



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$, девятый член равен $x + 3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a < b$,
 - число $b - a$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a^2 + b = 710$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Пусть $\sqrt{(25x-9)(x-6)} = b$, тогда $x+3 = a^2b$, а $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = a^8b$.

Тогда заметим, что $(a^2b)^4 = (a^8b) \cdot (b)^3$, т.е. подставив получим:

$$(x+3)^4 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \cdot \sqrt{(25x-9)^3 \cdot (x-6)^3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x+3)^4 = (25x-9)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x+3)^2 = 25x-9 \\ (x+3)^2 = 9-25x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+6x+9 = 25x-9 \\ x^2+6x+9 = 9-25x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-19x+18=0 \\ x^2+31x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1, x=-18 \\ x=0, x=-31 \end{cases}$$

Заметим, что из ОДЗ: $\frac{(25x-9)(x-6)}{(x-6)^3} \geq 0$, т.е. $x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup (6; +\infty)$.

Тогда $x=1$ как не подходит. Таким образом $\begin{cases} x=-31 \\ x=-18 \\ x=0 \end{cases}$ все

Ответ: $\begin{cases} x=-31 \\ x=-18 \\ x=0 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} & (1) \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} & (2) \end{cases}$$

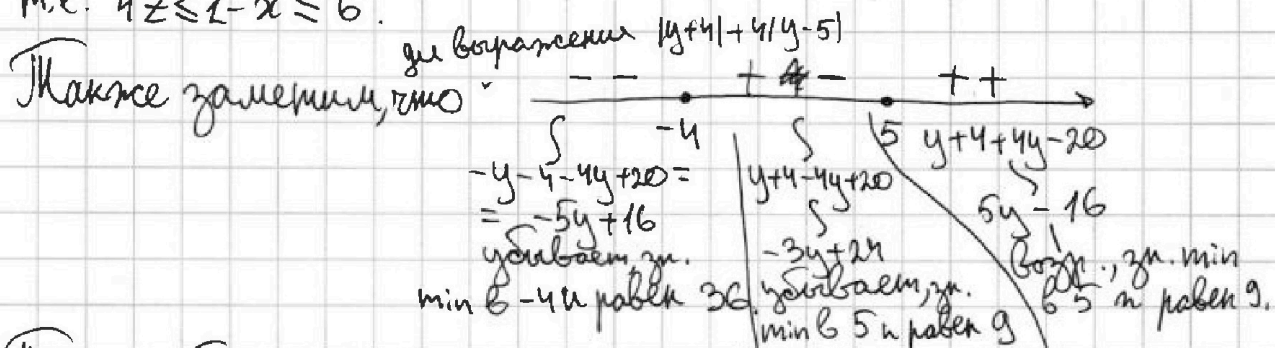
ОДЗ:

$$\begin{cases} x \geq -5 \\ x+4z \leq 1 \\ z^2 \leq 81 \end{cases}$$

$$y+z+4-(x+2)^2 \geq 0.$$

Заметим, что $x \geq -5$, тогда $-x \leq 5$, тогда $1-x \leq 6$, но $4z \leq 1-x$,

т.е. $4z \leq 1-x \leq 6$.



Таким образом $|y+4| + 4|y-5| \geq 9$, но $\sqrt{81-z^2} \leq 9$, т.е. $z^2 \leq 81$,

тогда неравенство перестает переходить в равенство, если $z=0$, а $y=5$, тогда подставим в (1):

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2} \Leftrightarrow \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

Пусть $\sqrt{x+5} = u$, а $\sqrt{1-x} = v$, тогда

$$u-v+4=2uv$$

$$u^2+v^2=6. \Leftrightarrow u^2+v^2-2uv=6+v-u-4 \Leftrightarrow (u-v)^2=(v-u)+2. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (v-u)^2-(v-u)+2=0. \Leftrightarrow (v-u+1)(v-u-2)=0.$$

Если $v-u=1$, т.е. $5=2uv$, $v=\frac{5}{2u} \Rightarrow u^2 + \frac{25}{4u^2} = 6. \Rightarrow$

$$\Rightarrow 4u^4 - 24u^2 + 25 = 0, u^2 = \frac{24 \pm \sqrt{576 - 400}}{8} = \frac{24 \pm \sqrt{4 \cdot 4 \cdot 11}}{8} = 3 \pm \frac{\sqrt{11}}{2}.$$

$$u^2 = 3 + \frac{\sqrt{11}}{2}, \text{ т.е. } x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2}.$$

