



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 21

пусть $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ - члены арифм. прогрессии, d - разность арифм. прогрессии

Тогда по условию: $a_1 = 12 - 12x$, $a_4 = (x^2 + 4x)^2$, $a_8 = -6x^2$

Поскольку это арифм. прогрессия, то:

$$a_1 = a_1, a_2 = a_1 + d, a_4 = a_1 + 3d, a_8 = a_1 + 7d \quad (a_n = a_1 + d(n-1))$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда: } a_8 - a_2 &= a_1 + 7d - a_1 - d = 6d \\ -6x^2 - 12 + 12x &= 6d \\ d &= 2x - x^2 - 2 \end{aligned}$$

$$\text{Тогда } a_1 = a_2 - d = 12 - 12x - 2x + x^2 + 2 = x^2 - 14x + 14$$

$$\Rightarrow a_4 = a_1 + 3d =$$

$$(x^2 + 4x)^2 = a_1 + 3d$$

$$(x^2 + 4x)^2 = x^2 - 14x + 14 + 3 \cdot (2x - x^2 - 2)$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 = x^2 - 14x + 14 + 6x - 3x^2 - 6$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 = -2x^2 - 8x + 8$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

Потенциальные корни: $\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8$

$$1: 1 + 8 + 18 + 8 - 8 \neq 0 \text{ - не подходит}$$

$$-1: 1 - 8 + 18 - 8 - 8 \neq 0 \text{ - не подходит}$$

$$+2: 2^4 + 2^6 + 18 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 - 8 \neq 0 \text{ - не подходит}$$

$$-2: -2^4 - 8^6 + 18 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2 - 8 = 0$$

$$16 - 64 + 72 - 16 - 8 = 0 \text{ - верно}$$

$$\Rightarrow -2 \text{ - корень.}$$

$$\frac{x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8}{x^2 + 2x^3} \Big| x+2$$

$$\frac{6x^3 + 18x^2}{-6x^3 + 12x^2}$$

$$\frac{-6x^2 + 8x}{6x^2 + 12x}$$

$$\frac{-4x - 8}{-4x - 8}$$

$$\frac{-4x - 8}{0}$$

$$\frac{x^3 + 6x^2 + 6x - 4}{x^2 + 2x^3} \Big| x+2$$

$$\frac{-x^3 + 2x^2}{-4x^2 + 6x}{4x^2 + 8x}$$

$$\frac{-2x - 4}{-2x - 4}$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = (x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4)$$

$$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$$

потенциальные корни: $\pm 1; \pm 2; \pm 4$

± 1 - не подходят (ранее выяснили)

$$+2: 2^3 + 6 \cdot 2^2 + 6 \cdot 2 - 4 \neq 0$$

$$-2: -2^3 + 6 \cdot 2^2 - 12 - 4 = 0 \text{ - верно.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(Задача 24)

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = (x+2)^2(x^2 + 4x - 2) = 0$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$D = 16 + 4 - 2 \cdot 4(-2) = 24$$

$$x_1 = \frac{-4 + \sqrt{24}}{2} = -2 + \sqrt{6}$$

$$x_2 = \frac{-4 - \sqrt{24}}{2} = -2 - \sqrt{6}$$

$$\Rightarrow x = \{-2 + \sqrt{6}; -2 - \sqrt{6}\}; -2$$

проверка:

$$a_1 = x^2 - 14x + 14 = 4 + 28 + 14 = 46$$

$$d = 2x - x^2 - 2 = -4 - 4 - 2 = -10$$

$$a_4 = a_1 + 3d = 46 - 30 = 16$$

$$(x^2 + 4x)^2 = (4 - 8)^2 = 16$$

$$\textcircled{1} x = \sqrt{6} - 2$$

$$a_1 = (\sqrt{6} - 2)^2 - 14(\sqrt{6} - 2) + 14 = 6 - 4\sqrt{6} + 4 - 14\sqrt{6} + 28 + 14 =$$

$$= 52 - 18\sqrt{6}$$

$$d_1 = 2(\sqrt{6} - 2) - (\sqrt{6} - 2)^2 - 2 = 2\sqrt{6} - 4 - 6 + 4\sqrt{6} - 4 - 2 = 6\sqrt{6} - 16$$

$$a_4 = 52 - 18\sqrt{6} + 3(6\sqrt{6} - 16) = 52 - 48 = 4$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2 = (6 - 4\sqrt{6} + 4 + 4\sqrt{6} - 8)^2 = 4$$

$$\textcircled{2} x = -\sqrt{6} - 2$$

$$a_1 = (-\sqrt{6} - 2)^2 - 14(-\sqrt{6} - 2) + 14 = 6 + 4\sqrt{6} + 4 + 14\sqrt{6} + 28 + 14 =$$

$$= 18\sqrt{6} + 52$$

$$d_1 = 2(-\sqrt{6} - 2) - (-\sqrt{6} - 2)^2 - 2 = -2\sqrt{6} - 4 - 6 - 4\sqrt{6} - 4 - 2 =$$

$$= -6\sqrt{6} - 16$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2 = a_1 + 3d$$

$$(6 + 4\sqrt{6} + 4 - 4\sqrt{6} - 8)^2 = 18\sqrt{6} + 52 - 18\sqrt{6} - 48$$

$$4 = 4$$

Ответ: $-\sqrt{6} - 2; \sqrt{6} - 2; -2$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

