



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен  $\sqrt{(25x+34)(3x+2)}$ , двенадцатый член равен  $2-x$ , а восемнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

$z=0, y=18, x = \frac{-12 \pm \sqrt{84}}{2}$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .  $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $7 : 20$ , считая от вершины  $C$ .  $\sqrt{\frac{20}{7}}$

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $500 \times 120$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).  $3 \binom{4}{3000} - \binom{2}{1500}$

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:  $u \times v \in \mathbb{Z}$

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 1000$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.

Ручка



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть  $b$  — десятый член прогрессии разности  $a, 124, \dots, ab^2$ , тогда  $14$ -ый будет равен  $ab^8$ .

$$\frac{ab^8}{a} = b^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(25x+34)(3x+2)^4}} = \frac{1}{(3x+2)^2}; \quad b^2 = \sqrt[4]{\frac{1}{(3x+2)^4}}$$

$$ab^2 = \sqrt{(25x+34)/(3x+2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{|3x+2|}} = 2-x,$$

$$\sqrt{\frac{(25x+34)(3x+2)}{|3x+2|}} = 2-x \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 3x+2 > 0 \\ \sqrt{25x+34} = 2-x \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 3x+2 < 0 \\ \sqrt{-25x-34} = 2-x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -\frac{2}{3} \\ 25x+34 \geq 0; 2-x \geq 0 \\ 25x+34 = 4+x^2-4x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -\frac{2}{3} \\ x \geq -\frac{34}{25}, 2 \geq x \\ x^2 - 29x - 30 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -\frac{2}{3} \\ 2 \geq x > -\frac{2}{3} \\ x = -1 \\ x = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 30 \end{cases}$$

$$\cancel{x = 30} \quad \emptyset$$

$$\begin{cases} 3x+2 < 0 \\ \sqrt{-25x-34} = 2-x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -\frac{2}{3} \\ -25x-34 \geq 0, 2-x \geq 0 \\ -25x-34 = 4+x^2-4x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -\frac{2}{3} \\ -\frac{34}{25} \geq x \\ x^2 + 21x + 38 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{34}{25} \geq x \\ x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$$

$$x = -2 \quad \text{или} \quad x = -19.$$

Так как десятый член  $-\sqrt{(25x+34)(3x+2)} > 0$ , то и двенадцатый член  $-2-x > 0$ , поэтому  $x \geq 30$  не подходит.

Проверка:  $x = -2$ , тогда  $b^2 = \frac{1}{2}$ ,  $a = \sqrt{(34-50)/(2-6)} = 8$ ,

$$ab^2 = 2+2 = 4 = a \cdot \frac{1}{2} = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4;$$

$$ab^8 = \sqrt{\frac{34-50}{2-6}} = \frac{1}{2}, \quad ab^8 = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{2}.$$

$x = -19$ , тогда  $b$

⊕ ответ:  $-2$  и  $-19$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$

Рассмотрим второе уравнение (Ур-ие):

$$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}, \text{ т.к. } z \geq 0, \text{ то } 400-z^2 \leq 400, \text{ а } \sqrt{400-z^2} \leq 20, \text{ решим уравнение } |y+2| + 2|y-18| \leq 20 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y \geq 18 \\ y+2+2y-36 \leq 20 \\ -2 < y < 18 \\ y+2-2y+36 \leq 20 \\ -2 \geq y \\ -y-2-2y+36 \leq 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 18 \\ 3y \leq 54 \\ -2 < y < 18 \\ -y \leq -18 \\ -2 \geq y \\ -3y \leq -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 18 \\ y \leq 18 \\ -2 < y < 18 \\ y \geq 18 \\ -2 \geq y \\ y \geq \frac{14}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \underline{y=18}$$

Подставим  $y=18$  во второе Ур-ие:

$$|18+2| + 2|18-18| = 20 = \sqrt{400-z^2}; 400 = 400-z^2; \text{ откуда } z=0.$$

Подставим  $y=18, z=0$  в первое Ур-ие:

