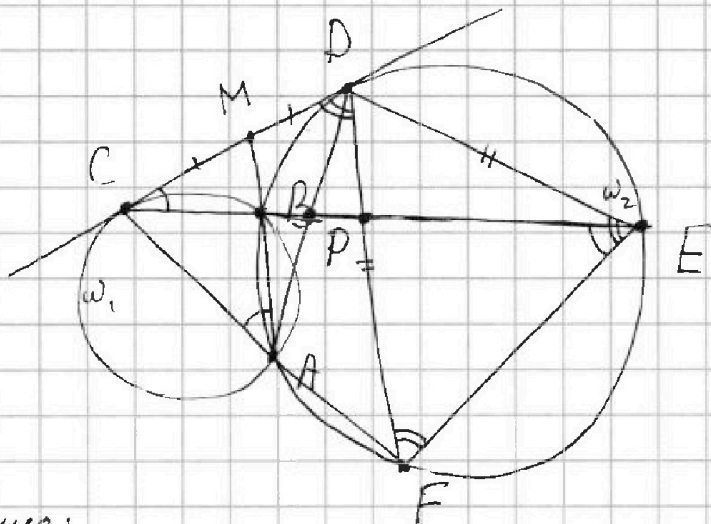
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4



Решение:

Точка пересечения диагоналей четырёхугольника ACDE — P, тогда CP

$$\left(1 - \frac{1}{t}\right)^3 = p - 1$$

1000 ~~1000~~

$$\left(1 - \frac{1}{t}\right)^3 = 10$$

$$1 - \frac{1}{t} = \sqrt[3]{p-1}$$

$$1 - \sqrt[3]{p-1} = \frac{1}{t}$$

$$-1 \leq t \rightarrow \frac{1}{1 - \sqrt[3]{p-1}} \leq 1$$

$$1 \leq 1 - \sqrt[3]{p-1}$$

$$\sqrt[3]{p-1} \leq 0$$

$$\sqrt[3]{p-1} - 1$$

$$p-1 \leq 0$$

$$p \leq 1$$

$$t \in (-\infty; 1) \cup \dots$$

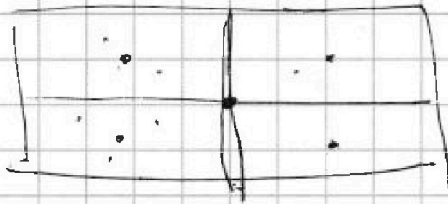


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2 \cdot C_{200}^8 + \frac{C_{400}^8}{2}$$

$$2 \cdot C_{2000}^4 + \frac{C_{400}^4}{2^4} -$$

$$a < b$$

$$b = a/3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a^2 + b^2 = 710 = 2 \cdot 5 \cdot 71$$

$$ab + c^2 = c(a+b)$$

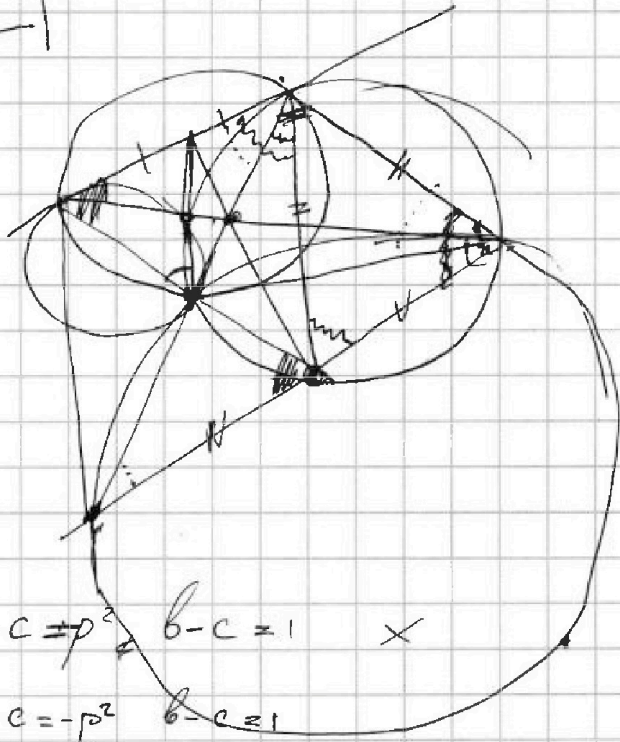
$$a-c = p^2 \quad b-c = 1 \quad \times$$

$$a-c = -p^2 \quad b-c = 1$$

$$a-c = 1 \quad b-c = p^2$$

$$a-b = p^2 - 1$$

$$a-b = 8$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$2x^2 = 7y$

$\frac{S}{2} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{XE}{E} = 1$

$\frac{XE}{XA} = 1 + \frac{QE}{XA}$

$\frac{S}{2} \cdot \frac{QX}{XE} = 1$

$\frac{2^2 + 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \cos \alpha}{8^2 + 5^2 + 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cos \alpha} = k^2$

$\frac{8(1 + \cos \alpha)}{50}$

$\frac{2}{25} \cdot \frac{(1 + \cos \alpha)}{(1 - \cos \alpha)} = k^2$

$\frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}$

$\frac{2}{1 - \cos \alpha} - 1$