



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$, девятый член равен $x + 3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Обозначим за b_i - i -ый член геометрической прогрессии, q - её знаменатель

$$\left(\frac{b_9}{b_7}\right)^3 = \left(\frac{b_1 \cdot q^8}{b_1 \cdot q^6}\right)^3 = q^6 \quad (q \neq 0 \text{ и } b_1 \neq 0) \rightarrow \text{имеем все } b_i = 0 \text{ (или, например, } b_1 \text{, и } b_7 \text{ и } b_9 \text{ не могут быть нулевыми } = 0)$$

С другой стороны $\frac{b_{15}}{b_9} = \frac{b_1 \cdot q^{14}}{b_1 \cdot q^8} = q^6$

$$\Rightarrow \text{Имеем } \frac{b_9^3}{b_7^3} = \frac{b_{15}}{b_9} \Leftrightarrow \frac{(x+3)^3}{\sqrt{(25x-9)^3} \cdot \sqrt{(x-6)^3}} = \frac{\sqrt{25x-9}}{\sqrt{(x-6)^3} \cdot (x+3)}$$

$$(x+3)^4 = \sqrt{(25x-9)^4} = (25x-9)^2$$

~~Или, $x \neq 6$ но $x \neq -3$~~

$$\frac{(x+3)^3}{\sqrt{(25x-9)^3(x-6)^3}} = \frac{\sqrt{25x-9}}{(x-6)^3} \cdot \frac{1}{x+3} \Leftrightarrow (x+3)^4 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \cdot \sqrt{(25x-9)^3(x-6)^3}$$

$$= \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3} \cdot (25x-9)^3(x-6)^3} = \sqrt{(25x-9)^4} = (25x-9)^2$$

$$\Rightarrow \text{Имеем } (x+3)^4 = (25x-9)^2 \Leftrightarrow \left((x+3)^2 - (25x-9)\right) \left((x+3)^2 + (25x-9)\right) = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 - 19x + 18)(x^2 + 31x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 & \text{не корень, иначе } b_{15} \text{ не определён} \\ x = 18 \\ x = 0 \\ x = -31 & \text{не корень, иначе } b_{15} \text{ не определён} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пл-кел:

~~$x=0: \begin{cases} b_7 = \sqrt{54} \\ b_9 = 3 \\ b_{15} = \sqrt{\frac{1}{24}} \end{cases} \left. \begin{array}{l} q^2 = \frac{3}{\sqrt{54}} \\ \rightarrow q = \frac{27}{54\sqrt{54}} = \frac{1}{2\sqrt{54}} \end{array} \right\} \Rightarrow x=0 \text{ н.к.}$~~

~~$x=18: b_7 = \sqrt{(25-18-9)(18-6)} = 6$~~

~~Пл-кел при $x=0, 18, -31$ b_7, b_9, b_{15} определены и для них верно:~~

~~$\frac{b_9^3}{b_7^3} = \frac{b_{15}}{b_9}$, но они являются наименьшим или промежуточным~~

Ответ: $x = 0, 18, -31$

$x=0$ н.к., н.к. $\begin{cases} b_7 = \sqrt{54} \\ b_9 = 3 \\ b_{15} = \sqrt{\frac{1}{24}} \end{cases}$ — все промежуточные значения $q^2 = \frac{3}{\sqrt{54}}$

$x=-31$ не н.к., меньше $\frac{b_9}{b_7} < 0 \Rightarrow q^2 < 0$ — н.к.

