



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x+34)(3x+2)}$, двенадцатый член равен $2-x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$.

$-2 \quad -19$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

$z=0, y=18, x = \frac{-12 \pm \sqrt{84}}{2}$
 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p . $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C . $\sqrt{\frac{20}{7}}$

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты). $3 \binom{4}{3000} - \binom{2}{1500}$

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что: $u \times v \in \mathbb{Z}$

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.

Ручка



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть b — десятый член прогрессии разности $a, 124, \dots, ab^2$, тогда 14 -ый будет равен ab^8 .

$$\frac{ab^8}{a} = b^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(25x+34)(3x+2)^4}} = \frac{1}{(3x+2)^2}; \quad b^2 = \sqrt[4]{\frac{1}{(3x+2)^2}}$$

$$ab^2 = \sqrt{(25x+34)/(3x+2)} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{(3x+2)^2}} = 2-x,$$

$$\sqrt{\frac{(25x+34)(3x+2)}{(3x+2)^3}} = 2-x \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 3x+2 > 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{25x+34} = 2-x$$

$$\begin{cases} x > -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 25x+34 \geq 0; 2-x \geq 0 \end{cases}$$

$$25x+34 = 4+x^2-4x$$

$$\begin{cases} x > -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -\frac{34}{25}, 2 \geq x \end{cases}$$

$$x^2 - 20x - 30 = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 30 \end{cases} \quad 2 \geq x > -\frac{2}{3}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 30 \end{cases}$$

$$\cancel{x = 30} \quad \emptyset$$

или

$$\begin{cases} 3x+2 < 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{-25x-34} = 2-x$$

$$\begin{cases} x < -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -25x-34 \geq 0; 2-x \geq 0 \end{cases}$$

$$-25x-34 = 4+x^2-4x$$

$$\begin{cases} x < -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{34}{25} \geq x, \end{cases}$$

$$x^2 + 21x + 38 = 0$$

$$\begin{cases} -\frac{34}{25} \geq x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$$

$$x = -2 \quad \text{или} \quad x = -19.$$

Так как десятый член $-\sqrt{(25x+34)(3x+2)} > 0$, то и двенадцатый член $-2-x > 0$, поэтому $x \geq 30$ не подходит.

Проверка: $x = -2$, тогда $b^2 = \frac{1}{2}$, $a = \sqrt{(34-50)/(2-6)} = 8$,

$$ab^2 = 2+2 = 4 = a \cdot \frac{1}{2} = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4;$$

$$ab^8 = \sqrt{\frac{34-50}{2-6}} = \frac{1}{2}, \quad ab^8 = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{2}.$$

$x = -19$, тогда b

⊕ ответ: -2 и -19



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$

Рассмотрим второе уравнение (Ур-ие):

$$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}, \text{ т.к. } z \geq 0, \text{ то } 400-z^2 \leq 400, \text{ а } \sqrt{400-z^2} \leq 20, \text{ решим уравнение } |y+2| + 2|y-18| \leq 20 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y \geq 18 \\ y+2+2y-36 \leq 20 \\ -2 < y < 18 \\ y+2-2y+36 \leq 20 \\ -2 \geq y \\ -y-2-2y+36 \leq 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 18 \\ 3y \leq 54 \\ -2 < y < 18 \\ -y \leq -18 \\ -2 \geq y \\ -3y \leq -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 18 \\ y \leq 18 \\ -2 < y < 18 \\ y \geq 18 \\ -2 \geq y \\ y \geq \frac{14}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \underline{y=18}$$

Подставим $y=18$ во второе Ур-ие:

$$|18+2| + 2|18-18| = 20 = \sqrt{400-z^2}; 400 = 400-z^2; \text{ откуда } z=0.$$

Подставим $y=18, z=0$ в первое Ур-ие:

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}, \text{ возведем в квадраты, } x+6+3-x+49+14(\sqrt{x+6}+\sqrt{3-x})-2\sqrt{18-3x-x^2} = 4(18-3x-x^2)$$

$$58 + 28\sqrt{18-3x-x^2} - 98 - 2\sqrt{18-3x-x^2} = 4(18-3x-x^2)$$

$$24\sqrt{18-3x-x^2} - 40 = 4(18-3x-x^2) \quad | :2$$

$$\cancel{12\sqrt{18-3x-x^2}} - 20 = 2(18-3x-x^2) + 10 - 10$$

$$2(18-3x-x^2) - 13\sqrt{18-3x-x^2} + 20 = 0$$

$$(2\sqrt{18-3x-x^2} - 13)(\sqrt{18-3x-x^2} - 10) = 0$$

$$\sqrt{18-3x-x^2} = \frac{13}{2} \quad \text{или} \quad \sqrt{18-3x-x^2} = 10$$

$$4 \cdot 18 - 12x - 4x^2 = 25 \quad 18 - 3x - x^2 = 16$$

$$4x^2 + 12x - 47 = 0 \quad x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$D = 144 + 16 \cdot 47 = 898 \quad D = 9 + 8 = 17$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{898}}{8} \quad x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

Заметим, что условия $x+6 \geq 0$ и $3-x \geq 0$ сократилось, так как $18-3x-x^2 = (x+6)(3-x)$ больше нуля только если $\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases}$

Ответ: $z=0, y=18; \begin{cases} x = \frac{-12 \pm \sqrt{898}}{8} \\ x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Применим формулы $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$
 $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

к равенству:

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 12\cos^2 x - 6 + 3p\cos x + 12\cos x + 10 = 0$$

$$4p\cos^3 x - 3p\cos x + 12\cos^2 x + 3p\cos x + 12\cos x + 4 = 0 \quad | :4$$

$$p\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$$

$$(p-1)\cos^3 x + (1\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1) = 0$$

$$(\cos x + 1)^3 = (1-p)\cos^3 x$$

~~По формуле на $\cos^3 x$, $\cos x \neq 0$ так как $(0+1)^3 = (1-p) \cdot 0$
 что неверно: $\left(\frac{\cos x + 1}{\cos x}\right)^3 = 1-p$~~

$$\cos x + 1 = \sqrt[3]{1-p} \cos x; \quad 1 = \cos x (\sqrt[3]{1-p} - 1)$$

из равенства видно, что $\sqrt[3]{1-p} - 1 \neq 0$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}. \quad \text{Т.к. } -1 \leq \cos x \leq 1 \neq 0$$

$$-1 \leq \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{1-p} - 1 > 0 \\ 1 - \sqrt[3]{1-p} \leq 1 \leq \sqrt[3]{1-p} - 1 \\ \sqrt[3]{1-p} - 1 < 0 \\ 1 - \sqrt[3]{1-p} \geq 1 \geq \sqrt[3]{1-p} - 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{1-p} > 1 \\ 0 \leq \sqrt[3]{1-p} \\ 2 \leq \sqrt[3]{1-p} \\ \sqrt[3]{1-p} < 1 \\ 0 \geq \sqrt[3]{1-p} \\ 2 \geq \sqrt[3]{1-p} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq \sqrt[3]{1-p} \\ 0 \geq \sqrt[3]{1-p} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 \leq 1-p \\ 0 \geq 1-p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p \leq -7 \\ p \geq 1 \end{cases}$$

Ответ: $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$; $x = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}\right)$

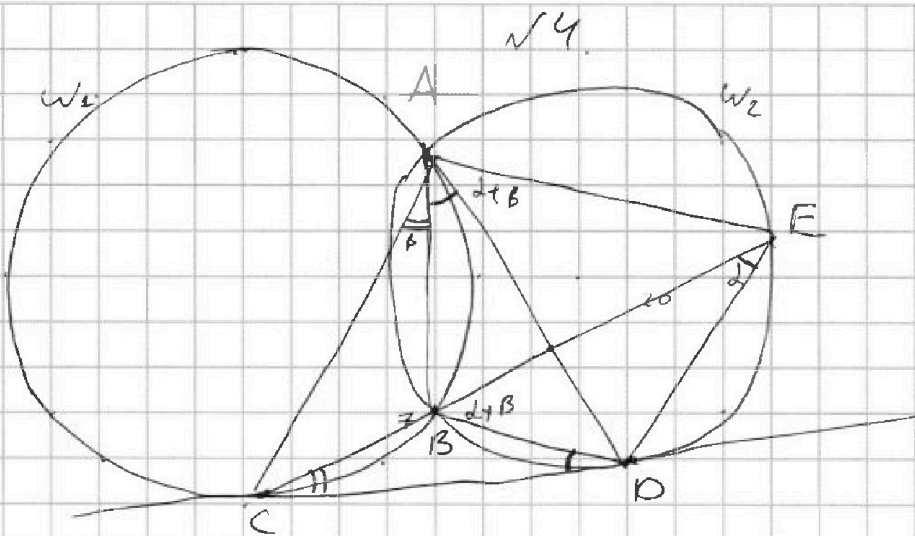
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $\angle BED = \alpha$, $\angle BAC = \beta$, тогда по (B-By касательной для W_1 : $\angle BCP = \angle BAC = \beta$, для W_2 : $\angle BDC = \angle BED = \alpha$. Тогда $\angle EAD = \angle EBD$ (как ~~вписанные~~ вписанные) $= \alpha + \beta$ (как внешний угол $\triangle BCD$).

