



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен  $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$ , двенадцатый член равен  $2 - x$ , а восемнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $7 : 20$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $500 \times 120$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 1000$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть первый член прогрессии =  $a$ , шаг =  $r \Rightarrow$   
 $10 - \bar{u} = a \cdot r^9$ ,  $12 - \bar{u} = a \cdot r^{11}$ ,  $18 - \bar{u} = a \cdot r^{17}$

$$\begin{cases} a \cdot r^9 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} & (1) \\ a \cdot r^{11} = 2-x & (2) \\ a \cdot r^{17} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} & (3) \end{cases}$$

если какой-то член = 0, то  $a=0$  или  $r=0 \Rightarrow$   
 все три = 0 - так не бывает, т.к. тогда

$$\begin{cases} 25x+34=0 \\ 2-x=0 \end{cases}$$

$\Rightarrow a \neq 0, r \neq 0 \Rightarrow$  можем делить:

$$\frac{(3)}{(1)} : r^8 = \frac{1}{|(3x+2)^4|} = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$r^2 = \frac{1}{\sqrt{|3x+2|}}$$

$$(1) \cdot r^8 = (2) : \sqrt{|25x+34|} = 2-x, \quad 2-x > 0, \quad x < 2$$

$$|25x+34| = x^2 - 4x + 4$$

$$1) \quad x^2 - 29x - 30 = 0 \quad (25x+34 > 0 \Rightarrow 3x+2 > 0)$$

$$(x+1)(x-30) = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 30 \\ x < 2 \\ x > -\frac{2}{3} \end{cases} \quad \text{нет реш.}$$

$$2) \quad x^2 + 21x + 38 = 0 \quad (25x+34 < 0 \Rightarrow 3x+2 < 0)$$

$$(x+19)(x+2) = 0$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x = -19 \\ x < -\frac{34}{25} \end{cases} \quad \begin{cases} x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$$

$\Rightarrow x = -2$  и  $x = -19$  годят.

Ответ:  $-2, -19$ .

Для каждого из этих  $x$  возвращается  $r \Rightarrow$  из (1) возвращается  $a \Rightarrow$  т.к. мы использовали соотношения для (1) и (3), (1) и (2), то (2) и (3) тоже выполнят.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad y \geq 18 &\Rightarrow y+2+2y-36 = \sqrt{400-z^2} \\ &3y-36 = \sqrt{400-z^2} \\ \text{НО } 3y-36 &\geq 3 \cdot 18 - 36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad y \in [-2; 18) &\Rightarrow y+2-2y+36 = \sqrt{400-z^2} \\ -y+38 &= \sqrt{400-z^2} \\ \text{НО } -y+38 &> -18+38 = 20, \quad \sqrt{400-z^2} \leq \sqrt{400} = 20 \\ &\Rightarrow \text{реш. нет.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad y < -2 &\Rightarrow -y-2-2y+36 = \sqrt{400-z^2} \\ -3y+34 &= \sqrt{400-z^2} \\ \text{НО } -3y+34 &> -3 \cdot (-2) + 34 = 40, \quad \sqrt{400-z^2} \leq 20 \\ &\Rightarrow \text{реш. нет.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad y \geq 18 &\Rightarrow y+2+2y-36 = \sqrt{400-z^2} \\ 3y-34 &= \sqrt{400-z^2} \\ 3y-34 &\geq 3 \cdot 18 - 34 = 20, \quad \sqrt{400-z^2} \leq 20 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3y-34 = 20 \\ \sqrt{400-z^2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 18 \\ z = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  1-е ур-е системы!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