Если $v-u=2$, т.е. $uv=3$, $v=\frac{3}{u}$, тогда $u^2 + \frac{9}{u^2} = 6$, т.е.

$$u^4 - 6u^2 + 9 = 0, \text{ т.е. } (u^2 - 3)^2 = 0, \text{ т.е. } u^2 = 3, \text{ т.е. } x = -2.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверим возможные x на принадлежность ОДЗ:

ОДЗ:

$$\begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-5, 1]. \text{ Заметим, что } 1 < \frac{\sqrt{11}}{2} < 2, \text{ т.к. } 1 < \frac{11}{4} < 4.$$

~~Если~~ Если $x = -2 - \frac{\sqrt{11}}{2} \in \text{ОДЗ}$, $x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2} \in \text{ОДЗ}$, $x = -2 \in \text{ОДЗ}$.

Получим ответ:

$$\text{Ответ: } (x, y, z) = \left(-2 - \frac{\sqrt{11}}{2}, 5, 0\right), (-2, 5, 0), \left(-2 + \frac{\sqrt{11}}{2}, 5, 0\right).$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3p \cos x + 12 \cos x = 6 \cos^2 x - 6 + 10 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4p \cos^3 x + 12 \cos x = 6 \cos^2 x + 4 \Leftrightarrow p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (p-1) \cos^3 x + (\cos x - 1)^3 = 0 \Leftrightarrow (\sqrt[p-1]{\cos x})^3 = (1 - \cos x)^3$$

Заметим, что функция $f(x) = x^3$ монотонно возрастает, значит уравнение эквивалентно следующему:

$$\sqrt[p-1]{\cos x} = 1 - \cos x \Leftrightarrow \cos x (\sqrt[p-1]{\cos x} + 1) = 1.$$

Если $\sqrt[p-1]{\cos x} + 1 = 0$, т.е. $p=0$, то $0=1$ - реш. нет. $p \in (1; 2)$.

Если $\frac{1}{\sqrt[p-1]{\cos x}} > 1$, то $\frac{1}{p-1} > 1 \Leftrightarrow \frac{p+2}{p-1} > 0 \Leftrightarrow p \in (0; 1)$ - реш. нет.

Если $\frac{1}{\sqrt[p-1]{\cos x}} < -1$, то $\frac{1}{p-1} < -1 \Leftrightarrow \frac{p}{p-1} < 0 \Leftrightarrow p \in (0; 1)$ - реш. нет.

Таким образом, если $p \in [0; 2)$, то

Если $\frac{1}{1 + \sqrt[p-1]{\cos x}} > 1$, т.е. $\frac{-\sqrt[p-1]{\cos x}}{1 + \sqrt[p-1]{\cos x}} > 0$, т.е. $\sqrt[p-1]{\cos x} \in (-1; 0)$, т.е. $p \in (0; 1)$ - реш. нет.

Если $\frac{1}{1 + \sqrt[p-1]{\cos x}} < -1$, т.е. $\frac{\sqrt[p-1]{\cos x} + 2}{\sqrt[p-1]{\cos x} + 1} < 0$, т.е. $\sqrt[p-1]{\cos x} \in (-2; -1)$, т.е. $p \in (-7; 0)$ - реш. нет.

Таким образом, если $p \in (-7; 1)$ - реш. нет.

Если $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$, то $x = \pm \arccos\left(\frac{1}{1 + \sqrt[p-1]{\cos x}}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

Ответ: $x = \pm \arccos\left(\frac{1}{1 + \sqrt[p-1]{\cos x}}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$, если $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$.