Получаем, что $\angle CAD = \angle EAD$, значит AD — биссектриса $\angle CAE$, тогда по свойству биссектрисы для $\triangle ACE$:

$$\frac{AC}{AE} = \frac{7}{20}, \quad AB = \frac{20}{7} AC \quad (1)$$

$\triangle AED$ подобен $\triangle ADC$ по двум углам, т.к. $\angle CAD = \angle EAD$ (уже доказано) и $\angle AED = \angle AEB + \alpha = \angle ADB + \alpha = \angle ADC$ ($\angle AEB$ и $\angle ADB$ равны как вписанные).

Значит $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD}$, $AD^2 = AE \cdot AC = \frac{20}{7} AC^2$, $AD = AC \sqrt{\frac{20}{7}} \quad (2)$

и $\frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AC \sqrt{\frac{20}{7}}}{AC} = \sqrt{\frac{20}{7}}$.

Ответ: $\sqrt{\frac{20}{7}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

Будем считать с помощью формулы включений — исключений. (n — кол-во клеток на доске).

Симметрия как считать способы сколько способов

относительно центра



$n/2$ клеток

кол-во способов ~~расположиться~~ закрасить 4 клетки на левой половине доски, так как остальные 4 закрасим отразив от центра.

$$C_4^{n/2}$$

относительно вертикальной средней линии



Это также кол-во способов закрасить 4 клетки на ~~левой~~ правой половине доски.

$$C_4^{n/2}$$

Заметим, что так как 500 и 120 — четные, никакие клетки не будут лежать на "средних" линиях или центре прямоугольника

относительно горизонтальной "средней линии"



$n/2$ клеток

Аналогично предыдущему случаю, но клетки красим в верхней половине

$$C_4^{n/2}$$

* Если пронумеровать ~~столбцы~~ столбцы прямоугольника слева направо, ~~то~~ с 1 до 500, то столбцы с номерами 1-250 — левая половина, 251-500 — правая. Если пронумеровать ~~строчки~~ строчки сверху вниз с 1 до 120, то строчки 1-60 — верхняя половина, 61-120 — нижняя.

центральная и относительно вертикальной линии



$n/4$

Закрасим две клетки, которые никуда не попадают одновременно и в левую и в верхней половине, с помощью центральной отражения относительно средней линии закрасим еще 2 клетки в верхней половине, с

$$C_2^{n/4}$$

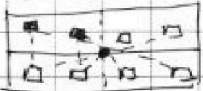




На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

<p>центральная и относительно горизонтальной средней линии</p> 	<p>С помощью центральной симметрии еще 4 в ячейке.</p> <p>Аналогично, но симметрия по горизонтали, а потом по центру</p>	<p>$C_{1/4}^2$</p>
<p>относительно двух средних линий</p> 	<p>Аналогично, но симметрия вначале по одной средней линии, потом по другой</p>	<p>$C_{1/4}^2$</p>
<p>Все три симметрии</p> 	<p>Заметим, что если клетку комбинация любых двух симметрий эквивалентна третьей, а значит предыдущие 3 случая эквивалентны этому</p>	<p>$3 \cdot C_{1/4}^2$</p>

$$3 \cdot C_{1/4}^2 - \frac{3}{2} C_{1/4}^2 = 3 C_{30000}^4 - C_{15000}^2$$

Ответ: $3 C_{30000}^4 - C_{15000}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

Рассмотрим остатки по модулю 3 у чисел a, b ;
Будем проверять два условия: $b-a \equiv 1 \pmod 3$ и $a^2+b^2 \equiv 1 \pmod 3$.

Таблица остатков по модулю 3.

a	b	b-a	a ² +b ²
0	0	0	0
0	1	1	1
0	2	2	2
1	0	2	1
1	1	0	2
1	2	1	0
2	0	1	1
2	1	2	2
2	2	0	0

Подходящие по 4 условиям a, b .