Заметим, что  $18-3x-x^2 = (x+6)(3-x)$   
Можно сделать замену:  $\sqrt{x+6} = a, \sqrt{3-x} = b$

$$\begin{cases} a-b+7 = 2ab \\ a^2 = -b^2+9 \end{cases}$$

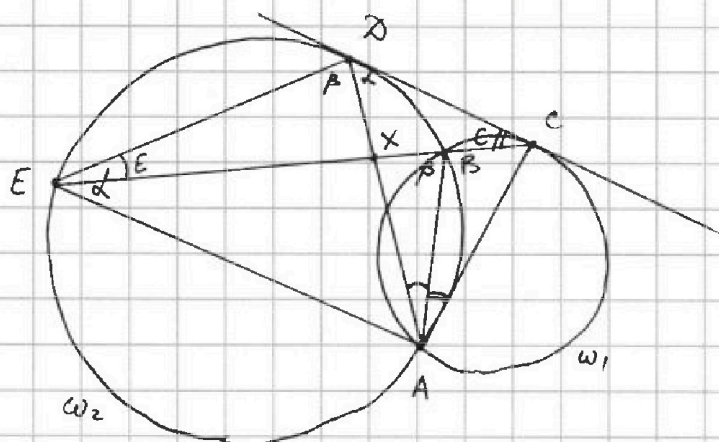


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CX}{XE} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{ED}{CD} = ?$$

Пусть  $\angle CDA = \alpha$ ,  
 $\angle EDA = \beta$ ,  $\angle DCE = \gamma$ ,  
 $\angle DEC = \epsilon$

• Угол между кас. и хордой и впис.:  
 $\angle DEA = \angle CDA = \alpha$ ,  $\angle CAB = \angle DCB = \gamma$

• Из вписанностей:  
 $\angle DAB = \angle DEB = \epsilon$

$$\Rightarrow \angle CAD = \gamma + \epsilon; \quad \angle DAE = 180^\circ - \alpha - \beta = \gamma + \epsilon$$

$$\Rightarrow \triangle CAD \sim \triangle DAE \text{ по 2 углам} \Rightarrow$$

$$\frac{CD}{DE} = \frac{AD}{AE} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad (\text{т. пн. } \triangle EDA)$$

с другой стороны по т. пн:  $\frac{ED}{CD} = \frac{\sin \gamma}{\sin \epsilon}$

$$\frac{CX}{XD} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}, \quad \frac{EX}{XD} = \frac{\sin \beta}{\sin \epsilon}$$

$$\sin \gamma = \sin \alpha \cdot \frac{XD}{CX}, \quad \sin \epsilon = \sin \beta \cdot \frac{XD}{EX}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \gamma}{\sin \epsilon} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot \frac{EX}{CX} = \frac{20}{7} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\Rightarrow \frac{CD}{DE} \cdot \frac{DE}{CD} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot \frac{20}{7} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \sqrt{\frac{7}{20}}$$

$$\Rightarrow \frac{DE}{CD} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \sqrt{\frac{20}{7}}$$

Ответ:  $\sqrt{\frac{20}{7}}$



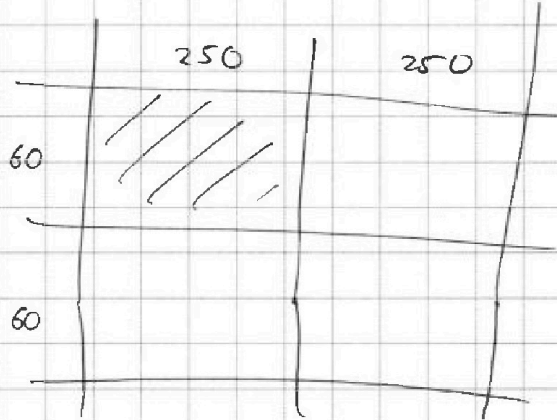
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Оси при-к:



Исно, что в отделе генной генверти можно выбрать любое из клеток (с 250/60) и тогда можно сделать каждую из них вадв измерения и они не будут пересек.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a, b, c \in \mathbb{Z} \\ a < b \\ b \not\equiv a \pmod{3} \\ (a-c)(b-c) = p^2 \\ a^2 + b = 1000 \end{cases} \quad \begin{aligned} (a-c)(b-c) &= p^2 \\ \Rightarrow a-c \text{ и } b-c &\text{ одного знака} \end{aligned}$$