$x=18: \begin{cases} b_7 = \sqrt{(25-18-9)(18)} = 3 \cdot 2\sqrt{49 \cdot 3} = 42\sqrt{3} \\ b_9 = 21 \\ b_{15} = \sqrt{\frac{25-18-9}{12^3}} = \frac{3\sqrt{49}}{\sqrt{4^3 \cdot 3^3}} = \frac{3 \cdot 7}{8 \cdot 3\sqrt{3}} = \frac{7}{8\sqrt{3}} \end{cases}$

— все н.к. $q^2 = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

\Rightarrow Ответ: $x = 0, 18$



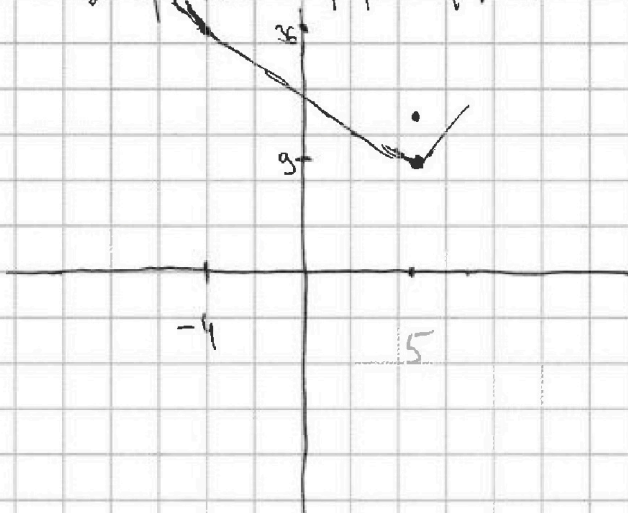
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Изобразим график функции $|y+4| + 4|y-5| = f(y)$



$$f(-4) = 36$$

$$f(5) = 9$$

$$\text{при } y \geq 5: f(y) = y+4+4y-20 = 5y-16$$

↑
впл
ор-ция

$$\text{при } y < -4: f(y) = -y-4-4y+20 =$$

$$= -5y+16 \text{ — ор-ция, кн}$$

↑
взростает при убывании y

$$-4 \rightarrow 0 - \infty.$$

наименьшее

\Rightarrow ~~наименьшее~~ значение макс. ф-ции в м. $y=5 \rightarrow 9$

$$\text{т. } \sqrt{87-2^2} \leq 9 \Rightarrow \text{вплне п-ство системы п-во: } \begin{cases} y=5 \\ z=0 \end{cases}$$

Положим в 1: $\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$

Обозначим $a = \sqrt{x+5}$, $b = \sqrt{1-x}$: $a-b = 2ab-4$ \uparrow^2
 $a^2 - 2ab + b^2 = 4a^2b^2 - 16ab + 16$

$$a^2(1-4b^2) + 4ab + b^2 - 16 = 0$$

$$D = 16b^2 - 4(1-4b^2)(b^2-16) = 16b^2 + 64 - 4 \cdot 65b^2 + 16b^4 = 16b^4 - 64b^2 + 64 = 16 \cdot (b^2-2)^2$$

$$a_{1,2} = \frac{-14b \pm 4(b^2-2)}{2(1-2b)(1+b)} = \frac{-7b \pm 2(b^2-2)}{(1-2b)(1+b)}$$

$$a_1 = \frac{2b^2 - 4 + 7b}{(1-2b)(1+b)}$$

Положим в 1 п-во: $\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Приведем в квадраты: $x+5+1-x+16+8(\sqrt{x+5}\sqrt{1-x})-2\sqrt{x+5}\sqrt{1-x}=$
 $= 4(5-4x-x^2)$

$11+4(\sqrt{x+5}\sqrt{1-x})-2\sqrt{x+5}\sqrt{1-x}=2(5-4x-x^2)$

$11+8\sqrt{5-4x-x^2}-16-2\sqrt{x+5}\sqrt{1-x}=2(5-4x-x^2)$

$t = \sqrt{5-4x-x^2}: 8t-5-t=2t^2$

$2t^2-t+5=0$

$2t^2-2t-5t+5=0$

$2t(t-1)-5(t-1)=0$

$\begin{cases} t=1 \\ t=\frac{5}{2} \end{cases}$

$5-4x-x^2=1 \Leftrightarrow x^2+4x-4=0$

$x = -2 \pm 2\sqrt{2}$

ОДЗ: $x \geq -5$
 $x \leq 1$

оба корня. $\begin{cases} -2-2\sqrt{2} < -5, \text{н.к. } 3 > 2\sqrt{2} \\ -2+2\sqrt{2} < 1, \text{н.к. } 2\sqrt{2} < 3 \end{cases}$