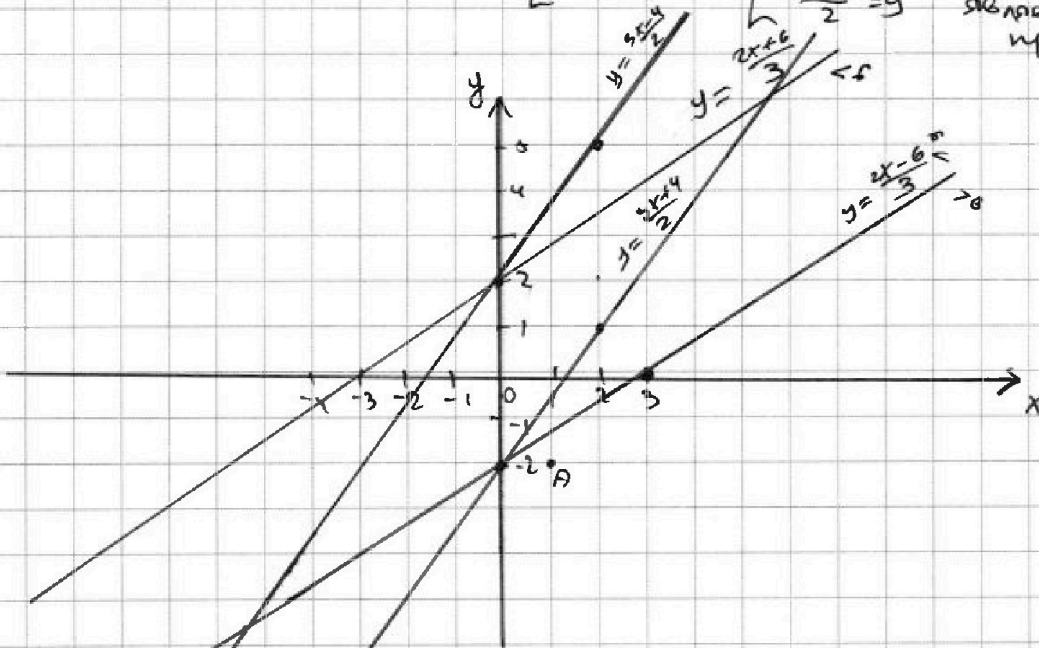
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

задание 02

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

1) $\begin{cases} 2x-3y=6 \\ 2x-3y=-6 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x-6=3y \\ 2x+6=3y \end{cases}$ $\begin{cases} y = \frac{2x-6}{3} \\ y = \frac{2x+6}{3} \end{cases}$ - графики прямых

2) $\begin{cases} 3x-2y=4 \\ 3x-2y=-4 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{3x-4}{2}=y \\ \frac{3x+4}{2}=y \end{cases}$ - графики прямых



1) $2x-3y = 2+6=8$
 $A(1; -2)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(Задание 3)

$m, n \in \mathbb{N}$; p, q - простые.

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

① $A = 17p^2$; $B = 15q^2$

$$17p^2 = (m-2n)(m-2n+13) \quad ; \quad m-2n < m-2n+13$$

\Rightarrow возможные варианты:

$$m-2n < m-2n+13$$

1) $1 \quad 17p^2$

2) $p \quad 17p$

3) $p^2 \quad 17$

4) $17 \quad p^2$

} в зависимости от p .

Рассмотрим все варианты:

1) $m-2n = 1$

$$17p^2 = 1 \cdot (1+13)$$

$$17p^2 = 14 \text{ - неверно.}$$

2) $m-2n = p$

$$17p^2 = p \cdot (p+13)$$

$$p+13 = 17p$$

$$13 = 16p \text{ - неверно}$$

3) $m-2n = p^2$

$$17p^2 = p^2(p^2+13)$$

$$p^2+13 = 17$$

$$p^2 = 4$$

$$p = 2, \text{ т.к. } p > 0$$

$$\Rightarrow m-2n = 4$$

$$m = 2(2+n)$$

\Rightarrow проверим пункт 3-ий вариант.

$$B = mn(m-2n-2) = 15q^2$$

$$2(2+n) \cdot n \cdot (4-2) = 15q^2$$

$$4 \cdot (2+n) \cdot n = 15q^2 \quad 15 \nmid 4 \Rightarrow q^2 \nmid 4, \text{ т.к.}$$

q - простое, а простым может быть только одно чет, то $q = 2$.

$$(2+n) \cdot n = 15$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$(n+5)(n-3) = 0$$

$$\begin{cases} n = 3 \\ n = -5 \end{cases} \text{ - не подходит, т.к. } n \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow n = 3 \quad m = 2(2+n) = 2(2+3) = 10$$

$$\Rightarrow m = 10, n = 3 \text{ при } p = q = 2.$$

4) $m-2n = 17$

$$17p^2 = 17 \cdot (17+13) = 17 \cdot 30 \Rightarrow p^2 = 30 \text{ - неверно.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(Задание 3)