I.  $a-c > 0, \quad b-c > 0$

1)  $\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = p^2 + c \\ b = 1 + c \end{cases} \Rightarrow p^2 < 1 \quad \emptyset$

2)  $\begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases} \Rightarrow a = b \quad \emptyset$

3)  $\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c+1 \\ b = p^2 + c \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} p^2 &\not\equiv 1 \pmod{3} \\ p^2 \text{ и.б.} &\equiv 0 \text{ или } \equiv 1 \\ \Rightarrow p^2 &\equiv 0 \Rightarrow p = 3 \end{aligned}$

$\Rightarrow a = c+1, \quad b = c+9$

$$c^2 + 2c + 1 + c + 9 = 1000$$

$$c^2 + 3c - 990 = 0$$

$$D = 9 + 3960 = 3969 = 63^2 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} c = \frac{-3+63}{2} = 30, & a=31, \\ & b=39 \\ c = \frac{-3-63}{2} = -33, \\ & a=-32, \\ & b=-24 \end{cases}$$

II.  $a-c < 0, \quad b-c < 0$

1)  $\begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases} \Rightarrow -1 < -p^2 \Rightarrow p^2 < 1 \quad \emptyset$

2)  $\begin{cases} a-c = -p \\ b-c = -p \end{cases} \Rightarrow a = b \quad \emptyset$

3)  $\begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c-p^2 \\ b = c-1 \end{cases} \quad \text{аналог. } p=3$

$\Rightarrow a = c-9, \quad b = c-1$

Ответ:  $(31, 39, 30), (31, 39, 40), (-32, -24, 33), (-32, -24, -23)$ .

$$c^2 - 18c + 81 + c - 1 = 1000$$

$$c^2 - 17c - 920 = 0$$

$$(c+23)(c-40) = 0 \Rightarrow c = -23; c = 40$$

$$a = -32, b = -24; \quad a = 31, b = 39$$



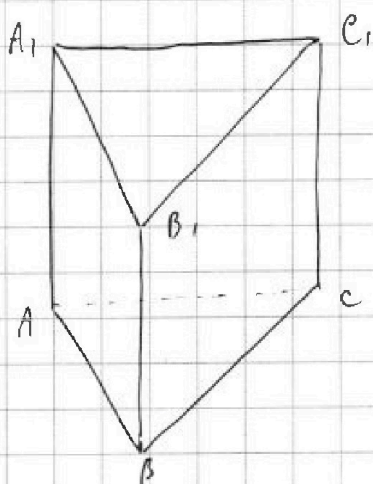
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть ст. пр-ка =  $a$ , док. ребро призмы =  $b$   
 $\frac{1}{2} a^2 \cdot \sin 60^\circ = 4 \Rightarrow a^2 = \frac{16}{\sqrt{3}}$



Пусть  $S_{AA_1B_1B} = S_{BB_1C_1C} = b$ ,  
 $S_{AA_1C_1C} = 5$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \angle ABB_1 = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \angle CBB_1 = b$$

$\Rightarrow \sin \angle ABB_1 = \sin \angle CBB_1 \Rightarrow$   
 $ABB_1A_1$  и  $BCC_1B_1$  — равные  
пар-лы

$V = \frac{1}{2} V_0$ ,  $V_0$  — объём пар-да  
на векторах  $\overline{BA}$ ,  $\overline{BB_1}$  и  $\overline{BC}$ .

ещё  $\frac{\sin \angle A_1AC}{\sin \angle ABB_1} = \frac{5}{6}$ .