2: $5-4x-x^2 = \frac{5}{2}; 10-8x-2x^2=5; 2x^2+8x-5=0$

$D = 64+4 \cdot 2 \cdot 5 = 94$

$x_{1,2} = \frac{-8 \pm 2\sqrt{21}}{4} = -2 \pm \frac{\sqrt{21}}{2}$ ($4\sqrt{21} < 5$, возрастает оба корня.)

\Rightarrow Ответ: $(-2 \pm \frac{\sqrt{21}}{2}; \frac{5}{2}; 0)$ и $(x; y; z) = (-2 \pm 2\sqrt{2}; 5; 0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x = 6(2 \cos^3 x - 1) + 10$$

$$2p \cos^3 x + 6 \cos x = 6 \cos^2 x + 2$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos x - 3 \cos^2 x - 1 = 0$$

$$(\cos x - 1)^3 + (p-1) \cos^3 x = 0 \Leftrightarrow (\cos x - 1)^3 = (1-p) \cos^3 x$$

$$\Leftrightarrow \cos x - 1 = \sqrt[3]{1-p} \cos x \Leftrightarrow \cos x (1 - \sqrt[3]{1-p}) = 1$$

$$\cos x = \frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}}$$

\uparrow p -ые члены этих др. равны, если $-1 \leq \frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \leq 1$

$$\textcircled{1} -1 \leq \frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \Leftrightarrow \frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt[3]{1-p}}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{1-p}}{\sqrt[3]{1-p} - \sqrt[3]{1-p}} \geq 0$$

Ил.к. $\sqrt[3]{1-p}$ - не бер, но не бер p -но: $\frac{2-1+p}{1-1+p} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{p+1}{p} \geq 0$

$$\textcircled{2} \frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \leq 1; \frac{1 - 1 + \sqrt[3]{1-p}}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt[3]{1-p}}{\sqrt[3]{1-p} - \sqrt[3]{1-p}} \leq 0 \Leftrightarrow p \in (-\infty; -7] \cup (0; +\infty)$$

$$\Rightarrow \frac{1-p}{1-1+p} \leq 0 \Rightarrow \frac{p-1}{p} \geq 0$$

$$p \in (-\infty; 0) \cup [1; +\infty)$$

Ил.к. y не бер, но бер: $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$

При этом $x \in \mathbb{R}$

$$x = \arccos \left(\frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \right) + 2\pi k,$$

$$x = -\arccos \left(\frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \right) + 2\pi k,$$

$$k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

16) а) Пусть $a < b \Rightarrow a - c < b - c$

$(a - c)(b - c) = p^2$, если $a - c < b - c$, то выведем только 1-й вариант:

$\Rightarrow a - c = 1$
 $b - c = p^2$

$\begin{pmatrix} p^2 & p & -1 \\ x & x & x \\ 1 & p & -p^2 \end{pmatrix}$	\rightarrow	$\begin{pmatrix} p & -p \\ p & -p \end{pmatrix}$
---	---------------	--

или

$a - c = -p^2$

$b - c = -1$

\Rightarrow выведем также $b - a = -1 - (-p^2) = p^2 - 1 \neq 3 \Rightarrow$ ~~вариант~~

$\Rightarrow a^2 + (p^2 - 1)a = 710 \Rightarrow a^2 + a + (p^2 - 711) = 0$

$\Downarrow 1 - 4p^2 + 4 \cdot 711 = k^2 \Rightarrow p = 3$

\Rightarrow $\begin{cases} a + 2b = 8 \\ a^2 + b = 710 \end{cases} \quad \begin{cases} a^2 + a = 710 - 8 = 702 \\ a^2 + a - 702 = 0 \end{cases}$