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}, \text{ возведем в квадраты:}$$

$$x+6+3-x+49+14(\sqrt{x+6} + \sqrt{3-x}) - 2\sqrt{18-3x-x^2} = 4(18-3x-x^2)$$

$$= 2\sqrt{18-3x-x^2} - 7$$

$$58 + 28\sqrt{18-3x-x^2} - 98 - 2\sqrt{18-3x-x^2} = 4(18-3x-x^2)$$

$$24\sqrt{18-3x-x^2} - 40 = 4(18-3x-x^2) \quad | :2$$

$$\cancel{12\sqrt{18-3x-x^2}} - 20 = 2(18-3x-x^2) + 10 - 0$$

$$2(18-3x-x^2) - 13\sqrt{18-3x-x^2} + 20 = 0$$

$$(2\sqrt{18-3x-x^2} - 13)(\sqrt{18-3x-x^2} - 10) = 0$$

$$\sqrt{18-3x-x^2} = \frac{13}{2} \quad \text{или} \quad \sqrt{18-3x-x^2} = 10$$

$$4 \cdot 18 - 12x - 4x^2 = 25$$

$$18 - 3x - x^2 = 16$$

$$4x^2 + 12x - 47 = 0$$

$$x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$D = 144 + 16 \cdot 47 = 898$$

$$D = 9 + 8 = 17$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{898}}{8}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

Заметим, что условия  $x+6 \geq 0$  и  $3-x \geq 0$  сократилось так как  $18-3x-x^2 = (x+6)(3-x)$  больше нуля только если  $\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases}$

Ответ:  $z=0, y=18; \begin{cases} x = \frac{-12 \pm \sqrt{898}}{8} \\ x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Применим формулы  $\sqrt[3]{3}$ .  
 $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$   
 $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

к равенству:

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 12\cos^2 x - 6 + 3p\cos x + 12\cos x + 10 = 0$$

$$4p\cos^3 x - 3p\cos x + 12\cos^2 x + 3p\cos x + 12\cos x + 4 = 0 \quad | :4$$

$$p\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$$

$$(p-1)\cos^3 x + (1\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1) = 0$$

$$(\cos x + 1)^3 = (1-p)\cos^3 x$$

~~По формуле на  $\cos^3 x$ ,  $\cos x \neq 0$  так как  $(0+1)^3 = (1-p) \cdot 0$   
 что неверно:  $\left(\frac{\cos x + 1}{\cos x}\right)^3 = 1-p$~~

$$\cos x + 1 = \sqrt[3]{1-p} \cos x; \quad 1 = \cos x (\sqrt[3]{1-p} - 1)$$

из равенства видно, что  $\sqrt[3]{1-p} - 1 \neq 0$ ,  ~~$\sqrt[3]{1-p} - 1 \neq 0$ ,  $\sqrt[3]{1-p} - 1 \neq 0$~~

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}. \quad \text{Т.к. } -1 \leq \cos x \leq 1 \neq 0$$

$$-1 \leq \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{1-p} - 1 > 0 \\ 1 - \sqrt[3]{1-p} \leq 1 \leq \sqrt[3]{1-p} - 1 \\ \sqrt[3]{1-p} - 1 < 0 \\ 1 - \sqrt[3]{1-p} \geq 1 \geq \sqrt[3]{1-p} - 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{1-p} > 1 \\ 0 \leq \sqrt[3]{1-p} \\ 2 \leq \sqrt[3]{1-p} \\ \sqrt[3]{1-p} < 1 \\ 0 \geq \sqrt[3]{1-p} \\ 2 \geq \sqrt[3]{1-p} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq \sqrt[3]{1-p} \\ 0 \geq \sqrt[3]{1-p} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 \leq 1-p \\ 0 \geq 1-p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p \leq -7 \\ p \geq 1 \end{cases}$$

Ответ:  $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$ ;  $x = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}\right)$