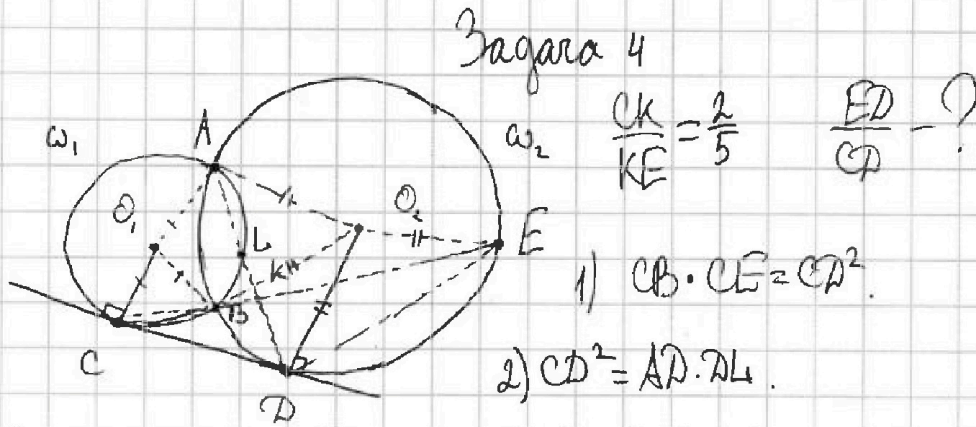


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) $CB \cdot CE = CD^2$.

2) $CD^2 = AD \cdot DL$.

3) Заметим, что $O_1C = O_1B = O_1A$, $O_2A = O_2B = O_2D = O_2E$.

4) $O_1O_2 \perp AB$, т.к. O_1AO_2B - диаметр.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

$$a < b$$

$$b - a \neq 3$$

$$(a-c)(b-c) = q^2, q - \text{прост.} \quad \text{или } a-c=q, b-c=q, \text{ но тогда } a=b-$$

$$a^2 + b = 710. \quad \text{— противоречие, или } a-c=q^2, b-c=1,$$

~~$$a^2 + b = 710$$~~ но тогда $a = q^2 + c, b = 1 + c$. Очевидно, что $q^2 > 1$,

тогда $a > b$ — противоречие, или $b-c = -q^2, a-c = -1$, но тогда

$$a > b \text{ — противоречие. Остаются 2 случая: } \begin{cases} b-c=q^2 & \text{II: } a-c=-q^2 \\ \text{I: } a-c=1 & \text{I: } b-c=-1 \end{cases}$$

$$\text{I: } c = a - 1, \text{ тогда } b - a + 1 = q^2, \quad b = 710 - a^2, \text{ тогда}$$

~~$$710 - a^2 - a + 1 = q^2 \Leftrightarrow 711 - a^2 - a = q^2$$~~
$$a < 710 - a^2.$$

~~$$a^2 + a - 710 \leq 0$$~~ Решим (*): $a^2 + a - 711$, т.е. $a = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 711 - 4q^2}}{2} =$

~~$$a \in \left(\frac{-1 - \sqrt{2845 - 4q^2}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{2845 - 4q^2}}{2} \right)$$~~
$$= \frac{-1 \pm \sqrt{2845 - 4q^2}}{2}$$
. Не трудно заметить, что

$$q^2 < \frac{2845}{4} = 711 + \frac{1}{4}. \text{ Но } 29^2 = 841, \text{ а } 23^2 = 529. \text{ Значит } q \leq 23.$$

$$q = 23 \Rightarrow \frac{2845}{4} - \frac{2116}{729} = 27^2, \text{ т.е. если } q = 23, \text{ то } a = \frac{-1 \pm 23}{2} = \begin{bmatrix} 11 \\ -12 \end{bmatrix}$$

$$q = 19 \Rightarrow \frac{2845}{4} - \frac{1444}{1401} \sim \text{не кв.}, \quad q = 17 \Rightarrow \frac{2845}{4} - \frac{1156}{1689} \sim \text{не кв.}, \quad q = 13 \Rightarrow \frac{2845}{4} - \frac{676}{2169} \sim \text{не кв.}$$

$$q = 11 \Rightarrow \frac{2845}{4} - \frac{484}{2361} \sim \text{не кв.}, \quad q = 7 \Rightarrow \frac{2845}{4} - \frac{196}{2609} \sim \text{не кв.}, \quad q = 5 \Rightarrow \frac{2845}{4} - \frac{100}{2745} \sim \text{не кв.}$$

$$q = 3 \Rightarrow \frac{2845}{4} - \frac{36}{2809} = 53^2, \text{ т.е. } a = \frac{-1 \pm 53}{2} = \begin{bmatrix} 26 \\ -27 \end{bmatrix}, \quad q = 2, \text{ значит } \frac{2845}{4} - \text{не кв.}$$