② Если $B = 17p^2$; $A = 15q^2$

$(m-2n)(m-2n+13) = 15q^2$, так как $(m-2n < m-2n+13)$

рассмотрим
возможные
случаи:

$m-2n / \mid m-2n+13$
1) 1
2) $15q^2$

$m-2n < m-2n+13$

1)	1	$15q^2$	
2)	q	$15q$	
3)	3	$5q^2$	$5q > 3q$
4)	5	$3q^2$	$3q^2 > 5$
5)	$3q$	$5q$	
6)	q^2	15	зависит от q (не всегда $q^2 > 15$)
7)	15	q^2	

1) $m-2n = 1$
 $(m-2n)(m-2n+13) \neq 15q^2$
 $1(1+13) = 15q^2$
 $14 = 15q^2$ - неверно, т.к. q - простое.

2) $m-2n = q$
 $q(q+13) = 15q^2$
 $q^2 + 13q = 15q^2$
 $14q^2 - 13q = 0$
 $q(q - \frac{13}{14}) = 0$
 $\begin{cases} q = 0 \\ q = \frac{13}{14} \end{cases}$ - неверно, т.к. q - простое.

3) $m-2n = 3$
 $(m-2n)(m-2n+13) = 15q^2$
 $3(3+13) = 15q^2$
 $3 \cdot 16 = 15q^2$
 $16 = 5q^2$ - неверно, т.к. q - простое.

5) $m-2n = 3q$
 $3q(3q+13) = 15q^2$
 $39q = 15q^2 - 9q^2$
 $6q^2 - 39q = 0$
 $3q \cdot 3q(3q-13) = 0$
 $\begin{cases} q = 0 \\ 3q = 13 \end{cases}$ - неверно, т.к. q - простое.

4) $m-2n = 5$
 $5(5+13) = 15q^2$
 $5 \cdot 18 = 15q^2$
 $5 \cdot 9 \cdot 2 = 15q^2$
 $6 = q^2$ - неверно, т.к. q - простое.

6) $m-2n = q^2$, $m-2n+13 = 15$
 $m-2n = 2$
 $\Rightarrow q^2 = 2$ - неверно, т.к. q - простое.

7) $m-2n = 15$
 $15(15+13) = 15q^2$
 $28 = q^2$ - неверно, т.к. q - простое.

\Rightarrow подходит только $(m;n) = (10; 6)$ при $q = p = 2$
 Ответ: $(10; 6)$ $(10; 3)$ (при $q = p = 2$)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(Задание 4)

8) $\triangle ABC$: по т. косинусов;

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos 2\alpha$$

$$BC^2 = 6^2 + 18^2 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \frac{1}{3}$$

$$BC^2 = 36 + 324 + 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \frac{1}{3}$$

$$BC^2 = 360 + 24$$

$$BC^2 = 384$$

$$BC = 8\sqrt{6}$$

Ответ: $BC = 8\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4

Дано:

$\triangle ABC$

АХ - бисс-са

М - сер. ВС

$(MY) \parallel AX$

$MY \cap AC = Z$

$MY \cap (AB) = Y$

$AC = 18$

$AZ = 6$

$YZ = 8$

Найти:

ВС - ?

Решение:

① $AC = AZ + ZC$; $AC = 18$

$AZ = 6 \Rightarrow ZC = 12$

② Проведем через т. С прямую, параллельную АХ.

$AX \parallel TC \parallel YM$; $TC \perp (AB) = T$.

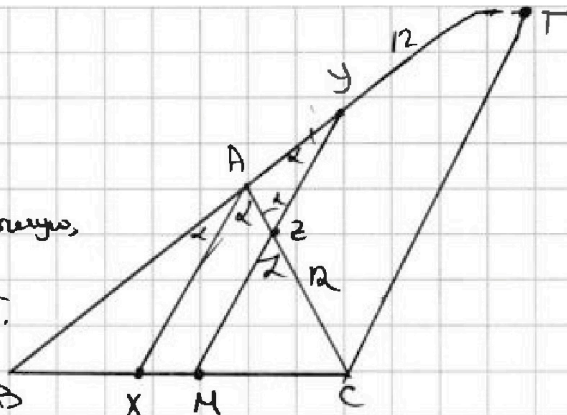
③ Пусть $\angle BAX = \angle XAC = \alpha$.

тогда: $\angle YCM = \alpha = \angle BAX$ (как ^{соответственные} ~~накрест лежащие~~)

$\angle MZC = \alpha = \angle XAC$ (как ^{соответственные} ~~накрест лежащие~~)

$\Rightarrow \angle MZC = \angle AZY = \alpha$ (как вертикальные)

$\Rightarrow \triangle ZAY - \text{р\i} \text{б}$ (т.к. $\angle AZY = \angle AYZ = \alpha$) $\Rightarrow AZ = AY = 6$.