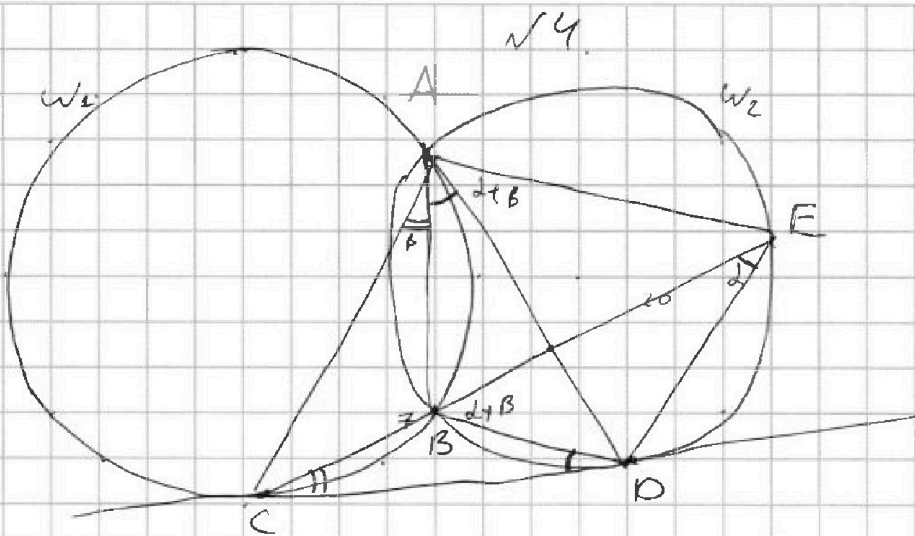
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть  $\angle BED = \alpha$ ,  $\angle BAC = \beta$ , тогда по (B-By касательной для  $\omega_1$ :  $\angle BCP = \angle BAC = \beta$ , для  $\omega_2$ :  $\angle BDC = \angle BED = \alpha$ . Тогда  $\angle EAD = \angle EBD$  (как ~~вписанные~~ вписанные)  $= \alpha + \beta$  (как внешний угол  $\triangle BCD$ ).

Получаем, что  $\angle CAD = \angle EAD$ , значит AD — биссектриса  $\angle CAE$ , тогда по свойству биссектрисы для  $\triangle ACE$ :

$$\frac{AC}{AE} = \frac{7}{20}, \quad AB = \frac{20}{7} AC \quad (1)$$

$\triangle AED$  подобен  $\triangle ADC$  по двум углам, т.к.  $\angle CAD = \angle EAD$  (уже доказано) и  $\angle AED = \angle AEB + \alpha = \angle ADB + \alpha = \angle ADC$  ( $\angle AEB$  и  $\angle ADB$  равны как вписанные).

Значит  $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD}$ ,  $AD^2 = AE \cdot AC = \frac{7}{20} AC^2$ ,  $AD = AC \sqrt{\frac{7}{20}}$  (2)

$$\text{и } \frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AC \sqrt{\frac{7}{20}}}{AC} = \sqrt{\frac{7}{20}}$$

Ответ:  $\sqrt{\frac{7}{20}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

Будем считать с помощью формулы включений — исключений. (n — кол-во клеток на доске).

Симметрия относительно центра      Как считать способы      Сколько способов

относительно центра



$n/2$  клеток

кол-во способов ~~расположиться~~ закрасить 4 клетки на левой половине доски, так как остальные 4 закрасим отразив от центра.

$$C_4^{n/2}$$

относительно вертикальной средней линии



Это также кол-во способов закрасить 4 клетки на ~~левой~~ левой половине доски. Замечай, что так как 500 и 120 — четные, никакие клетки не будут лежать на "средних линиях" или центре прямоугольника

$$C_4^{n/2}$$

относительно горизонтальной "средней линии"



$n/2$  клеток

Аналогично предыдущему случаю, но клетки красим в верхней половине

$$C_4^{n/2}$$

\* Если пронумеровать ~~столбцы~~ столбцы прямоугольника слева направо, ~~то~~ с 1 до 500, то столбцы с номерами 1-250 — левая половина, 251-500 — правая. Если пронумеровать ~~строчки~~ строчки сверху вниз с 1 до 120, то строчки 1-60 — верхняя половина, 61-120 — нижняя.

центральная и относительно вертикальной линии



$n/4$

Закрасим две клетки, которые никуда не попадают одновременно и в левую и в верхней половине, с помощью центральной отражения относительно средней линии закрасим еще 2 клетки в верхней половине, с

$$C_2^{n/4}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

центральная  
и относительно  
горизонтальной  
средней линии



С помощью центральной симметрии еще 4 в ячейке.