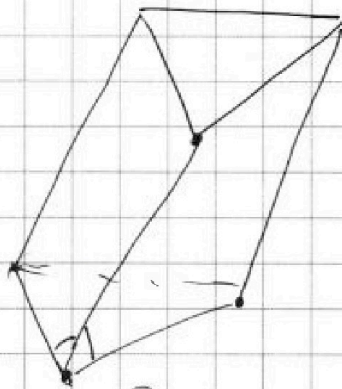
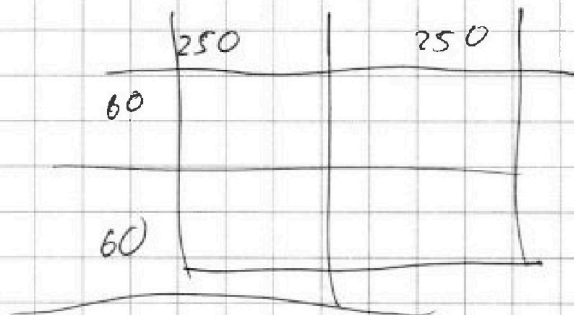
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$\sin C = \sin d \cdot \frac{x}{CX}$$

$$\sin E = \sin \beta \cdot \frac{x}{EX}$$

$$\frac{\sin C}{\sin E} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot \frac{EX}{CX} = \frac{20}{7} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\begin{aligned} a \cdot \sin \alpha &= 6 \\ a \cdot \sin \beta &= 5 \end{aligned}$$

$$CX = 7x$$

$$EX = 20x$$

$$CB = y$$

$$\frac{AD}{AE}$$

$$CD^2 = y \cdot 27x$$

$$S = a^2 \cdot \sin 60^\circ \cdot \frac{1}{2} = 4$$

$$a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 8$$

$$a^2 = \frac{16\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

~~СДА СДА~~

$$\triangle CAD \sim \triangle DAE \Rightarrow$$

$$\frac{CD}{DE} = \frac{AD}{AE} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{20}{7} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\left( \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right)^2 = \frac{7}{20}$$