если $a \equiv 0, b \equiv 1: (a-c)(b-c) \equiv -c+c^2$

если $a \equiv 1, b \equiv 0: (a-c)(b-c) \equiv -c+c^2$

если $a \equiv 2, b \equiv 0: (a-c)(b-c) \equiv -2c+c^2$

~~если $c \equiv 2$~~

С другой стороны $(a-c)(b-c) = p^2$ из условия,

Пусть $p \neq 3$: тогда $p^2 \equiv 1 \pmod 3$ (т.к. $1^2 \equiv 1$ и $2^2 \equiv 1$),

значит $-c+c^2 \equiv 1$ или $-2c+c^2 \equiv 1$

таблица остатков по модулю 3

c	-c+c ²
0	0
1	0
2	2

значит

таблица остатков по модулю 3

c	-2c+c ²
0	0
1	2
2	0

Видно, что при $p \neq 3$ нет подходящих (a, b, c) .

$p=3$, тогда $(a-c)(b-c)=9$, т.к. a, b, c - целые, то

~~$(a-c)(b-c)=9$~~

$(a-c)(b-c)=9 \Rightarrow \begin{cases} a-c=9 \\ b-c=1 \\ a-c=3 \\ b-c=3 \\ a-c=1 \\ b-c=9 \end{cases}$

$(a-c)(b-c)=9 \Rightarrow \begin{cases} b-c=9 \\ a-c=1 \\ b-c=-1 \\ a-c=-9 \end{cases} \Leftrightarrow$

(*) - учитывать, что из условия $a \leq b$, а значит $a-c \leq b-c$

$\Leftrightarrow \begin{cases} c=b-9 & (1) \\ c=a-1 & \text{или} \\ c=b+1 & (2) \\ c=a+9 & (2) \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1): \begin{cases} c = b - 9 \\ c = a - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = b - 9 \\ a - 5 = b - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = b - 9 \\ b = a + 4 \end{cases}$$

Подставляем $(b = a + 4)$ в $a^2 + b = 1000$: $a^2 + a - 992 = 0$

$$\text{Но тогда } a = \frac{-1 \pm \sqrt{4 \cdot 993}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{993}}{2} - \text{не целое число}$$

Этот случай не подходит.

$$(2): \begin{cases} c = b + 1 \\ c = a + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = b + 1 \\ b + 4 = a + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = b + 1 \\ b = a + 5 \end{cases}$$

Аналогично подставив для $b = a + 5$ в условие $a^2 + b = 1000$, получим, что ~~этот случай~~

$$a = \frac{-1 \pm \sqrt{993}}{2} - \text{случай не подходит}$$

Значит, таких (a, b, c) нет.

Ответ: таких троек нет

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_0 b^{10} = \sqrt{(25x+34)/(3x+2)}$ $a_0 b^{10} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^2}}$ $a_0 b^{10} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^2}}$

$a_0 b^{10} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$ $b^8 = \frac{1}{(3x+2)^2}$ $b^4 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$ $b^2 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$

$3x+2 \neq 0$
 $25x+34 \neq 0$

$a_0 b^{12} = \frac{a_0}{(3x+2)^3} =$ $a_0 b^{12} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^2}}$ $a_0 b^{12} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^2}}$

$a_{10} = \sqrt{(25x+34)/(3x+2)}$, $a_0 b^2 = 2-x$ $a_{10} b^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{3x+2}}$

$b^8 = \frac{1}{(3x+2)^2}$, $b^2 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$

$a_{10} b^2 = \sqrt{|25x+34|} = 2-x$

$25x+34 = 4 + x^2 - 4x$, $x^2 - 29x - 30 = 0$ $(x+1)(x-30) = 0$

$-25x - 34 = 4 + x^2 - 4x$, $x^2 + 21x + 38 = 0$ $(x+2)(x+19) = 0$

$25x+34=0$, $x = -\frac{34}{25}$

$3x+2=0$, $x = -\frac{2}{3}$

$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p-4) \cos x + 10 = 0$

$\cos 3x = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x = \cos^2 x \cdot \cos x - \sin^2 x \cdot \cos x -$
 $-(\sin x \cdot \cos x) \cdot 2 \sin x = \cos^3 x - \sin^2 x \cdot \cos x - 2 \sin^2 x \cdot \cos x =$
 $= \cos x (\cos^2 x - 3 \sin^2 x) = \cos x (\cos^2 x - 3 + 3 \cos^2 x) =$
 $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ $= \cos x (4 \cos^2 x - 3)$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1$