Аналогично, но симметрия по горизонтали, а потом по центру

$C_{1/2}^2$

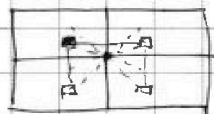
относительно  
двух средних  
линий



Аналогично, но симметрия вначале по одной средней линии, потом по другой

$C_{1/4}^2$

Все три  
симметрии



Заметим, что если клетку комбинация любых двух симметрий эквивалентна третьей, а значит предыдущие 3 случая эквивалентны этому

$3 \cdot C_{1/2}^2$

$$3 \cdot C_{1/2}^2 - \frac{3}{2} C_{1/4}^2 = 3 \binom{4}{30000} - \binom{2}{15000}$$

Ответ:  $3 \binom{4}{30000} - \binom{2}{15000}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

Рассмотрим остатки по модулю 3 у чисел  $a, b$ ;  
Будем проверять два условия:  $b-a \equiv 1 \pmod 3$  и  $a^2+b^2 \equiv 1 \pmod 3$ .

Таблица остатков по модулю 3.

a	b	b-a	a <sup>2</sup> +b <sup>2</sup>
0	0	0	0
0	1	1	1
0	2	2	2
1	0	2	1
1	1	0	2
1	2	1	0
2	0	1	1
2	1	2	2
2	2	0	0

Подходящие по 4 условиям  $a, b$ .

если  $a \equiv 0, b \equiv 1$ :  $(a-c)(b-c) \equiv -c+c^2$

если  $a \equiv 1, b \equiv 0$ :  $(a-c)(b-c) \equiv -c+c^2$

если  $a \equiv 2, b \equiv 0$ :  $(a-c)(b-c) \equiv -2c+c^2$

~~если  $c \equiv 2$~~

С другой стороны  $(a-c)(b-c) = p^2$  из условия,

Пусть  $p \neq 3$ : тогда  $p^2 \equiv 1 \pmod 3$  (т.к.  $1^2 \equiv 1$  и  $2^2 \equiv 1$ ),

значит  $-c+c^2 \equiv 1$  или  $-2c+c^2 \equiv 1$

таблица остатков по модулю 3

c	-c+c <sup>2</sup>
0	0
1	0
2	2

значит

таблица остатков по модулю 3

c	-2c+c <sup>2</sup>
0	0
1	2
2	0

$\neq 1$

Видно, что при  $p \neq 3$  нет подходящих  $(a, b, c)$ .

$p=3$ , тогда  $(a-c)(b-c)=9$ , т.к.  $a, b, c$  - целые, то

~~$(a-c)(b-c)=9$~~

$a-c=9$   
 $b-c=1$   
 $a-c=3$   
 $b-c=3$   
 $a-c=9$   
 $b$

$(a-c)(b-c)=9 \Rightarrow \begin{cases} b-c=9 \\ a-c=1 \\ b-c=-1 \\ a-c=-9 \end{cases} \Leftrightarrow$

(\*) - учитывать, что из условия  $a \leq b$ , а значит  $a-c \leq b-c$

$\Leftrightarrow \begin{cases} c=b-9 & (1) \\ c=a-1 & \text{или} \\ c=b+1 & (2) \\ c=a+9 & (2) \end{cases}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1): \begin{cases} c = b - 9 \\ c = a - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = b - 9 \\ a - 5 = b - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = b - 9 \\ b = a + 4 \end{cases}$$

Подставляем  $(b = a + 4)$  в  $a^2 + b = 1000$ :  $a^2 + a - 992 = 0$ ,

$$\text{но тогда } a = \frac{-1 \pm \sqrt{4 \cdot 993}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{993}}{2} - \text{не целое число}$$

Этот случай не подходит.

$$(2): \begin{cases} c = b + 1 \\ c = a + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = b + 1 \\ b + 4 = a + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = b + 1 \\ b = a + 5 \end{cases}$$

Аналогично подставив для  $b = a + 5$  в условие  $a^2 + b = 1000$ , получим, что ~~этот случай~~

$$a = \frac{-1 \pm \sqrt{993}}{2} - \text{случай не подходит}$$

Значит, таких  $(a, b, c)$  нет.