$(a - 26)(a + 27) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} a = 26 & (1) \\ a = -27 & (2) \end{cases}$

(1) $c = 26 - 1 = 25$

$b = 25 + 9 = 34$

или

$c = 26 + 9 = 35$

$b = c - 1 = 34$

(2) ~~вариант~~

(2) $c = -28$

$b = 9 + 28 = -19$

(3)

$c = -27 + 9 = -18$

$b = -19$

Ответ: $(26; 34; 25); (26; 34; 35); (-27; -19; -28); (-27; -19; -18)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{CD^2}{4} = 7x \cdot CB$
 $DM = \frac{2}{3} \cdot DE^2 + \frac{5}{7} CB^2 = 10x^2$
 $DM \cdot 5x = AM \cdot MD$
 $(a-c)(b-c) = p^2 \quad CD^2 = 24 \cdot \frac{BC}{\sin A} \cdot \frac{BD}{\sin B} = \frac{3x}{\sin A} \cdot \frac{BD}{\sin B}$
 $a^2 + b = 710$
 $a - c > b - c$
 $a - c < b - c \quad p^2 - 1 \neq 3$
 $a - b = 1 - p^2 \times 3$
 $b - a = (p-1)(p+1)$
 $a^2 + b = 710$
 $b - a = p^2 - 1$
 $a^2 + a = 711 - p^2$
 $\Delta = 1 - 4(p^2 - 711) = 1 + 4 \cdot 711 - 4p^2 = k^2$
 $(k+2p)(k-2p) = 400$
 $\frac{CD}{4} = \frac{BD}{AD} = \frac{CB}{AB}$
 $\frac{BD}{AD} = \frac{CB}{AB} \Rightarrow \frac{CB}{ED} = \frac{CB}{BD}$

$\frac{CD}{4} = \frac{BD}{AD} = \frac{CB}{AB}$
 $\frac{BD}{AD} = \frac{CB}{AB}$
 $\frac{BD}{ED} = \frac{CB}{BD}$

