



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a > b$,
 - число $a - b$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a + b^2 = 820$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 1

1) b_n - геом. прогрессия b_1 - первый член; $b_1 \neq 0$ (т.к. тут $x = -\frac{2}{5}(4+0) \Rightarrow b_1 \neq 0$)

$$b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \quad b_{10} = x+4 \quad ; \quad b_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$b_4 = b_1 q^2 \quad b_{10} = b_1 q^9 \quad b_{12} = b_1 q^{11}$$

$$\frac{b_{10}}{b_4} = q^6 \Rightarrow q^2 = \sqrt[3]{\frac{b_{10}}{b_4}} \quad ; \quad \frac{b_{12}}{b_{10}} = q^2 \Rightarrow \frac{b_{12}}{b_{10}} = \sqrt[3]{\frac{b_{10}}{b_4}} \Rightarrow \left(\frac{b_{12}}{b_{10}}\right)^3 = \frac{b_{10}}{b_4}$$

$$\Rightarrow (b_{10})^4 = b_{12}^3 b_4 \quad (\text{член геом. прогрессии и экв. членами})$$

$$2) (x+4)^4 = (\sqrt{(15x+6)(x-3)})^3 \cdot \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$(x+4)^4 = \sqrt[3]{(15x+6)(x-3)^3} \cdot \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$(x+4)^4 = \sqrt[3]{(15x+6)(x-3)^3} \cdot \frac{1}{|x-3|} \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

если $x > 3$:

$$(x+4)^4 = (15x+6) \sqrt{(15x+6)(x-3)} \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$(x+4)^4 = (15x+6) \sqrt{\frac{(15x+6)^2(x-3)}{(x-3)^3}} \Rightarrow (x+4)^4 = (15x+6) \sqrt{15x+6}$$

$$(x+4)^4 = (15x+6)^2 \Rightarrow (x+4)^2 - 15x - 6 \quad ((x+4)^2 + 15x + 6) = 0$$

$$(x+4)^2 = 15x + 6$$

$$x^2 + 8x + 16 = 15x + 6$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x=5 \end{cases} \quad (\text{не подходит } x > 3)$$

или

$$(x+4)^2 = -15x - 6$$

$$x^2 + 8x + 16 = -15x - 6$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0$$

$$\begin{cases} x=-1 \\ x=-22 \end{cases} \quad (\text{не подходит } x > 3)$$

Проверим $x=5$:

$$b_4 = \sqrt{\frac{15 \cdot 5 + 6}{2^3}} = \frac{9}{2\sqrt{2}} \quad ; \quad b_{10} = 9 \quad ; \quad b_{12} = \sqrt{81 \cdot 2} = 9\sqrt{2}$$

$$\frac{b_{12}}{b_{10}} = q^2 \Rightarrow q^2 = \frac{9\sqrt{2}}{9} = \sqrt{2} \Rightarrow q = \pm \sqrt[4]{2} \quad \text{если } q = \sqrt[4]{2}: b_1 = \frac{b_4}{q^2} = \frac{9}{(\sqrt[4]{2})^2} = \frac{9}{\sqrt{2}}$$

$$b_{10} = b_1 \cdot q^9 = \frac{9}{\sqrt{2}} \cdot (\sqrt[4]{2})^9 = \frac{9 \cdot \sqrt[4]{2^9}}{\sqrt{2}} = \frac{9 \cdot \sqrt[4]{2^8} \cdot \sqrt[4]{2}}{\sqrt{2}} = \frac{9 \cdot 2 \cdot \sqrt[4]{2}}{\sqrt{2}} = 9 - \text{ис.}$$

$$b_{12} = b_{10} \cdot q^2 = 9 \cdot (\sqrt{2}) = 9\sqrt{2} - \text{ис.}$$

Значит при $x=5$, такая прогрессия существует

3) Если $x \leq -\frac{2}{5}$:

$$(x+4)^4 = -(15x+6) \sqrt{(15x+6)(x-3)} \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$(x+4)^4 = -(15x+6) \sqrt{(15x+6)^2} = (x+4)^4 = -(15x+6) \sqrt{15x+6}$$

$$(x+4)^4 = (15x+6)^2 \Rightarrow \text{чл. 4) 1) нуля корня:}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x=5 \end{cases} \quad (\text{не подходит } x \leq -\frac{2}{5})$$