④ $\triangle CAT$: $\angle AZY = \angle ACT = \alpha$ (как ~~внутр.~~ ^{соответственные} при параллельных прямых $CT \parallel ZY$ $ZY \in MY$, $MY \perp AX$)

$\angle ATC = \angle AYZ = \alpha$ аналогичным образом.
 $\Rightarrow \triangle CAT - \text{р\i} \text{б}$ т.к. $\angle ACT = \angle ATC = \alpha$) $\Rightarrow AT = AC = 18$

⑤ $\triangle ZAY \sim \triangle CAT$ (по 2-м углам).

$$k = \frac{AZ}{AC} = \frac{YA}{AT} = \frac{ZY}{TC} \neq$$

$$k = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}; \Rightarrow ZC = 12(AC - AZ)$$

$$\Rightarrow YT = 12, \quad (\text{т.к. } AT = AC;$$

$$\Rightarrow YT = AT - AY$$

$$YT = 18 - 6 = 12)$$

⑥ $\triangle CBT$: $MY \parallel CT$; М - середина ВС \Rightarrow

Y - середина BT. $\Rightarrow BY = YT = 12$

(по т. Фалеса)

$$BY = BT + TY = 12$$

$$BY = 6 + BT = 12$$

$$BT = 6$$

⑦ $\triangle AZY$: по т. косинусов: $AZ^2 = AY^2 + YZ^2 - 2AY \cdot YZ \cdot \cos \alpha$

$$6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha; \quad 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha = 64 \quad 12 \cos \alpha = 8; \quad \cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \cos 2\alpha = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(задание 5) $7 - 25 = 4(x+4)(3-x) - 18\sqrt{x+4}\sqrt{3-x}$
 $-18 = 4(x+4)(3-x) - 18\sqrt{x+4}\sqrt{3-x}$
 $-9 = 2(x+4)(3-x) - 9\sqrt{x+4}\sqrt{3-x}$
 $9\sqrt{x+4}\sqrt{3-x} = 2(x+4)(3-x) + 9$
 $81(x+4)(3-x) = 4(x+4)^2(3-x)^2 + 36(x+4)(3-x) + 81$

$$4(x+4)^2(3-x)^2 - 45(x+4)(3-x) + 81 = 0$$

$$4(x+4)^2(x-3)^2 + 45(x+4)(x-3) + 81 = 0$$

Замена: $(x+4)(x-3) = t$

$$4t^2 + 45t + 81 = 0$$

$$D = 45^2 - 4 \cdot 81 = 9^2 \cdot 5^2 - 16 \cdot 9^2 = 9^2(25 - 16) = 9^2 \cdot 9$$

$$\sqrt{D} = 27$$

$$t_1 = \frac{-45 - 27}{8} = -9$$

$$t_2 = \frac{-45 + 27}{8} = -\frac{9}{4}$$

Обратная замена:

$$\begin{cases} x^2 + x - 12 = -9 \\ x^2 + x - 12 = -\frac{9}{4} \end{cases} \begin{cases} x^2 + x - 3 = 0^{(1)} \\ x^2 + x - 9,75 = 0^{(2)} \end{cases}$$

(1) $x^2 + x - 3 = 0$

$$D = 1 - 4(-3) = 13$$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} < 0, \text{ и } x_2 = 0$$

$$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}, \frac{\sqrt{13} - 1}{2} < 3 \text{ - подходит}$$

(2) $x^2 + x - 9,75 = 0$

$$D = 1 - 4(-9,75) = 1 + 4(9 + \frac{3}{4}) = 1 + 36 + 3 = 40$$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{40}}{2} < 0 \text{ - не подходит}$$

$$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{40}}{2} = \frac{-1 + 2\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10} - 0,5 < 3$$

Ответ: $(\frac{\sqrt{13}-1}{2}, \frac{\sqrt{13}-1}{2}), (\sqrt{10}-0,5, \sqrt{10}-0,5)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задание 5

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \quad (*) \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 \quad (**) \end{cases}$$

$x, y \geq 0$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3 \geq y \\ x \geq -4 \end{cases} \begin{cases} x \geq 0 \\ 3 \geq y \geq 0 \end{cases}$$

$$(**): 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2$$

$$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + \sqrt[4]{3}(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

$$2(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4) + 4(x-y)(x+y) + \sqrt[4]{3}(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

$$2(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4 + 2x + 2y) + \sqrt[4]{3}(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

$$2(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y})(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y})(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4 + 2x + 2y) + \sqrt[4]{3}(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

$$2(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y})(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y})(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y})(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4 + 2x + 2y + \frac{\sqrt[4]{3}}{2}) = 0$$

ТАК КАК $x \geq 0$; и $y \geq 0$, то

$$x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4 + 2x + 2y + \frac{\sqrt[4]{3}}{2} > 0.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y} = 0 \\ \sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y} = 0 \\ \sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y} = 0 \end{cases} \begin{cases} x = y \\ x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

Проверим, работает ли наша система при $x=y=0$.

$$\begin{cases} \sqrt{4} - \sqrt{3} + 5 = 2\sqrt{12} \\ 0 + 0 - 0 = 0 - 0 + 0 \end{cases} \begin{cases} 7 - \sqrt{3} = 2\sqrt{12} \\ 0 = 0 \end{cases} \begin{cases} 7 = 5\sqrt{3} - \text{неверно} \\ 0 = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow x=y=0$ - не является решением.