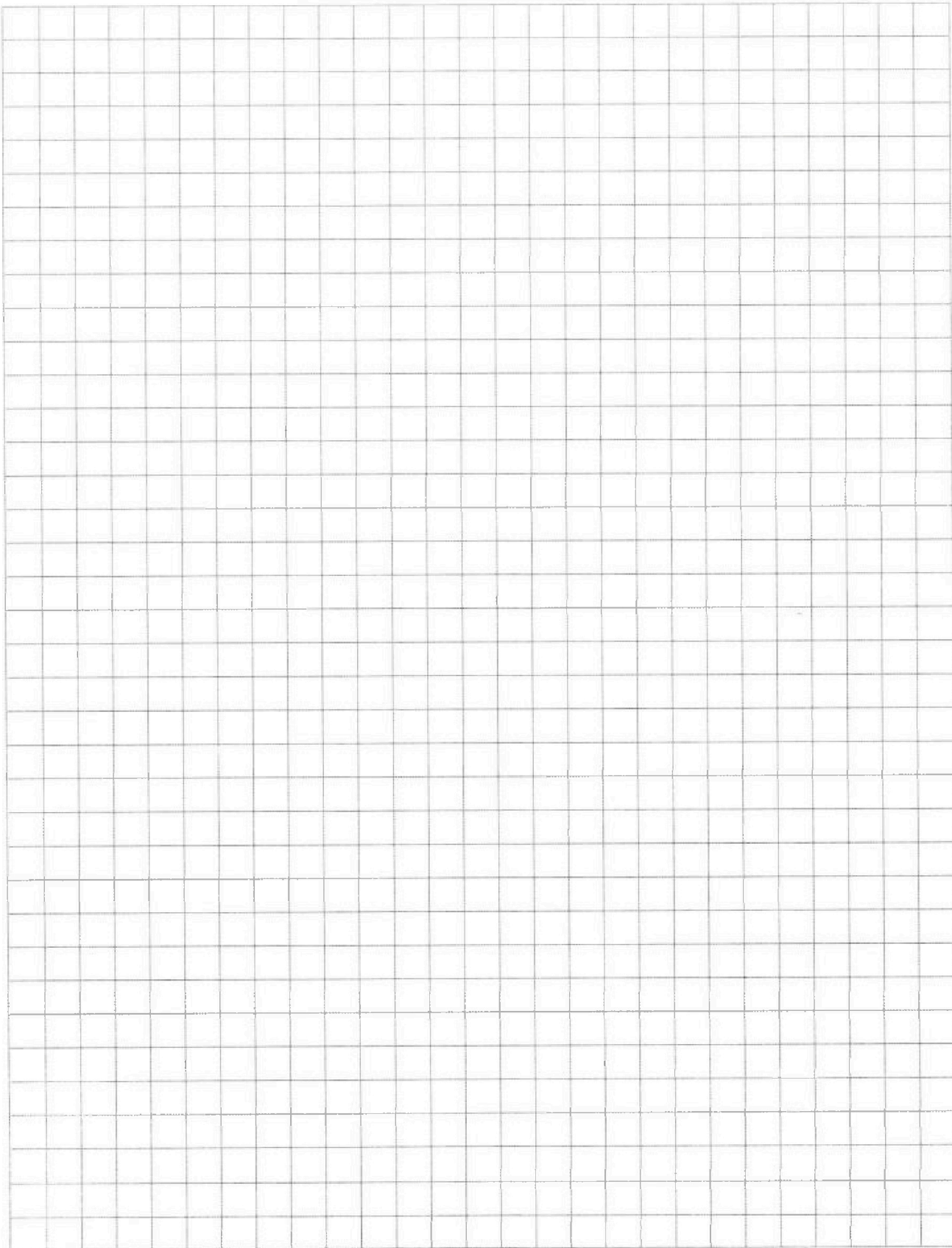


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$BM \cdot ME = AM \cdot MD$$

$$AM \cdot MD = CB$$

$$\frac{AM \cdot MD}{AM}$$

$$1 \cdot \frac{CB}{BM} = \frac{AM}{AD} = 1$$

$$BM \cdot 5x = AM \cdot MD$$

$$2x - BM = \frac{AD}{AM} \cdot 1 + \frac{MD}{AM}$$

$$\frac{AD}{AM} \cdot MD$$

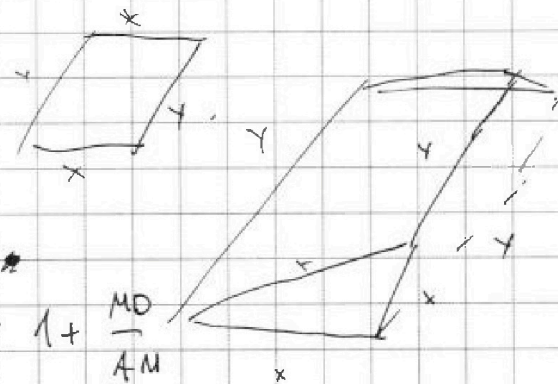
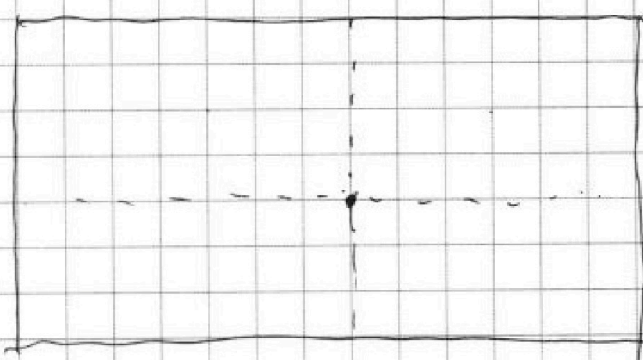
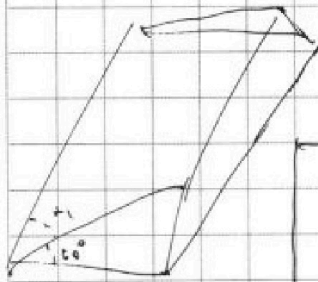
$$xy \sin \alpha_1 = 3$$