$$\begin{cases} x=-1 \\ x=-22 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{проверим } x=-1: b_4 = \sqrt{\frac{15+6}{(-4)^3}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} \quad ; \quad b_{10} = (-1)+4 = 3$$

$$\text{покажем прогрессию: } q = \sqrt{2}; b_1 = \frac{3}{8\sqrt{2}}; b_4 = \frac{3}{16\sqrt{2}} (\sqrt{2})^2 = \frac{3}{8}; b_{10} = \frac{3}{16\sqrt{2}} (\sqrt{2})^9 = 3; b_{12} = \frac{3}{8} (\sqrt{2})^2 = 6$$

$$\text{проверим } x=-22: b_4 = \sqrt{\frac{15(-22)+6}{(-25)^3}} = \frac{18}{125} \quad ; \quad b_{10} = -18; b_{12} = 18 \cdot 5$$

$$\text{и, т.к. } b_{12} = b_{10} \cdot q^2 \Rightarrow b_{10} > 0, \text{ т.к. } b_{12} > 0 \Rightarrow -22 \text{ не подходит}$$

Отв: -1; 5

$\frac{15}{30} \cdot \frac{18}{125} = \frac{27}{625}$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

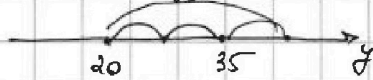
Задача № 2

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+2}$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}$$

① Рассм. $|y-20| + |y-35|$

Пусть есть коэф. ось: Заметим, что $|y-20|$ расстояние от точки y до 20
 а $|y-35|$ расстояние от точки y до 35



Плюс заметим, что $|y-20| + |y-35| \geq 35-20$ — расстояние между точками 20 и 35
 $|y-20| + |y-35| \geq 15$

② Рассм $0 \leq \sqrt{225-z^2} \leq 15$, т.к. $225-z^2 \geq 0$
 $-15 \leq z \leq 15$

③ Знаем лев. часть:

$$\underbrace{|y-20| + |y-35|}_{\geq 15} + \underbrace{|y-35|}_{\geq 0} = \underbrace{\sqrt{225-z^2}}_{\leq 15}$$

мы добавим к $|y-20| + |y-35|$

Такое возможно, если

$$|y-20| + |y-35| \cdot 2 = 15$$

еще заметим что к $|y-20| + |y-35|$ мы добавим нечто/неотриц. число: $|y-20| + |y-35| + |y-35| = 15$

Значит $|y-35| = 0 \Rightarrow y = 35$

Также обратим $y = 35$ (не подходит: $|70-20| + |70-35| \cdot 2 > 15$)
 $y = 35$ ($|35-20| + |35-35| \cdot 2 = 15$ — верно)

$$\boxed{z=0} \quad \left(\text{из уравнения } \begin{cases} \sqrt{225-z^2} = 15 \\ 225-z^2 = 225 \\ z^2 = 0 \end{cases} \right)$$

④ Рассм. (1) уравнения системы:

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+2}$$

$$\text{Пу } y=35; z=0: \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2+0}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$\begin{cases} x \geq -7 \\ x \leq 5 \\ 36 - (x+1)^2 \geq 0 \\ x \geq -7 \quad (x+1) \leq 36 \\ x \leq 5 \\ -6 \leq x+1 \leq 6 \\ x \geq -7 \\ x \leq 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} = a; \sqrt{5-x} = b \\ a-b+6 = 2ab \\ a^2+b^2 = 12 \end{cases}$$

$$\text{Сложим уравнения: } a^2+b^2-2ab+a-b+6 = 12$$

$$(a-b)^2 + (a-b) - 6 = 0$$

$$\text{Пусть } a-b = t: t^2+t-6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -3 \\ t = 2 \end{cases}$$

$$\text{⑤ если } a-b = -3: \begin{cases} a-b = -3 \\ a^2+b^2 = 12 \end{cases} \Rightarrow a = b-3$$

$$(b-3)^2 + b^2 = 12; 2b^2 - 6b + 9 = 12 \Rightarrow 2b^2 - 6b - 3 = 0 \Rightarrow b = \frac{6 \pm \sqrt{36+8 \cdot 3}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{2}$$

$$b > 0 \Rightarrow b = \frac{3+\sqrt{15}}{2}; a = \frac{\sqrt{15}-3}{2}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} = \frac{\sqrt{15}-3}{2} \\ \sqrt{5-x} = \frac{3+\sqrt{15}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+7 = \frac{15+9-6\sqrt{15}}{4} \\ 5-x = \frac{9+15+6\sqrt{15}}{4} \end{cases}$$

$$x = \frac{15+9-6\sqrt{15}}{4} - 7 = \frac{24-28-6\sqrt{15}}{4} = \frac{-2-3\sqrt{15}}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2 (сформулируем)