$\Rightarrow x=y \neq 0$

$$\Rightarrow (*) \quad \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} - 5$$

$$x+4 + 3-x - 2\sqrt{x+4}\sqrt{3-x} = 4(x+4) - 5 - 2\sqrt{x+4}\sqrt{3-x}$$

$$7 - 25 = -18 \sqrt{\dots}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = 12 - 12x = a_1 + d$$

$$a_8 - a_2 = 6d = -6x^2 - 12 + 12x$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2 = a_1 + 3d$$

$$d = -x^2 + 2x - 2$$

$$a_8 = -6x^2 = a_1 + 7d$$

$$a_1 = a_2 - d = 12 - 12x + x^2 - 2x + 2 = x^2 - 14x + 14$$

$$a_4 = a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2 = x^2 - 14x + 14 + 3(-x^2 + 2x - 2)$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 = x^2 - 14x + 14 - 3x^2 + 6x - 6 \quad \text{3y} = 2x - 6 \quad \text{3}$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0 \quad -1, -2, -4, -8$$

22

$$10x + 5y = ? \quad \begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 2x \geq 3y \cdot \frac{3}{2} \\ 3x \geq 4,5y \end{cases} \quad \begin{cases} x^4 - 2^4 + 18 \cdot 2^2 - 8 = 0 \\ -2^3 + 9 - 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} |x - 3y| - 6 \leq 0 \\ 2x - 3y - 6 = 0 \\ -2x + 3y - 6 = 0 \end{cases}$$

$$|2x - 3y| \leq 6 \quad -2^3 + 9 - 1 = 0 \quad -2 - \text{корень} \quad -2x + 3y - 6 = 0$$

1. $2x - 3y$

$$\begin{array}{r} x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 \quad | \quad x + 2 \\ \underline{x^3 + 2x^2} \\ 6x^3 + 18x^2 + 8x - 8 \\ \underline{6x^3 + 12x^2} \\ -4x - 8 \\ \underline{-4x - 8} \\ 0 \end{array}$$

1. $2x - 3y \geq 0$
 $2x \geq 3y \cdot \frac{3}{2}$
 $3x \geq 4,5y$

$$\begin{array}{r} -6x^2 + 18x \\ \underline{-6x^2 + 12x} \\ -4x - 8 \\ \underline{-4x - 8} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^2 &= -4 - 4 \cdot 2 = -10 \\ 4 &+ 28 + 14 \end{aligned} \quad \text{4}$$

$$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$$

-1, -2, -4

$$-2^3 + 6 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 - 4 = 0$$

$x = -2$ - корень

$$-8 + 24 - 12 - 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 6x^2 + 6x - 4 \quad | \quad x + 2 \\ \underline{x^3 + 2x^2} \\ 4x^2 + 6x - 4 \\ \underline{4x^2 + 8x} \\ -2x - 4 \\ \underline{-2x - 4} \\ 0 \end{array}$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 2 = 24$$

$$x_1 = \frac{-4 + 2\sqrt{6}}{2} = -2 + \sqrt{6}$$

$$x_2 = \frac{-4 - 2\sqrt{6}}{2} = -2 - \sqrt{6}$$

36



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1$$

$$a_2 = 12 - 2x = a_1 + d \quad x = ?$$

$$a_3 =$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2 = a_1 + 3d$$

$$a_8 = -6x^2 = a_1 + 7d$$

$$a_1 + 3d - a_1 - d = a_4 - a_2$$

$$a_4 - a_2 = (x^2 + 4x)^2 - 12 + 2x$$

$$a_1 + 7d - a_1 - d = a_8 - a_2$$

$$6d = -6x^2 - 12 + 2x$$

$$6d = 2x - 2 - 6x^2$$

$$a_2 - a_8 = 12 - 2x + 6x^2$$

$$-6d = 6x^2 - 2x + 2$$

$$d = x^2 - 2x + 2$$

$$d = x^2 - 2x + 2$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{12 - 2x - 2x + 2 + 6x^2}{6} = x^2 - 14x + 14$$

~~12 - 2x~~

$$a_3 = \frac{(x^2 + 4x)^2 - 12 - 2x}{2}$$

$$12 - 2x = a_1 + x^2 - 2x + 2$$

$$10 - 10x - x^2 = a_1$$

$$a_1 = 10 - 10x - x^2$$

$$a_3 = \frac{x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12 - 2x}{2}$$

$$a_3 = 0,5x^4 + 4x^3 + 6$$

$$10 - 10x - x^2 + 3(x^2 - 2x + 2) = (x^2 + 4x)^2$$

$$10 - 10x - x^2 + 3x^2 - 6x + 6 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$2x^2 - 16x + 16 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 14x^2 + 16x - 16 = 0$$