Ответ: таких троек нет



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_0 b^{10} = \sqrt{(25x+34)/(3x+2)}$       $a_0 b^{10} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^2}}$       $a_0 b^{10} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^2}}$

$a_0 b^{10} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$       $b^8 = \frac{1}{(3x+2)^2}$       $b^4 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$       $b^2 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$

$3x+2 \neq 0$   
 $25x+34 \neq 0$

$a_0 b^{12} = \frac{a_0}{(3x+2)^3} =$       $a_0 b^{12} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^2}}$       $a_0 b^{12} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^2}}$

$a_{10} = \sqrt{(25x+34)/(3x+2)}$ ,  $a_0 b^2 = 2-x$ ,  $a_{10} b^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{3x+2}}$

$b^8 = \frac{1}{(3x+2)^2}$ ,  $b^2 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$

$a_{10} b^2 = \sqrt{|25x+34|} = 2-x$

$25x+34 = 4 + x^2 - 4x$ ,  $x^2 - 29x - 30 = 0$ ,  $(x+1)(x-30) = 0$

$-25x - 34 = 4 + x^2 - 4x$ ,  $x^2 + 21x + 38 = 0$ ,  $(x+2)(x+19) = 0$

$25x+34=0$ ,  $x = -\frac{34}{25}$

$3x+2=0$ ,  $x = -\frac{2}{3}$

$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p-4) \cos x + 10 = 0$

$\cos 3x = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x = \cos^2 x \cdot \cos x - \sin^2 x \cdot \cos x -$   
 $-(\sin x \cdot \cos x) \cdot 2 \sin x = \cos^3 x - \sin^2 x \cdot \cos x - 2 \sin^2 x \cdot \cos x =$   
 $= \cos x (\cos^3 x - 3 \sin^2 x) = \cos x (\cos^3 x - 3 + 3 \cos^2 x) =$   
 $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$       $= \cos x (4 \cos^2 x - 3)$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1$

$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 12 \cos^2 x - 6 + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$

$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 4x \cos x + 4 = 0$

$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$

$(\cos x + 1)^3 = (1-p) \cos^3 x$       $(x+1)^3 = (2-p)y^3$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2 - \sqrt{y-3x-x^2+z} \quad t^2 - 6t + 10 = 0$$

$$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \quad D = 36-40$$

$$x+6 \geq 0 \quad 3 \geq x \geq -6 \quad -x \leq 6 = 7-7-7z-18-3x-x^2 \geq 0 \quad (6+x)(3-x) \geq 0$$

$$20-14z = 3-x \geq 0 \quad 3 \geq x$$

$$\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 400-z^2 \geq 0 \\ 3-x-2z \geq 0 \\ y-3x-x^2+z \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 23 \geq x \geq -6 \\ 20 \geq z \geq -20 \\ 3-x \geq 2z \\ 4.5 \geq z \end{cases} \quad \begin{cases} -x \leq 6 \\ 3-x \geq 2z \\ 23 \geq x \end{cases}$$

$$y+2 \geq 0 \quad 4.5 \geq z \geq -20 \quad -3y \leq 20 \quad 3x+4 \leq 0 \quad 18$$

$$x=3 \quad -y-2-2y+38 = \sqrt{\dots} \quad y+2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$-3y+37 \leq 20 \quad -y+38 = \sqrt{400-z^2}$$