$$\sqrt{\frac{7}{20}}$$



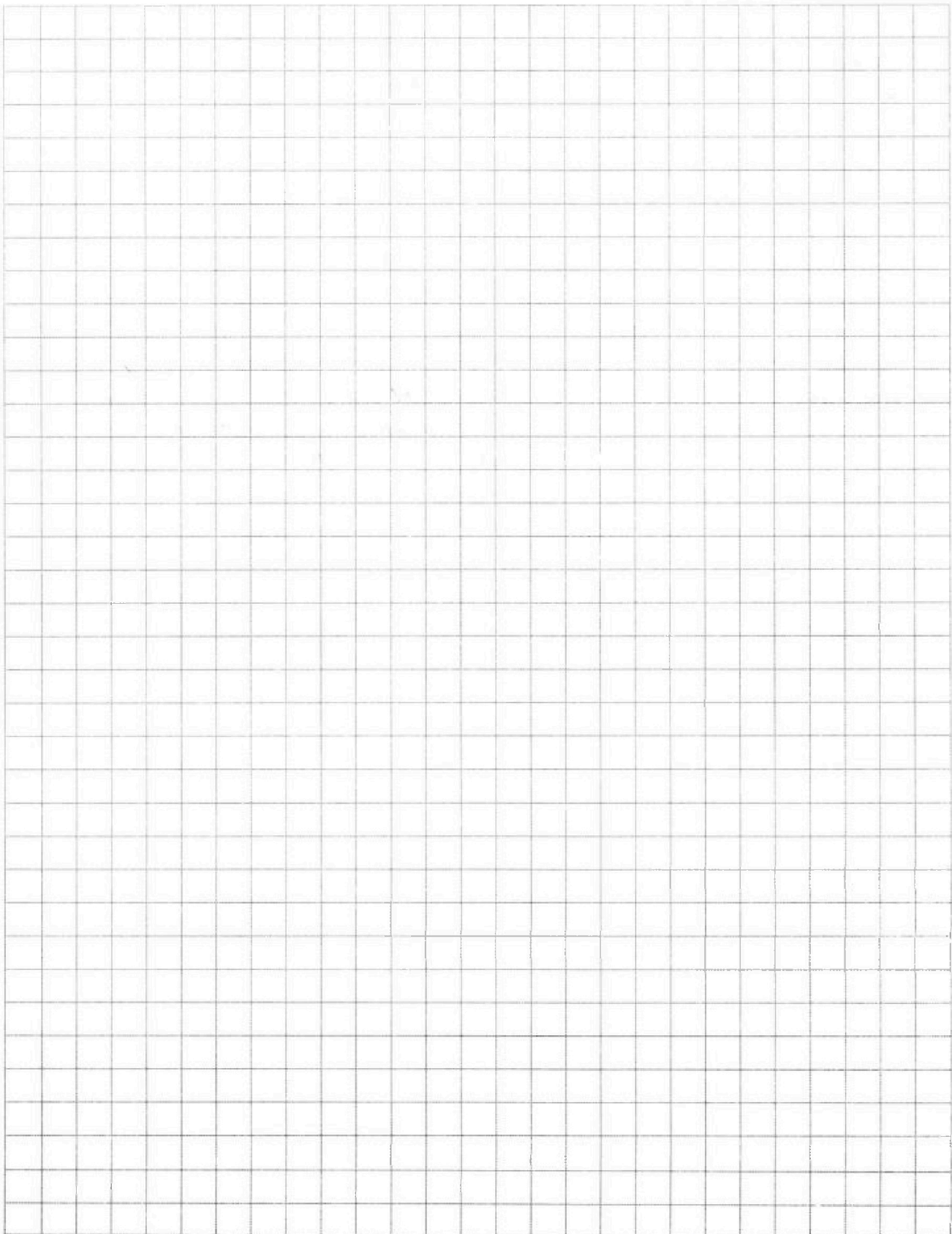


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

~~$$x+6+3-x-2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 4(18-3x-x^2)+49 -$$~~

$$26\sqrt{(x+6)(3-x)} = +40 + 72 - 12x - 4x^2 - 28\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

~~$$26\sqrt{(x+6)(3-x)} = -4x^2 - 12x + 32$$~~

~~$$13\sqrt{(x+6)(3-x)} = 2(x^2 + 3x + 8)$$~~

$$26\sqrt{(x+6)(3-x)} = -4x^2 - 12x + 112$$

$$13\sqrt{(x+6)(3-x)} = -2x^2 - 6x + 56 \quad (2x^2 + 6x - 56)$$

$$169(18 - 3x - x^2) =$$

$$\begin{cases} a - 2ab - b + 7 = 0 \\ a^2 = -b^2 + 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+6 = -(3-x)+9 \\ a^2 = -b^2+9 \end{cases}$$

$$a^2 + b^2 = 9$$

$$b = \frac{a+2}{2a+1} = \frac{\frac{1}{2}(2a+1) + \frac{13}{2}}{2a+1} = \frac{1}{2} + \frac{13}{4(a+\frac{1}{2})}$$

$$a^2 + \frac{(a^2 + 14a + 49)}{4a^2 + 4a + 1} = 9$$

$$4a^4 + 4a^3 + a^2 + a^2 + 14a + 49 = 36a^2 + 36a + 9$$

$$4a^4 + 4a^3 - 34a^2 - 22a + 40 = 0$$

~~$$a = 1 = \text{реш.}$$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{18-3x-x^2} - 7$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7$$

$$x \geq -6$$

$$x \leq 3$$

~~18-3x-x^2~~

2)  $y \in (-2; 18)$

$$y+2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$-y+38 = \sqrt{400-z^2}$$