корни:

$$-2 \quad 2 \quad -4 \quad 4$$

$$a_1 = 12 - 2x + x^2 - 2x + 2 = 4^4 - 8 \cdot 4^3 + 14 \cdot 4^2 = 16 \cdot 4 - 16 \cdot 8 - 8$$

$$= 14 - 14x + x^2$$

$$a_8 - a_2 = 6d$$

$$-6x^2 + 12x - 12 = 6d$$

$$-x^2 + 2x - 2 = d$$

$$\begin{array}{r} x^4 \\ \underline{16x^4} \\ 16x^3 \\ \underline{16x^4} \\ 16x^3 - 16x^2 \\ \underline{16x^3} \\ 16x^2 - 16x - 16 \end{array}$$

$$256 + 70$$

а₄

$$a_4 = x^2 - 14x + 14 + 3(2x - 2 - x^2) =$$

$$= (x^2 + 4x)^2$$

$$x^2 - 14x + 14 + 6x - 6 - 3x^2 =$$

$$= x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$-2x^2 - 8x + 8 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$2^4 - 2^5 + 18 \cdot 2^2 + 16 - 8$$

$$16 - 32 + 72 - 16 - 8$$

$$16^2 - 16^2 \cdot 2 + 14 \cdot 4^2 - 16 \cdot 5 = 0 \quad 4^4 - 8 \cdot 4^3 + 18 \cdot 4^2 - 8$$

$$16(16 - 32 - 5) + 14 \cdot 4 = 0 \quad 256 - 128 + 112 - 8$$

$$-2 \cdot 16 + 14 \cdot 4$$

$$4^4 - 8 \cdot 4^3 + 18 \cdot 4^2 - 8 \cdot 4 - 8 = 0$$

$$4^3 - 2 \cdot 4^3 + 18 \cdot 4 - 8 - 2 = 0$$

$$-64 + 72 - 8 - 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

$$m-2n = k, k \in \mathbb{Z}$$

$$mn = t$$

$$m-2n = k$$

$$\begin{cases} k(k+13) = 17p^2 \\ k(k-2) = 15q^2 \end{cases} \quad k \in \mathbb{N}$$

$$k = 17l$$

$$\text{или } k+13 = 17l$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$2x^5 + 4x^2 - 4\sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2 \quad y \geq 0$$

$$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + \sqrt{3}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$2(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4 + 2x + 2y) + \sqrt{3}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0, \quad x-y$$

$$x^5 - y^5 = (x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)$$

$$x^5 - 4x^4y + 6x^3y^2 - 4x^2y^3 + y^4x - yx^4 + 4x^3y^2$$

$$(x-y)(x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4) = x^5 - yx^4 - 4x^4y + 4x^3y^2 + 8x^2y^3 - 8x^2y^3 - 4x^2y^3 + 4xy^4 - y^5$$

$$(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)$$

$$x^5 + 4x^4y - 8x^3y^2 + 4x^2y^3 + xy^4 - yx^4 + 8x^2y^3 - 4xy^4 - y^5 = (\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{x})$$

$$x^5 + x^4y - x^3y^2 + x^2y^3 + xy^4 - yx^4 - x^3y^2 + x^2y^3 - xy^4 - y^5 = (\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{x})$$

$$x^5 + x^4y + x^3y^2 + x^2y^3 + xy^4 - yx^4 - x^3y^2 - x^2y^3 - xy^4 - y^5$$

$$(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+y)(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4+2x+2y) + \sqrt{3}(\sqrt{x}-\sqrt{y})$$

\downarrow
 $= 0$ при $x=y=0$

$$(3-x)((x+4) \cdot 1 + 1 + 4\sqrt{x+4})$$

$$(3x+12)4 - 4x(x+4) + 3 + 12\sqrt{x+4} - x - 4x\sqrt{x+4} = x(x+2\sqrt{x+4})$$

$$-81 \quad 55 \quad 45 \quad 36 \quad 12x+48-4x^2-16x+34-x+4\sqrt{x+4} \cdot 3 -$$

$$\sqrt{x}-\sqrt{y} = (\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})$$

$$(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4+2x+2y+\sqrt{3}) \sqrt{3} = 0$$

$\textcircled{1} x=y=0$
 $\textcircled{2} x=y=0$ и др.

$$81 \cdot 25 = 18 \cdot \frac{-18}{8} = \frac{-9}{4}$$

$$81(25+6) = k \cdot y - \text{реш}$$

$$= 81 \cdot 9 \quad y, x - \text{решение}$$

$$-12 + \frac{9}{4} = 2\sqrt{a}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 1 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$2,25-12 \quad x+4 \quad -2\sqrt{(x+4)(3-x)}$$

$$0,25-10 \quad 9,75$$

$$1 + 4 \cdot 3 = \textcircled{13}$$

$$9,9,75+1 \quad 36 + \frac{75 \cdot 4}{100} \quad 36+3+\frac{3}{4} \quad \textcircled{40}$$

$$a^2 - b^2 + 5 = 2ab$$

$$\frac{a+5}{2a+1} = b$$

$$\sqrt{x+4} + 5 = \sqrt{3-x}$$

$$x+4+1+2\sqrt{x+4} = (3-x)(4(x+4) + 4\sqrt{x+4})$$

$$x+4+1+2\sqrt{x+4} = 3-x$$

$$\frac{4(x+4)+1+4\sqrt{x+4}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