① если $t=2$: $\begin{cases} a-b=2 & a=b+2 \\ a^2+b^2=12 \end{cases}$

$$(b+2)^2 + b^2 = 12 \Rightarrow b^2 + 4b + 4 + b^2 = 12 \Rightarrow 2b^2 + 4b - 8 = 0$$

$$b^2 + 2b - 4 = 0$$

$$b = \frac{-2 \pm \sqrt{4+16}}{2} = -1 \pm \sqrt{5}$$

$$b > 0 \Rightarrow b = -1 + \sqrt{5}; \quad a = -1 + \sqrt{5} + 2 = \sqrt{5} + 1$$

$$\begin{cases} x+7 = \sqrt{5}+1 \\ \sqrt{5}-x = -1+\sqrt{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+7 = 5+1+2\sqrt{5} \\ \sqrt{5}-x = 5+1-2\sqrt{5} \end{cases}$$

$$x = 2\sqrt{5} - 1$$

Таким образом, решим систему:

ответ: $\left(-\frac{2-3\sqrt{5}}{2}; 35; 0\right)$ и $(2\sqrt{5}-1; 35; 0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 3(2 \cos^2 x - 1) + p$$

$$4 \cos^3 x - 2 \cos x + 6 \cos x = 6 \cos^2 x - 3 + p$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 = p$$

$$\begin{aligned} \cos(2x+x) &= \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = \\ &= (\cos^2 x - 1) \cos x - 2(1 - \cos^2 x) \cos x = \\ &= \cos^3 x - \cos x - 2 \cos x + 2 \cos^3 x = \\ &= 4 \cos^3 x - 3 \cos x \end{aligned}$$

Пусть $t = \cos x$; $-1 \leq t \leq 1$; $p = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$

Построим график в сист. коор. pOt !

$$p' = 12t^2 - 12t + 3$$

$$p' = 0: 12t^2 - 12t + 3 = 0$$

$$4t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$(2t - 1)^2 = 0$$

$$t = \frac{1}{2}$$

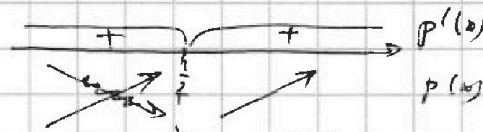
$$\begin{aligned} p\left(\frac{1}{2}\right) &= 4\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 6\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \\ &= \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + 3 = 3,5 \end{aligned}$$

$$p(1) = 4 - 6 + 3 + 3 = 4$$

$$p(-1) = -4 - 6 - 3 + 3 = -10$$

$$p(0) = 3; p(0) = 3$$

$$\begin{aligned} p\left(-\frac{1}{2}\right) &= 4\left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 6\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = \\ &= -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 3 = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$



возрастает на всю промежутке $(-\infty; 0,5)$ и убывает на промежутке $(0,5; \infty)$ (знаем каждое свойство функции и лежит в промежутке $[-1; 1]$)



$p = a$, $a > 4$ не реш.

$p = 4$; 1 реш.

$p = a$; $-10 < a < 4$; 2 реш.

$p = -10$; 1 реш.

$p = a$, $a < -10$ не реш.

Итак, ответ, ур. им. хотя бы 1 реш. при $p \in [-10; 4]$
Отв.: $[-10; 4]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

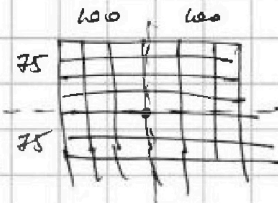
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

1) Заметим, что расстановки 4-х фишек. каждая даёт 4
обычные расстановки, нужно выбрать только вид симметрии.

Выбор 4 фишек:

$$\frac{(150-100)(150-100-1)(150-100-2)(150-100-3)}{4!}$$



при этом 3 вида симметрии \Rightarrow умножить на 3.