$$-y+38 \geq 20, \quad \sqrt{400-z^2} = 20$$

3)  $y < -2, \quad -y > 2$

$$-y-2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$-3y+34 = \sqrt{400-z^2}$$

$$-3y+34 > 40$$

$$18-3x-x^2$$

$$-x^2-3x+18$$

$$\sqrt{x+6} + 7 = \sqrt{3-x} + 2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 4(18-3x-x^2) = 72-12x-4x^2$$

$$x+6+14\sqrt{x+6}+49 = 3-x+4(x+6)(3-x) +$$

$$x+55+14\sqrt{x+6} = 3-x+4(3-x)\sqrt{x+6}$$

$$= 3-x+72-12x-4x^2 + \dots$$

$$4x^2+14x-17 = \sqrt{x+6} \cdot (12-4x-14)$$

$$4x^2+14x-17 = -\sqrt{x+6}(4x+2)$$

$$x_0 = \frac{-14}{8}$$

$$x \leq 3$$

$$x \geq -6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

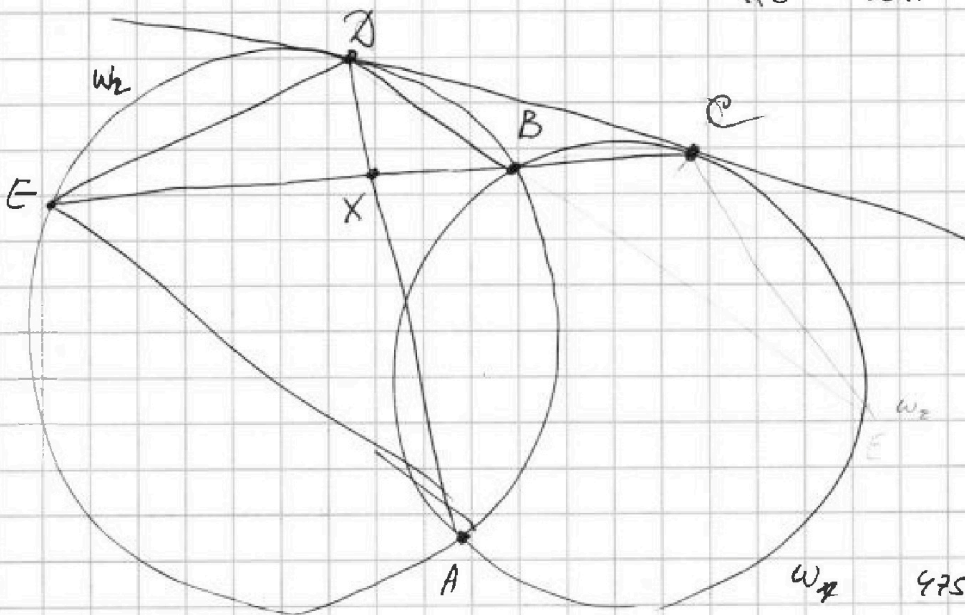
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\begin{array}{r}
 4a^4 + 4a^3 - 34a^2 - 22a + 40 \\
 - 4a^4 - 4a^3 \\
 \hline
 8a^3 - 34a^2 - 22a + 40 \\
 - 8a^3 + 8a^2 \\
 \hline
 -26a^2 - 22a + 40 \\
 - (-26a^2 + 26a) \\
 \hline
 -48a + 40
 \end{array}
 \quad \begin{array}{r}
 9-1 \\
 \hline
 4a^3 + 8a^2 - 26a +
 \end{array}$$

$OX = 7x$   
 $XE = 20x$

$\frac{ED}{CD} = ?$



$$\begin{array}{r}
 25 \\
 \times 19 \\
 \hline
 225 \\
 25 \\
 \hline
 475
 \end{array}$$