Таким образом, для I случая у нас 4 вар. на a , это $\begin{bmatrix} -27 \\ -17 \\ 11 \\ 26 \end{bmatrix}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II: Если же $\begin{cases} a-c = -q^2 \\ b-c = -1 \end{cases} \Rightarrow c = b+1$, тогда $a-b-1 = -q^2$, т.е.
 $a - 710 + a^2 - 1 = -q^2$, т.е. $a^2 + a - 711 + q^2 = 0$. Мы получим
 такое же уравнение, как и в случае (I), а значит и получим

те же самые значения "a", а значит и значения "b".
 Для I:
 Если $a = -27$, то $b = 710 - 27^2 = 710 - 729 = -19$, значит $c = -28$,
 т.е. пара a, b, c $-27, -19, -28$ ~ удовл. усл.
 Если $a = -12$, то $b = 710 - 144 = 566$, $c = -13$ ~ удовл. усл.
 Если $a = 11$, то $b = 710 - 121 = 589$, $c = 10$ ~ удовл. усл.
 Если $a = 26$, то $b = 710 - 676 = 34$, $c = 25$ ~ удовл. усл.

Для II:
 $a = -27, b = -19, c = -18$ ~ угр.
 $a = -12, b = 566, c = 567$ ~ угр.
 $a = 11, b = 589, c = 590$ ~ угр.
 $a = 26, b = 34, c = 35$ ~ угр.

Ответ: $(a, b, c) = (-27, -19, -28), (-12, 566, -13), (11, 589, 10), (26, \overset{34}{\cancel{710}}, 25),$
 $(-27, -19, -18), (-12, 566, 567), (11, 589, 590), (26, 34, 35)$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1. ЧЕРНОВИК

Пусть $\sqrt{(25x-9)(x-6)} = b$, тогда $x+3 = q^2 b$, а $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = q^8 b$. Заметим, что $\frac{(q^2 b)^3}{q^8 b} = b^2$, тогда получим уравнение:

$$\frac{(x+3)^3}{\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}} = (25x-9)(x-6).$$

$\frac{(q^2 b)^4}{(q^8 b)^2} = (b)^2$, тогда получим следующее уравнение на x :

$$\frac{(x+3)^4}{(25x-9)(x-6)^3} = (25x-9)(x-6) \Rightarrow (x+3)^4 = \frac{(25x-9)^2}{(x-6)^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+3)^2}{(x-6)^3} = \frac{25x-9}{(x-6)} \quad \text{Если } x > 6: (x+3)^2 = \frac{(25x-9)^2}{x-6} \Leftrightarrow$$

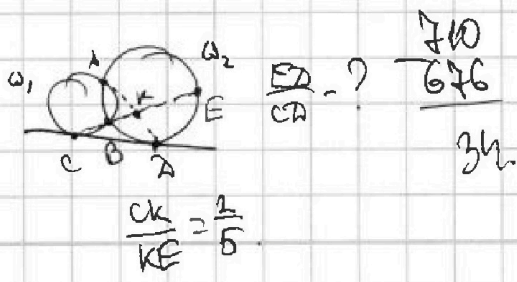
$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+3)^2 = \frac{25x-9}{x-6} \\ (x+3)^2 = -\frac{25x-9}{x-6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^3 - 27x - 54 = 25x - 9 & f(x) = x^3 - 52x - 45 = 0_{14} \\ x^3 - 27x - 54 = -25x + 9 & g(x) = x^3 - 2x - 63 = 0_{12} \end{cases}$$

Сравним на x : $x \in (-\infty, \frac{9}{25}] \cup (6; +\infty)$. Тогда заметим, что

~~$f(x) = 5x^2 - 5x$~~ ~~Область~~

$$\begin{array}{r} (30-3) = 900 - \\ - 910 \\ 910 \\ - 144 \\ \hline 566 \\ 578 \\ \hline 8852 \end{array}$$