$$xy \sin \alpha_2 = 3$$

$$\alpha_1 = \alpha_2$$

$$\sin \alpha_1 = \sin \alpha_2$$

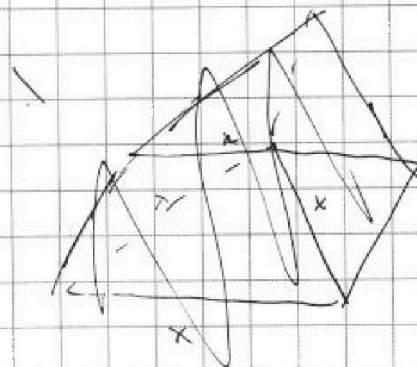
$$\alpha_1, \alpha_2 = \pi$$



$$d) CD^2 = 2rR = 2 \cdot \frac{BD}{\sin \alpha} \cdot \frac{CB}{\sin \beta}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 6 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$6 + 16 - 2\sqrt{x+5} \sqrt{1-x} + 3(\) =$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x \geq -5$
 $x \leq 1$

$x \geq 1$
 $x \geq 0$
 $x = -1$

$\cos^2 = \cos \cdot \cos$
 $AP \cdot BP = \frac{4}{\cos^2}$
 $AM \cdot DM = BM \cdot CX$
 $\frac{AP}{BP} = \frac{AM}{DM}$
 $\frac{AP}{BP} = 1$

$-2: 4 = 2\sqrt{5+8} - 4 = 6 \cdot x$
 $\sqrt{9 - (x+2)^2}$

$5 - 4x - x^2 \geq 0$
 $(x+5)(x-1) \leq 0$

$a-b+4c = 2ab$
 $(x+5)(1-x) = 5 - 5x - x^2 + x$

$5 - 4x - x^2 \geq 0$
 $1 - x \geq 0$
 $x \leq 1$
 $x \geq -5$

$p \cos 3x + 3(p+1) \cos x = 6 \cos 2x + 10$

$(2 \cos 2x - 1) \cos x = \cos 3x$

$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$

$p(2 \cos 2x - 1) \cos x + 3(p+1) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$

$(2 \cos 2x - 1)(p \cos x + 3) + 3(p+1) \cos x - 13 = 0$

$(2 \cos 2x - 1)(p \cos x - 3) + 3p \cos x + 12 \cos x - 13 = 0$
 $3p \cos x + 12 \cos x - 13 = 0$

$3(p \cos x - 3) + 12 \cos x - 4 = 0$
 $3(p \cos x + 3) + 12 \cos x - 21 = 0$

$4 \cos^3 x - 3 \cos x$

$(2 \cos 2x + 2)(p \cos x - 3) + 4(3 \cos x - 1) = 0$

$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x = 6 \cos 2x + 10$

$4p \cos^3 x - 6 \cdot 2p \cos^3 x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + 5 =$

$= 6 \cos^2 x + 2$

$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 12 = 0$

$(2-9)(2-0)$

$(p \cos x - 4)^3 (\cos x - 1)^3 + (p-1) \cos^3 x = 0$

$2 \cdot 2 \cdot 0 - 9$

$(\cos x - 1)^3 = \cos^3$

$9 > 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical solution on grid paper. The main diagram shows a circle with center O and radius R . A horizontal line AB is drawn at height h from the center. A vertical line CD is drawn at distance x from the center. The intersection of AB and CD is point M . A point E is marked on the circle. Various geometric relationships and algebraic equations are written around the diagram.