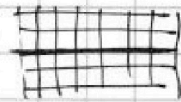
2) Заметим, что выкопав симметрию 2 / ось мы концы тот же самый выбор клеток (т.е. 2 диаг. картинки)

Значит уже симметричные клетки. одной из выделенных симметрии, т.е. между собой посчитаем варианты для всех симметрий, т.е. необходимо выбирать несимметрич. 4 клетки.

3) Рассм. симметр. относительно центра. Заметим, что выбор 4 клетки из 150 половинок мы найдем симметрию. слева, т.е. выбор.

$$\frac{75 \cdot 100 (75 \cdot 100 - 1) (75 \cdot 100 - 2) (75 \cdot 100 - 3)}{4!} = C_{75 \cdot 100}^4$$

4) Рассм. симметр. относительно сред. линии. Заметим, что также выбор 4 клетки из соответствующих половинок, мы найдем симметрию. 4 клетки, при этом никакая клетка не перевернется в себя.

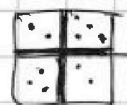


т.е. варианты для каждой сред. линии: $\frac{(75 \cdot 100 (75 \cdot 100 - 1) (75 \cdot 100 - 2) (75 \cdot 100 - 3))}{4!}$

5) Заметим, что мы посчитали несколько картинок. Общими видами мы три симметрии.

Каждая картинка симметрична сам 2-м видам симметрии

Заметим, что если картинка обладает как бы 2-м видами симметрии, то она обладает и третьим. Значит таких вариантов останется 3-й.



Если применить все виды симметрии, то в каждой 1/4 из 150 обычных картинок, т.е. в каждой по $\frac{150}{4} = 37.5$ точек. Найдем такое такое вар-тов:

$$\frac{75 \cdot 100 (75 \cdot 100 - 1) (75 \cdot 100 - 2) (75 \cdot 100 - 3)}{4!} = C_{75 \cdot 100}^4$$

5) Также, образуем, все варианты:

$$\begin{aligned} & C_{150 \cdot 100}^4 - 2 C_{75 \cdot 100}^4 \\ & 3 \cdot \frac{150 \cdot 100 (150 \cdot 100 - 1) (150 \cdot 100 - 2) (150 \cdot 100 - 3)}{4!} - 2 \cdot \frac{75 \cdot 100 (75 \cdot 100 - 1) (75 \cdot 100 - 2) (75 \cdot 100 - 3)}{4!} = \\ & = \frac{3 \cdot 2a(2a-1)(2a-2)(2a-3)}{4!} - \frac{2 \cdot a(a-1)(a-2)(a-3)}{4!} = \frac{2a(a-1)(6(2a-1)(2a-3) - 2(a-2)(a-3))}{4!} = \\ & = \frac{a(a-1)}{4!} (12a^2 - 12a + 18 - 2a^2 + 6a - 6) = \frac{a(a-1)}{4!} (10a^2 - 6a + 12) \end{aligned}$$

Ответ: $C_{150 \cdot 100}^4 - 2 C_{75 \cdot 100}^4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №6

① $(a-b) \not\div 3 \Rightarrow a$ и b им. разные остатки при дел. на 3

② $a+b^2=820$; $a=820-b^2$

$a > b \Rightarrow 820-b^2 > b \Rightarrow b^2+b-820 < 0$

$$\begin{aligned} (b+\frac{1}{2})^2 &< 820\frac{1}{4} \\ -\sqrt{820\frac{1}{4}} &< b+\frac{1}{2} < \sqrt{820\frac{1}{4}} \\ -\frac{57}{2} &\leq b+\frac{1}{2} \leq \frac{57}{2} \\ -29 &\leq b \leq 28 \end{aligned}$$

a, b, c - целые

c	$5p$
$5p$	$5p$
$55c$	$29p$
290	$29c$
3136	3249
	5564

③ $(a-c)(b-c)$ свл. квадратом целого числ $(a-c)(b-c)=p^2$

знаем \exists число: ① $a-c=p$ и $b-c=p \Rightarrow a=b$ и c ($a=b$)

② $a-c=p^2$ и $b-c=1$

③ $a-c=1$ и $b-c=p^2 \Rightarrow b > a$ и $c > a$

знаем $a-c=p^2$
 $b-c=1$

$a-b=(p-1)(p+1) \not\div 3 \Rightarrow p \not\equiv \pm 1 \pmod 3$

Если $p=3k$, то получим только 3 (p -н. число) $\Rightarrow a-b=2 \cdot 4$
 $b^2+b-820=0$
 $b=1 \pm \sqrt{1+4 \cdot 820} = 1 \pm \sqrt{3284} = 1 \pm 57.3 = 28$