$w_1 \quad 475 - 34 = 441$

$3x + 2 = 40$

$CD^2 = CB \cdot CE$

$a \cdot r^2 = \sqrt{\quad}$

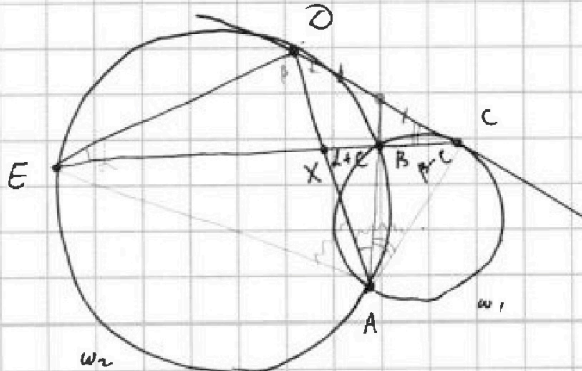
$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = 2R$

$\frac{a}{b} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$

$\frac{CX}{XE} = \frac{7}{20}$

$\frac{ED}{CD} = \frac{\sin C}{\sin E}$

$\frac{CX}{XD} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}, \quad \frac{EX}{XD} = \frac{\sin \beta}{\sin E}$



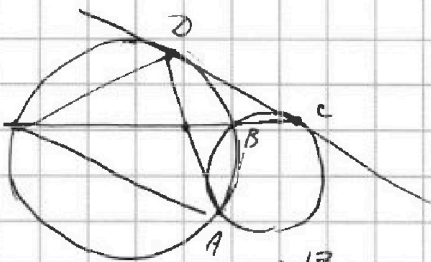


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \\ a = c-p^2 \\ b = c-1 \end{cases}$$

или  $p=3$

$$\begin{cases} a = c-9 \\ b = c-1 \end{cases}$$

Черновики

$$\begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \\ -1 < -p^2 \\ p^2 < 1 \end{cases} \emptyset$$

$$\begin{array}{r} \times 17 \\ 119 \\ \hline 17 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 918 \\ 4 \\ \hline 3672 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 67 \\ 469 \\ \hline 402 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 63 \\ 189 \\ \hline 378 \\ \hline 3969 \end{array}$$

$(a, b, c)$

$$a < b$$

$$(b-a) \neq 0 \pmod{3}$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$c^2 - 18c + 81 + c - 1 = 1000$$

$$c^2 - 17c - 918 = 0$$

$$c = 3672 + 289 = 3961$$

$$\begin{aligned} 918 &= 9 \cdot 102 = \\ &= 2 \cdot 9 \cdot 51 = \\ &= 2 \cdot 27 \cdot 17 = \end{aligned}$$

$$1) \quad a \equiv 3 \Rightarrow b \equiv 1 \pmod{3}$$

$$(a-c)(b-c) = ab - ac - bc + c^2 \equiv c^2 - c \pmod{3}$$

$$c(c-1) \pmod{3}$$

$$b = 1000 - a^2$$

$$a = 1000 - a^2$$

$$a^2 + a - 1000 < 0$$

$$\begin{aligned} 920 &= 92 \cdot 10 = \\ &= 46 \cdot 20 = \\ &= 23 \cdot 40 \end{aligned}$$

или  $a > c \Rightarrow b > c$

$$990 \cdot 4 = 3600 + 360$$

$$1) \quad \begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = p^2 + c \\ b = c + 1 \end{cases}$$

$$p^2 + c < c + 1$$

$\emptyset$

$$c^2 + 2c + 1 + 9 + c = 1000$$

$$c^2 + 3c - 990 = 0$$

$$c = \frac{-3 \pm 63}{2}$$

$$c = \frac{-3 - 63}{2}$$

$$2) \quad \begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = c + 1 \\ b = p^2 + c \end{cases}$$

$$3) \quad \begin{cases} a-c = p \\ a=b \\ b-c = p \end{cases}$$

$$a \neq b$$

$$p^2 \neq 1 \Rightarrow p=3$$

~~$$a = c + 1$$~~

$$a = c + 1$$

$$b = 9 + c$$

$$D = 9 + 4000 - 40 = 3969 = 63^2$$



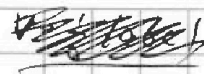
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}$$

$$|y+z| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}$$

$$y+z - x(x+3)$$

$$\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 400-z^2 \geq 0 \\ 3-x-2z \geq 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} x \geq -6 & -x \leq 6 \\ \cancel{(z-20)}(z+20) \leq 0, & z \in [-20; 20] \\ 2z \leq 3-x \leq 9 \\ z \leq \frac{3}{2} \end{matrix}$$