$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 12 \cos^2 x - 6 + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$

$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 4x \cos x + 4 = 0$

$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$

$(\cos x + 1)^3 = (1-p) \cos^3 x$ $(x+1)^3 = (2-p)y^3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2 - \sqrt{y-3x-x^2+z} \quad t^2 - 6t + 10 = 0$$

$$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \quad D = 36-40$$

$$x+6 \geq 0 \quad 3 \geq x \geq -6 \quad -x \leq 6 = 7-7-7z-18-3x-x^2 \geq 0 \quad (6+x)(3-x) \geq 0$$

$$20-14z = 3-x \geq 0 \quad 3 \geq x$$

$$\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 400-z^2 \geq 0 \\ 3-x-2z \geq 0 \\ y-3x-x^2+z \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 23 \geq x \geq -6 \\ 20 \geq z \geq -20 \\ 3-x \geq 2z \\ 4.5 \geq z \end{cases}$$

$$y+2 \geq 0 \quad 3x+3y \leq 20 \quad 18 \leq y$$

$$x=3 \quad -y-2-2y+38 = \sqrt{\dots} \quad y+2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$-3y+37 \leq 20 \quad -y+38 = \sqrt{400-z^2}$$

$$3+7=2 \cdot 0 \quad 10 \leq 3y \quad -y+38 \leq 20$$

$$x=-6 \quad 6 \leq y \quad 18 = y$$

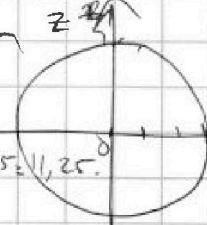
$$0-3+7=y=2 \quad y=18$$

$$2x^2 + 6x + 6\sqrt{18-3x-x^2} - 56 = 0$$

$$x^2 + 3x + 3\sqrt{18-3x-x^2} - 28 = 0$$

$$y+z=7 \quad y-z+7=2yz$$

$$y+7 = \frac{\sqrt{x+6}+7}{2\sqrt{x+6}+1} = \sqrt{3-x} \quad y = \frac{18.5}{5}$$

$$y^2 + z^2 = 9$$


$$x+6+3-x+49 + 14(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x}) - 2\sqrt{18-3x-x^2} = 4(18-3x-x^2)$$

$$26\sqrt{18-3x-x^2} + 9 - 58 = 4(18-3x-x^2)$$

$$8+6 \cdot \frac{3}{6} = 0.6 \cdot 6 - 69 \quad \frac{10}{11} = \frac{6}{6+51} = 9 \quad 6 = 0.91 - 6.91 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solution on grid paper for a geometry problem involving circles and triangles.

Equations and Calculations:

- $x = \frac{-12 \pm \sqrt{896}}{8}$
- $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$
- $3 - \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \geq 0$
- $0 = -3 \pm \sqrt{17}$
- $9 \geq \pm \sqrt{17}$
- $b^2 = \sqrt{3x+8}$
- $\sqrt{25x+34} = 2-x$
- $x = -2$
- $2-x = 4$
- $x = 19$
- $2 = 2$
- $CO = 7, OE = 20$
- $CB \cdot CE = CD^2$
- $\frac{AC}{AE} = \frac{1}{20}$
- $\frac{DR}{CR} = \frac{a}{7x} = \frac{\sqrt{140}}{7}$

Geometric Diagrams:

- A large circle with center O and radius 20. Points A, B, C, D, E are on the circumference.
- Triangle ABC with angle C = $180^\circ - 2\alpha - \beta$.
- Triangle ACD with angle C = $180^\circ - \alpha - \beta$.
- Triangle BDE with angle B = β .
- Triangle CDE with angle C = $180^\circ - 2\alpha - \beta$.
- Triangle ADE with angle A = $180^\circ - \alpha - \beta$.
- Triangle AOB with angle O = 2α .
- Triangle COE with angle C = 2α .
- Triangle DOE with angle D = 2α .

Other Notes:

- Vertical text on the left: $x = -2; (34-50)/(2-6) = 16 \cdot 4 = 8$
- Vertical text on the right: $x = -2; 4 - 4 = 0$
- Vertical text at the bottom left: $2-x = 4$
- Vertical text at the bottom right: $140x^2 = 9^2$