④ Если $p=3k+1$, то $a-b=3k(3k+2)$ и $a-b \not\div 3$

Если $p=3k+2$, то $a-b=3k(3k+3)$ и $a-b \not\div 3$

Если $p=3k$, то получим только число 3 (так p -н. число)

$\Rightarrow a-b=(3-1)(3+1) \Rightarrow a-b=8 \Rightarrow a=b+8$

$a+b^2=820$ $b+8+b^2=820$ $b^2+b-812=0$

$b^2+b-812=0$

$D=1+4 \cdot 812=3249=9 \cdot 361=19^2 \cdot 3^2$

$b=\frac{-1 \pm 19 \cdot 3}{2}$

$\Rightarrow \begin{cases} b=28 \\ b=-29 \end{cases} \Rightarrow$

если $b=28$; $a=36$

$b=-29$; $a=-21$

⑤ $a=36$; $b=28$ $\begin{cases} a-c=3^2 \\ b-c=1 \end{cases} \Rightarrow c=27$

$a=-21$; $b=-29$ $\begin{cases} a-c=3^2 \\ b-c=1 \end{cases} \Rightarrow c=-30$

Ответ: $a=36$; $b=28$; $c=27$

$a=-21$; $b=-29$; $c=-30$



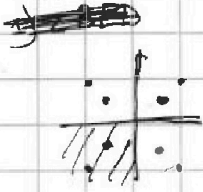
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

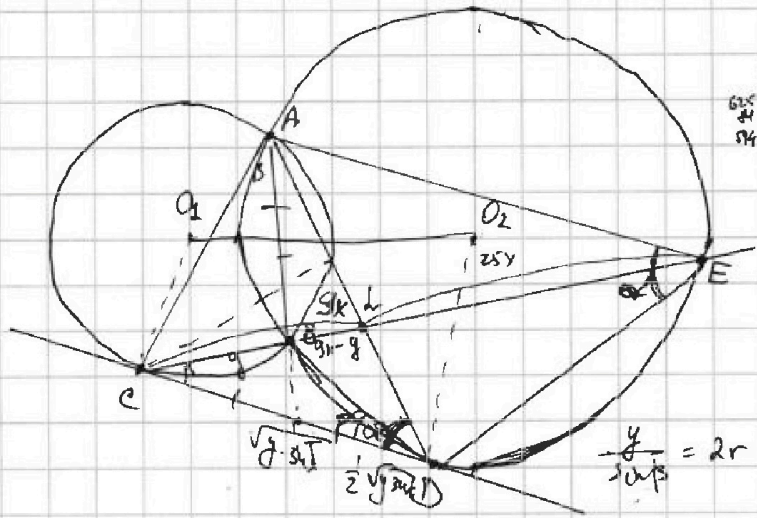
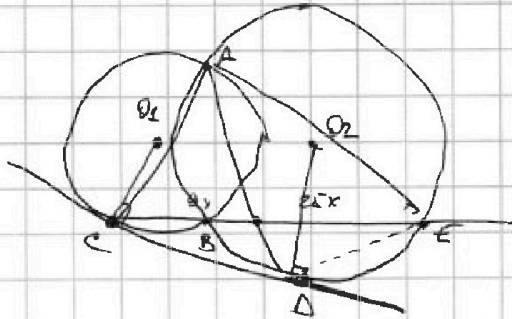
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

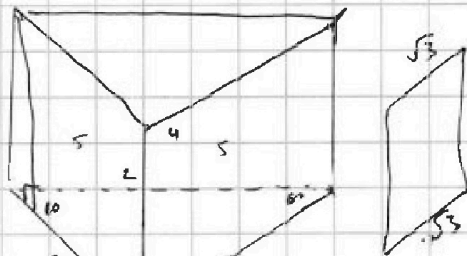
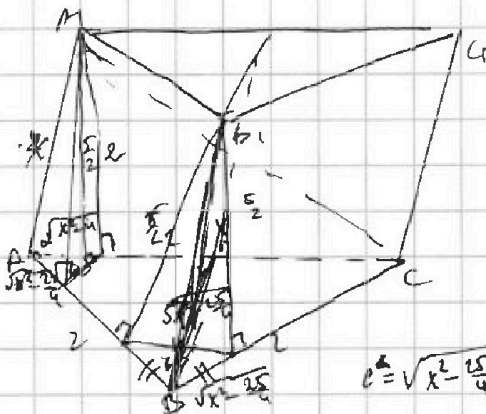
~~Задача 117 Черновик~~