1) ~~z~~ ~~z~~  
 $y \geq 18$

$$\begin{array}{c} | \\ -2 \quad 18 \end{array}$$

$$y+z+2y-36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$3y-34 = \sqrt{400-z^2}$$

~~$$9y^2 - 2334y + 34^2 = 400 - z^2$$~~

$$(3y-34)^2 + z^2 = 400$$

$$\Rightarrow z = 0$$

$$y = 18$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{18-3x-x^2} - 7$$

$$(x+6)(3-x) = 18-3x-x^2$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 7 = 2\sqrt{ab}$$

$$a-b+7 = 2ab$$

$$a-2ab-b+7 = 0$$

~~a~~

$$a-b(2a+1)+7=0$$

$$a+7 = b(2a+1)$$

$$b = \frac{a+7}{2a+1}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 19 \\ \hline 225 \\ 205 \\ \hline 475 \end{array}$$

N1.

1-й:  $a$

2-й:  $a \cdot r$

10-й:  $a \cdot r^9$

12-й:  $a \cdot r^{11}$

18-й:  $a \cdot r^{17}$

Знаем  $a, r$ :

$$275 + 34 = 509$$

$$a \cdot r^9 = \sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$$

$$a \cdot r^{11} = 2 - x$$

$$a \cdot r^{17} = \sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$$

$a$  и  $r$  одного знака

$$\Rightarrow 2 - x > 0$$

$$x < 2$$

$$1) a \cdot r^9 = \sqrt{-16 \cdot (-4)} = 8$$

$$a \cdot r^{11} = 4$$

$$a \cdot r^{17} = \sqrt{\frac{-16}{-64}} = \frac{1}{2}$$



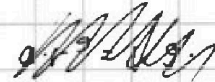
1) ~~положительная~~ прогрессия  $= 0$



$$2 - x = 0 \text{ при } x = 2$$

$$25x + 34 = 0 \text{ при } x = \frac{34}{25}$$

2) ~~не~~  $\neq 0$



$$\div r^9 = \frac{1}{(3x + 2)^4} = \frac{1}{(3x + 2)^2}$$

$$38 = 19 \cdot 2$$

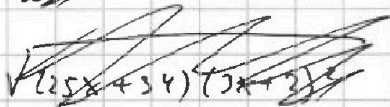
$$3 \cdot 19 = 30 + 9 = 57$$

~~знаем~~  $a \cdot r^9$  и  $a \cdot r^{17}$  оба  $> 0$

$$1) r = \frac{1}{\sqrt[3]{3x + 2}}$$

$$r^2 = \frac{1}{\sqrt[3]{3x + 2}}$$

выражен  
 $3x + 2 < 0$   
 $x < -\frac{2}{3}$



$$\sqrt{25x + 34} = 2 - x$$

$$2) -25x - 34 = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 + 21x + 38 = 0$$

$$(x + 19)(x + 2) = 0$$

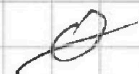
$$x = -2$$

$$x = -19$$

$$x = -1$$

или  $x = 30$

$$\Rightarrow \boxed{x = -1}$$



2)  $a \cdot r^9 =$

$$\sqrt{25x + 34} = x^2 - 4x + 4$$

$$1) x^2 - 29x - 30 = 0$$

$$(x + 1)(x - 30) = 0$$