Key equations and relationships:

- $OB^2 = CB \cdot AC$
- $BM \cdot AM = CM \cdot MD$
- $CD = 2\sqrt{R^2 - x^2}$
- $AB = 2\sqrt{R^2 - h^2}$
- $BM = \frac{h}{2}$, $AM = \frac{h}{2}$
- $CM = \frac{x}{2}$, $MD = \frac{x}{2}$
- $BE = \frac{1}{2} \cdot \frac{AB}{CD} = \frac{2\sqrt{R^2 - h^2}}{2\sqrt{R^2 - x^2}} = \frac{\sqrt{R^2 - h^2}}{\sqrt{R^2 - x^2}}$
- $CE = \frac{1}{2} \cdot \frac{AC}{CB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R+h}{R-h} = \frac{R+h}{2(R-h)}$
- $BE = CE$ (to be proven)

The solution involves several steps of algebraic manipulation, including squaring both sides of equations and simplifying expressions involving square roots and quadratic terms. The final result shows that $BE = CE$, which is the goal of the problem.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$y - 4x - x^2 + 2$
 $-2 + 2\sqrt{1} \leq 1$
 $-2 - 2\sqrt{1} \leq -5$
 $D = 64 + 20$
 $y < -4$
 $-y - 4 + 4y + 20 = -5y$
 $a - b = 2(ab - 2) \uparrow^2$
 $a^2 - 2ab + b^2 = 4(a^2b^2 - 4ab + 4)$
 $a^2 - 2ab + b^2 = 4a^2b^2 - 16ab + 16$
 $a^2 + 14ab + b^2 - 4a^2b^2 - 16 = 0$
 $a^2(1 - 4b^2) + 14ab + b^2 - 16 = 0$
 $a - b = 2ab - 4$
 $a - b = 2\sqrt{ab} - 4 \uparrow^2$
 $a^2 - 2ab + b^2 = 4ab - 16\sqrt{ab} + 16$
 $a^2 - 2ab + b^2 = 4a^2b^2 - 16ab + 16$
 $(2\sqrt{5-4x-x^2})(\sqrt{x+5} + \sqrt{1-x}) = 4$
 $D = 14^2b^2 - 4(1-4b^2)(b^2-16) = (\sqrt{5-4x-x^2})(\sqrt{x+5} + \sqrt{1-x}) = 2$
 $= 14^2b^2 - 4(-4b^4 + 64b^2 + 16) = 260$
 $= 16b^4 + 14^2b^2 - 4 \cdot 65b^2 + 64 = (4b^2 + 9)^2$
 $16b^4 - 64b^2 + 64 = (4b^2 - 8)^2$
 $a^2 - 2ab + b^2 = 8$
 $a^2(1-4b^2) = 8$
 $\frac{26^2 + 3}{1-4b^2} \cdot 4(b^2 - 2)$
 $135 - 260 = -64b^2$
 $= \frac{7 \pm (26^2 - 4)}{1-4b^2} = 26^2$

1) ВМ. МД = АА. МБ =
 5 = АМ. СХ.
 $CD^2 = CB \cdot CX$
 $2ab^2 - 4b^2 \mid 1-2b$
 $2b^2 - b \mid 2b$
 $-6b - 4$
 $2 \mid 2$
 $35 \mid 35$
 $26 \mid 26$
 $9 \mid 9$
 $x \geq 5$
 $x \leq 1$
 $27 \cdot 26$
 $2b^2 - 4b - 4 = 0$
 $\sqrt{x+5} \mid \sqrt{1-x} + 2 \uparrow^2$
 $x+5 \geq 1-x+4+4\sqrt{1-x}$
 $2x+6 \geq 4\sqrt{1-x}$
 $x^2+4x+9 \geq 16$
 $4x^2+20x-15 \geq 0$
 $9(x-1)(x-2) \geq 4$
 $-4x^2+4x-8 \geq 4$
 $2 \cdot 4 \cdot 4 = \frac{26^2 - 26 - 4}{1-4b^2}$
 $(16b^4 - 64b^2 + 64) = (4b^2 - 8)^2$
 $a^2 - 2ab + b^2 = 8$
 $a^2(1-4b^2) = 8$