по т. косинусов

$$AZ^2 = AY^2 + YZ^2 - 2AYYZ \cos \angle$$

$$6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cos \alpha$$

$$2 \cdot 6 \cdot 8 \cos \alpha = 64$$

$$96 \cos \alpha = 64$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

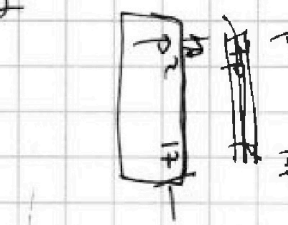
$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

$$\cos 2\alpha = \frac{4}{9} - \frac{8}{9} = -\frac{4}{9}$$

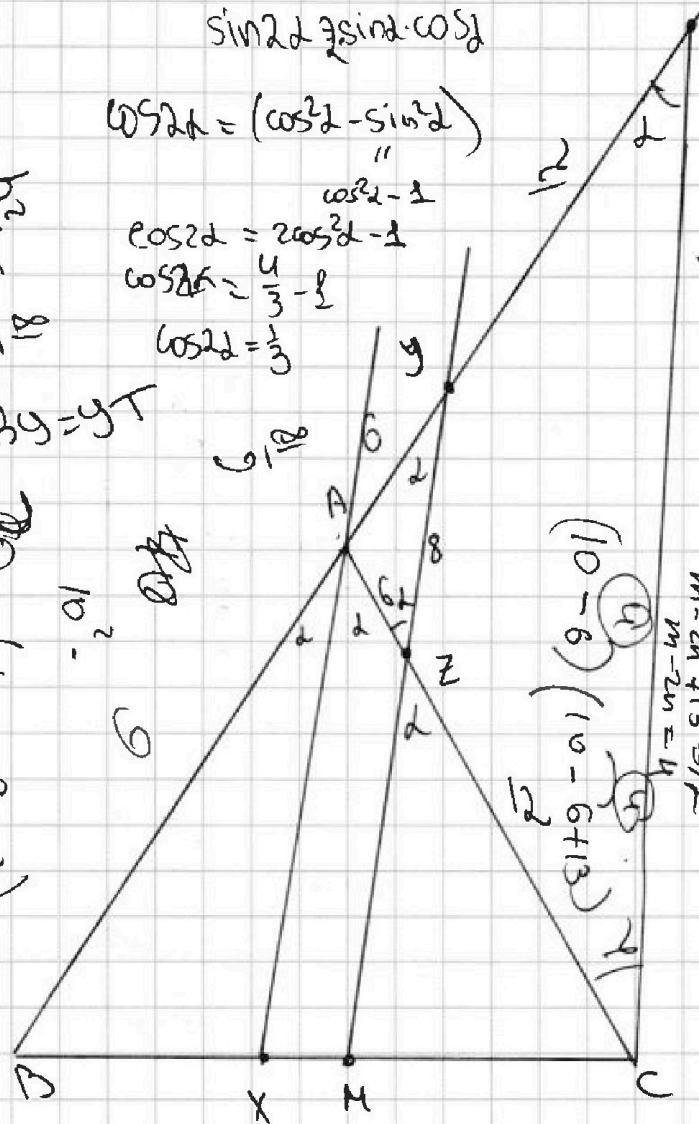
$$\cos 4\alpha = 2 \cos^2 2\alpha - 1$$

$$\cos 4\alpha = 2 \cdot \left(-\frac{4}{9}\right)^2 - 1 = \frac{32}{81} - 1 = -\frac{49}{81}$$



$\frac{1}{2}m$
 6
 $B_y = yT$

$\frac{1}{2}m$
 10
 $\frac{1}{2}m$
 $(10 - 6 - 2)$



$(10 - 6)$
 $(10 - 6 + 13)$
 17
 $m - 2m + 13 = 17$
 $m - 2m = 4$
 $m = 4 + 2m$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n)$$

$$B = m^2n - 2m^2 - 2mn = m^2n(m-2n - 2)$$

$$(m-2n)(m-2n+13) = 17p^2$$

$$(m-2n)(m-2n+13) = 17p^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5
2

$$6^2 = 6^2 + 18^2 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \cos 2$$

$$2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \cos 2 = 8^2$$

$$3 = 2$$

$$\frac{6}{\sin 2} = \frac{8}{\sin(180-2)}$$

$$BY = YC$$

$$\frac{BX}{XC} = \frac{AB}{AC}$$

$$BX = \frac{AB \cdot XC}{AC}$$

$$S_{BAC} = (AB + 6) \cdot XC$$

$$\frac{S_{BAC}}{XC \cdot AB} = \frac{AB + 6}{AB} = \frac{6 \cdot BY}{AB} = \frac{BM \cdot AC}{AB \cdot XC}$$