$$3+7=2 \cdot 0 \quad 10 \leq 3y \quad -y+38 \leq 20 \quad 18 = y$$

$$x=-6 \quad 6 \leq y \quad 18 = y$$

$$0-3+7 = y = 2 \quad y=18$$

$$2x-36+y+2 = \sqrt{400-z^2}$$

$$3x-3y = \sqrt{400-z^2}$$

$$9y^2 - 204y + 1156 = 400 - z^2$$

$$85y \leq 18 \quad y=18$$

$$3y-3y \leq 20 \quad 3y \leq 54 \quad y \leq 18$$

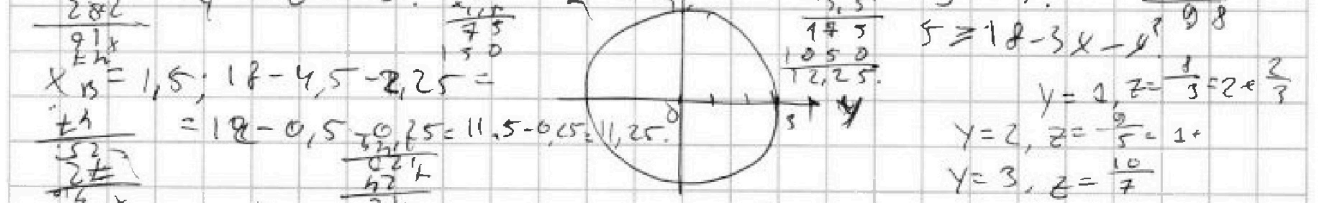
$$x+6+3-x-x\sqrt{18-3x-x^2} = y \cdot 18 - x^2 - 4x^2 - \sqrt{18-3x-x^2} + 494020$$

$$2x^2 + 6x + 6\sqrt{18-3x-x^2} - 56 = 0$$

$$x^2 + 3x + 3\sqrt{18-3x-x^2} - 28 = 0$$

$$y+z+7 = 2yz \quad y-z+7 = 2yz$$

$$\frac{y+7}{2y+1} = \frac{\sqrt{x+6}+7}{2\sqrt{x+6}+1} = \sqrt{3-x} \quad y = \frac{18.5}{5}$$



$$x+6+3-x+49 + 14(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x}) - 2\sqrt{18-3x-x^2} = 4(18-3x-x^2)$$

$$26\sqrt{18-3x-x^2} + 9 - 58 = 4(18-3x-x^2)$$

$$8+6 \quad 6 = 0.6 \cdot 6 - 69 \quad 6 = 0.91 - 6.91 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ 1 \_  
ИЗ  
\_ 1 \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical solution on grid paper. The page contains several diagrams and calculations related to geometry, likely involving circles and triangles.

At the top left, a QR code is present.

The main part of the page is filled with handwritten notes and diagrams. The diagrams include circles, lines, and points labeled with letters (A, B, C, D, E, O). Some diagrams show triangles and circles intersecting. The calculations involve algebraic expressions and trigonometric functions.

Key equations and notes include:

- $x = \frac{-12 \pm \sqrt{896}}{8}$
- $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$
- $b^2 = \sqrt{3x+8}$
- $\sqrt{25x+34} = 2-x$
- $x = -2$
- $2-x = 4$
- $34-50 = -16$
- $2-x = 4$
- $16 = 4^2$
- $10, 12, 14, 16, 18$  (vertical list of numbers)
- $180^\circ - 2\alpha - \beta$
- $180^\circ - 100^\circ + 2\alpha + \beta - 180^\circ + \alpha = 2\alpha + \beta - 100^\circ$
- $20x = \frac{a}{7x}$
- $140x^2 = a^2$
- $a = x\sqrt{140}$
- $\frac{DB}{CB} = \frac{a}{7x} = \frac{\sqrt{140}}{7}$
- $\frac{AC}{AE} = \frac{1}{20}$
- $\frac{AO}{CO} = \frac{CO}{CB}$
- $CO = 7, OE = 20$
- $CB \cdot 7 = 27 = CO^2$
- $AO = BO$
- $OD = 20$
- $\frac{AC}{AE} = \frac{1}{20}$

There are also some smaller diagrams and calculations at the bottom, including a triangle with sides 7x, a, and 1, and another triangle with sides 20x, a, and 9.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ \_ ИЗ \_ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper. The page contains several diagrams of geometric shapes (rectangles, triangles, trapezoids) and extensive algebraic calculations. The work includes:

- Diagrams of rectangles and trapezoids with various dimensions and labels.
- Algebraic equations and systems of equations, such as  $(1-0.52 \cdot 0.9) \cdot 0.52 \cdot 0.9K$  and  $60 \cdot 500 \cdot 2 / (60 \cdot 500 \cdot 2)$ .
- Matrix operations and determinants, including a matrix  $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -2c+c^2 \end{pmatrix}$ .
- Trigonometric calculations, such as  $ab \cdot \sin A = 6$  and  $ab \cdot \sin B = 5$ .
- Geometric diagrams showing triangles and trapezoids with side lengths  $a$ ,  $b$ , and  $c$ .
- Vertical calculations on the left side, including  $44 \cdot 23$  and  $25 \cdot 30 \cdot 89$ .