$$(25+1) = 625 + 50 + 1 = 676.$$



$$\frac{710}{676} = ?$$

34.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)^2} = a.$$

ЧЕРНОВИК

$$x+3 = q^2 a$$

$$(x-3)^2 = q^8 a^3$$

$$\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^2}} = q^8 a$$

$$\frac{(x+3)^3}{q^8 a} = a.$$

$$\sqrt{\frac{25x-9}{(x+3)^2}} = q^8 b.$$

$$x+3 = q^2 b.$$

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)^2} = b.$$

$$\frac{q^{16} b^4}{q^{16} b^2} = b^2.$$

$$1-p+1.$$

$$\frac{p-2}{p-1} < 0$$

$$p \in (1, 2).$$

$$(x^2+6x+9)(x-6) = x^3 + 6x^2 + 9x - 6x^2 - 36x - 54 = x^3 - 27x - 54.$$

$$125 - 260 - 45.$$

~~$$225 - 115 - 52 \cdot 15 - 3 \cdot 15.$$~~

~~$$225 - 52.$$~~

~~$$3x^2 - 52.$$~~

~~$$225 + 52 + 52 + 52 + 52.$$~~

$$\sqrt{\frac{52}{3}}$$

$$\frac{52}{3} \sqrt{\frac{52}{3}} - \frac{52}{3} \sqrt{\frac{52}{3}}$$

$$q^{16} b^4 = q^8 b \cdot b^3.$$

$$(25x-9)(x-6) \geq 0.$$

$$x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup \frac{6}{5} (6; +\infty).$$

$$\cos 3x = \cos x \cdot \cos(2\cos^2 x - 1) - 2 \sin x \cdot \cos x \cdot \sin x (1 - \cos^2 x)$$

$$= 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos + 2\cos^3 x = 4\cos^3 x - 3\cos x.$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x = 6 \cos 2x + 10.$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos x = 6 \cos 2x + 10.$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x + 4.$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos x = 3 \cos^2 x + 1.$$

$$(x+3)^4 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^2}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}$$

$$x+4z \leq 1$$

$$2\sqrt{y+z+4-(x-2)^2}$$

$$x \geq -5$$

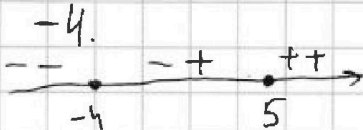
$$1-x \leq 6$$

ЧЕРНОВИК

$$4z \leq 1-x$$

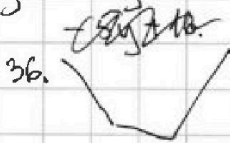
$$4z \leq 6$$

$$z \leq \frac{3}{2}$$



569 |

$$-y-4 \leftarrow 4y+20$$



$$\begin{array}{r} 2845 \overline{) 5} \\ 25 \\ \underline{39} \\ 30 \\ \underline{45} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2845 \overline{) 4} \\ 28 \\ \underline{45} \end{array}$$

$$5 \cdot 569$$

$$2500 + 2 \cdot 3 \cdot 50 + 9$$

$$(25-1)^2 = 625 - 50 + 1 = 576$$

$$4 \cdot 19 + 4 \cdot 25 = 4 \cdot 44 = 4 \cdot 4 \cdot 11$$

$$(30-1)^2 = 900 - 60 + 1$$

$$\begin{array}{r} 711 \quad 14 \\ 2800 + 44 \end{array}$$

$$(20-1)^2 = 400 - 40 + 1$$

$$2500 + 2 \cdot 3 \cdot 50 + 9$$

$$2 < \frac{11}{4} < 3$$

$$a^2 + a + q^2 = 711$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{2845 - 4q^2}}{2}$$

$$-4q^2 +$$

$$\begin{array}{r} 2845 \overline{) 3} \\ 27 \\ \underline{14} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 119 \\ 14 \\ 189 \end{array}$$

$$(20-1)^2 = 400 - 40 + 1$$

$$2500 + 300 + 9$$

$$b-a \neq 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a^2 + b = 710$$

$$\begin{array}{l} a-c = -q^2 \\ b-c = -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} b-c = -q^2 \\ a-c = -1 \end{array}$$

$$a-c = -1$$

$$\begin{array}{l} a-c = -q^2 \\ b-c = -1 \end{array}$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{1+2840}}{2}$$

$$40 \cdot 40 = 1600$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ 204 \\ \underline{41} \\ 164 \\ \underline{164} \\ 0 \end{array}$$

$$2841$$

$$\begin{array}{r} 2841 \\ 46 \\ \underline{225} \\ 180 \\ \underline{180} \\ 0 \end{array}$$

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 529 \\ \underline{13} \\ 2116 \end{array}$$

$$529 \cdot 811$$

$$4$$

$$27$$

$$27$$

$$189$$

$$54$$

$$423$$

$$(80+1) = 1600 + 100 + 1$$