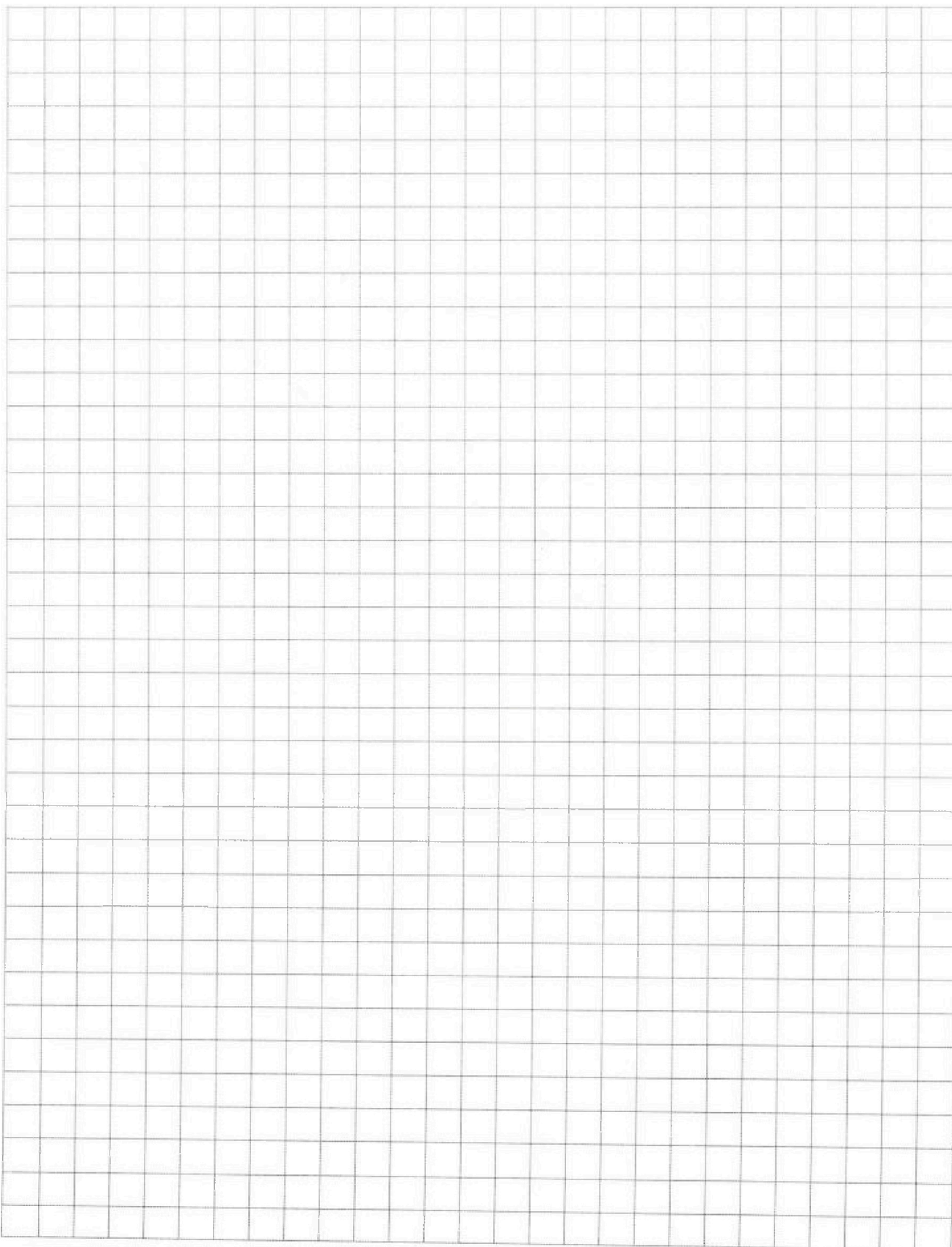


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 24

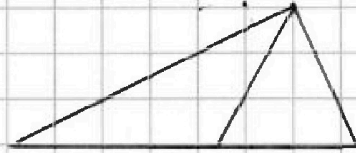
Вино:

$\triangle ABC$

AK-высота

4
2.2 ~~36~~ $\times 36$
39

18
(20-2)(20-2)
400-40-40+4



$$\begin{array}{r} 384 / 4 \\ 36 \quad 96 \\ \hline 24 \quad 96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ + 36 \\ \hline 360 \\ 396 \end{array}$$

324
+ 26.18.1
a c

9.96

96 | 10

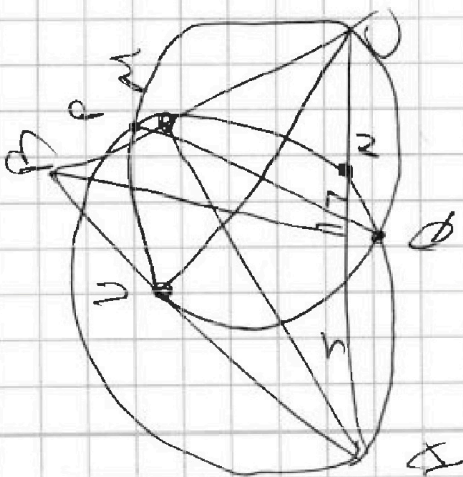
96 = 12 \cdot 8 = 24 \cdot 3

$$\begin{array}{r} 396 / 4 \\ 36 \quad 99 \\ \hline 36 \quad 4.9 \end{array}$$

384 = 4 \cdot 96 = 4 \cdot 32 \cdot 3

2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4
8 \sqrt{6}

a - b + 5 = 24
a + 5 = 10a + 11.0
2a + 1 = 6





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