$$4\cos^2 x - 6\cos^2 x + 3\cos x + 3 = p$$
$$4t^2 - 6t + 3t + 3 = p$$



$$2 \cdot x \cdot \sin \alpha = 4$$
$$2 \cdot x \cdot \sin \beta = 5$$



$$c^2 = \sqrt{x^2 - \frac{25}{4} + x^2 - 4} - 2 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{x^2 - 4} \sqrt{x^2 - \frac{25}{4}}$$

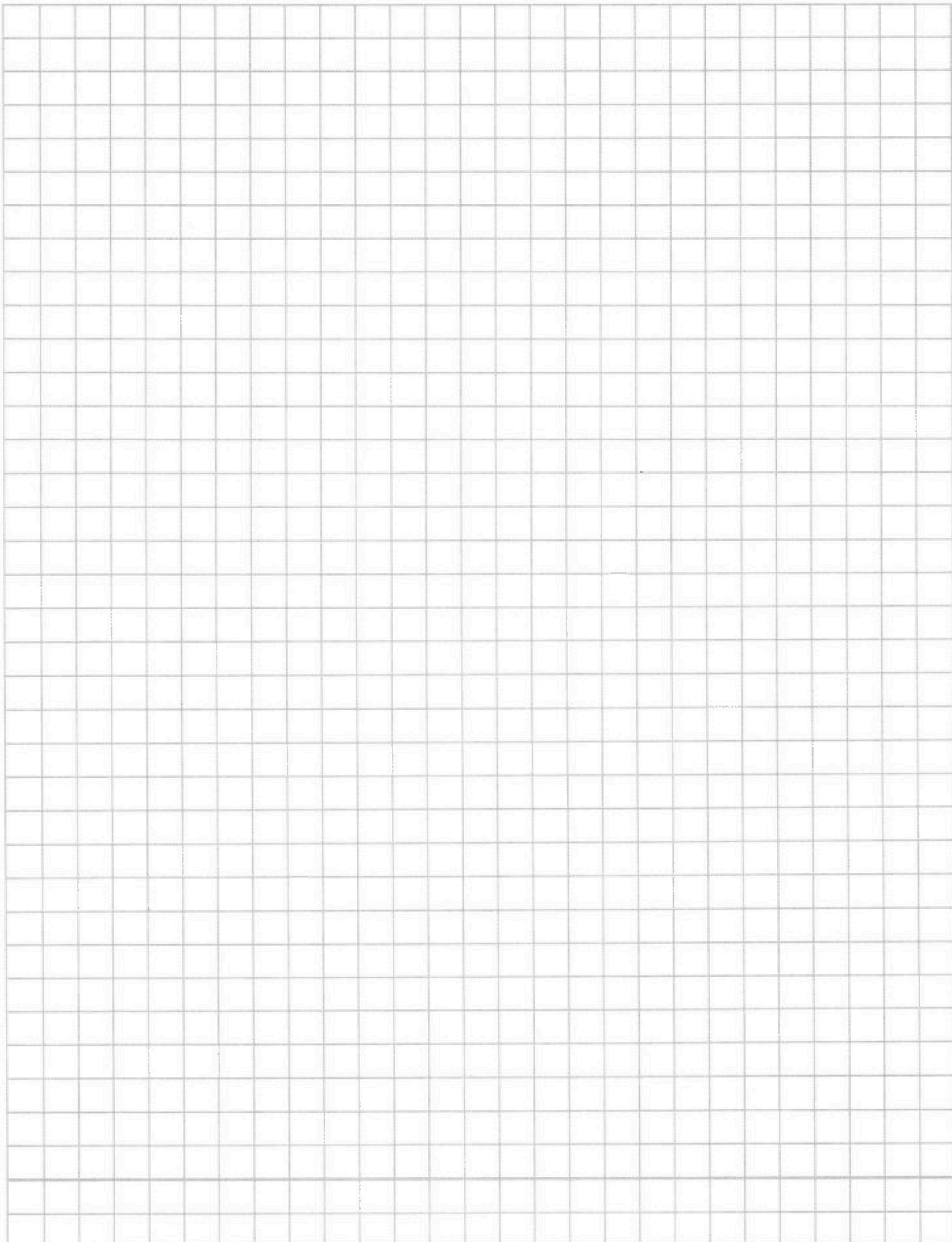


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



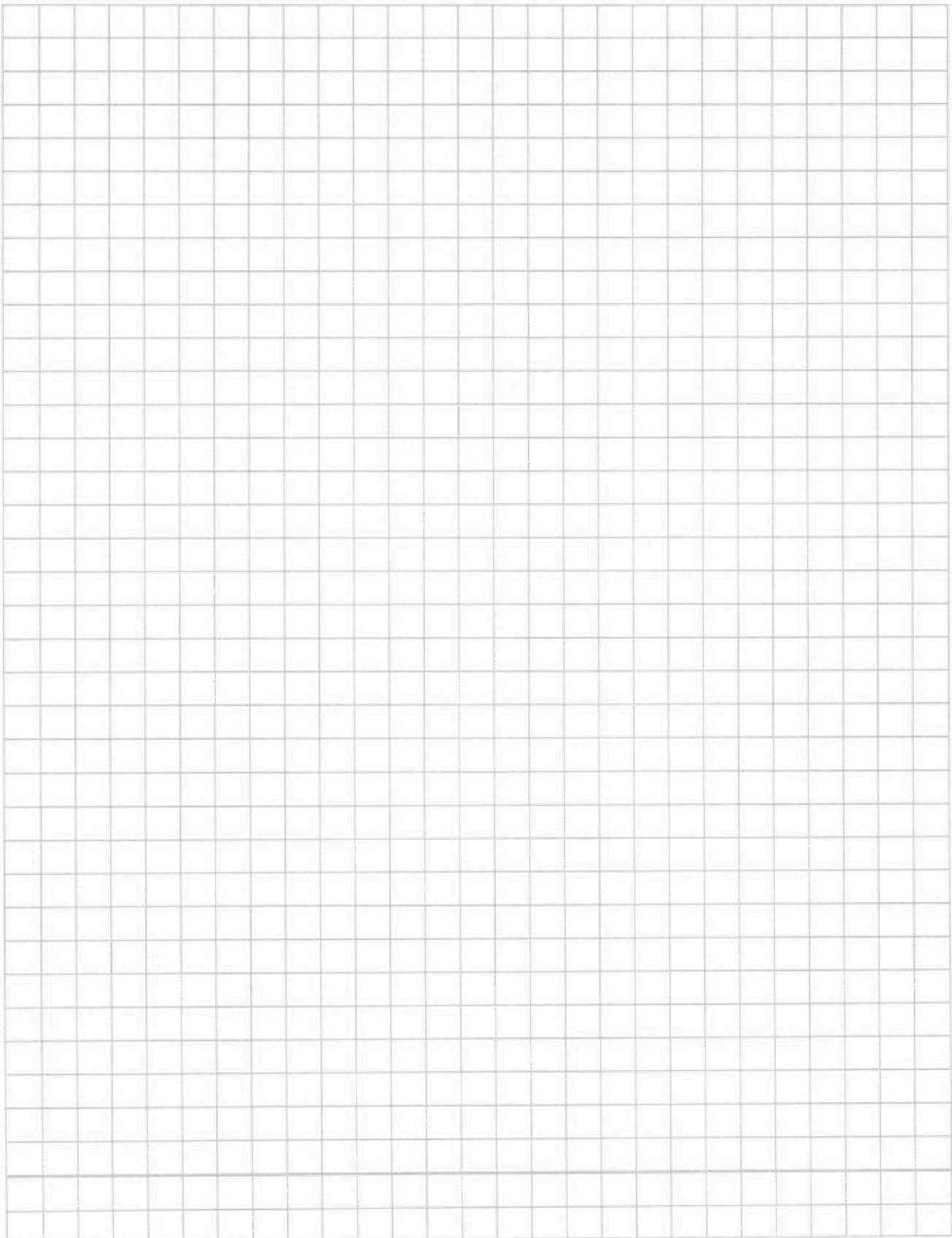


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

