



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a_1, a_2, a_3, \dots - арифм прогресс.

d - ее разность

$$a_5 - a_3 = 2d = (x^2 + 2x)^2 - 3x - 3 = x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3$$

$$a_9 - a_5 = 4d = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2 = 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2$$

$$2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 = -x^4 - 4x^3 - x^2$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2) = (x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) =$$

$$= (x+1)^2 (x^2 + 2x - 2) = (x+1)^2 (x+1+\sqrt{3})(x+1-\sqrt{3}) = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 & (1) \\ x = -1 + \sqrt{3} & (2) \\ x = -1 - \sqrt{3} & (3) \end{cases}$$

Проверка:

$$(1): \begin{cases} a_3 = 0 \\ a_5 = 1 \\ a_9 = 3 \end{cases} \quad \checkmark$$

$$(2): \begin{cases} a_3 = -3 + 3\sqrt{3} + 3 = 3\sqrt{3} \\ a_5 = 4 \\ a_9 = 12 - 6\sqrt{3} \end{cases} \quad \checkmark$$

$$(3): \begin{cases} a_3 = -3\sqrt{3} \\ a_5 = 4 \end{cases}$$

$$a_9 = 12 + 6\sqrt{3}$$

$$d = 2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$d = 2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

Ответ: $-1 - \sqrt{3}; -1; -1 + \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$-15 \leq 5x + 15y \leq 15$$

$$-7 \leq 21x - 7y \leq 7$$

$$-22 \leq 16x + 8y \leq 22$$

$$-11 \leq 8x + 4y \leq 11$$

$$8x + 4y \leq 11$$

Равенство достигается при $x = \frac{3}{4}$, $y = \frac{5}{4}$

Ответ: 11



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

I случай

$$A = 75q^2, \quad B = 13p^2$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2$$

У числа $13p^2$ 3 простых делителя $13, p, p$.

Т.е. у $mn(m+n-3)$ тоже 3 пр. делителя

Переберём все случаи с точностью до перестановки

m и n (т.к. выражения симметричны относительно m и n)

1. $m+n-3 = 13p^2$, $m=1$, $n=1$ X
($-1+13p^2$)

2. $m+n-3 = p^2$, $m=13$, $n=1$ X
($1+13p^2$)

3. $m+n-3 = 13p$, $m=p$, $n=1$ X
($p-2+13p$)

4. $m+n-3 = p$, $m=13p$, $n=1$ X
($13p-4+p$)

4.1. $m+n-3 = p$, $m=p$, $n=13$ X
($p+10+p$)

5. $m+n-3 = 13$, $m=p^2$, $n=1$ X
(p^2-2+13)

5.1. $m+n-3 = 13$, $m=p$, $n=p$ X
($2p-16$
Решается)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⑥ $m+n-3=1$ $m=13p^2$ $n=1$ X
 $(13p^2-2=1)$

⑥.1 $m+n-3=1$ $m=p^2$ $n=13$ X
 $(p^2+10=1)$

⑥.2 $m+n-3=1$ $m=13p$ $n=p$ X
 $(14p-3=1)$

II случай:

$A=13p^2$, $B=75q^2$

$(m+n)(m+n-9)=13p^2$

$mn(m+n-3)=75q^2$

$(m+n)(m+n-9)$ имеет 3 крат. делителя 13, p, p

① $m+n=13p^2$ $m+n-9=1$ X
 $(13p^2-9=1)$

② $m+n=p^2$ $m+n-9=13$ X
 (p^2+22)

③ $m+n=13p$ $m+n-9=p$ X
 $(12p+9)$

④ $m+n=13$ $m+n-9=p^2$ ✓
 $p^2=4$
 $p=2$

$mn(m+n-3)=10mn \Rightarrow 75q^2:2 \Rightarrow q=25$

$\Rightarrow mn=30$, а $m+n=13 \Rightarrow (3,10); (10,3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3

$$m+n=p$$

$$m+n-9=13p$$

X

$$(p-9=13p)$$

6

$$m+n=1$$

$$m+n-9=13p^2$$

X

$$(-8=13p^2)$$

Ответ: $(3, 10)$; $(10, 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По т. косинусов для $\triangle ABC$

$$a^2 = 30^2 + 18^2 + 2 \cdot 30 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9}$$

$$a^2 = 900 + 324 + 120$$

$$a^2 = 1344 = 4 \cdot 336 = 4 \cdot 2 \cdot 13^2$$

$$a = 26\sqrt{2}$$

Ответ: $26\sqrt{2}$

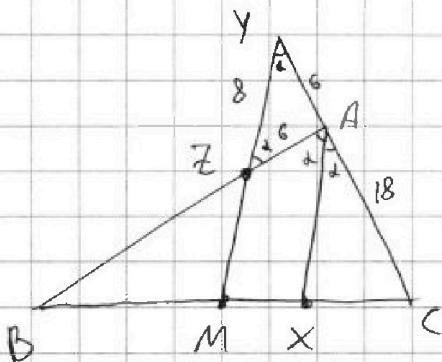
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $\angle BAC = 2\alpha$:

$\angle BAX = \alpha$ (AX - выс.)

$\angle YZA = \angle BAX = \alpha$ (как соответственные)

$\angle ZAY = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 2\alpha$ (как смежные)

$\angle ZYA = 180^\circ - \angle YZA - \angle ZAY = \alpha$ (из $\triangle AYZ$)

$AZ = AY = 6$.

П.к. $AX \parallel YM$, то $\frac{CA}{CY} = \frac{CX}{CM}$

Пусть a, b, c - длины сторон против вершин A, B, C соотв.

$CM = \frac{a}{2}$ (п.к. M - середина)

П.к. AX - выс., то $\frac{BA}{AC} = \frac{BX}{XC}$, значит:

$$BX = \frac{c}{b+c} \cdot a$$

$$CX = \frac{b}{b+c} \cdot a$$

$$\frac{CA}{CY} = \frac{\frac{ab}{b+c}}{\frac{a}{2}} = \frac{2b}{b+c} = \frac{36}{18+c}$$

$$\frac{CA}{CY} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{36}{18+c} = \frac{3}{4} \Rightarrow 18+c=48 \Rightarrow c=30$$

По т. косинусов для $\triangle AYZ$: $64 = 36 + 36 - 2 \cdot 36 \cdot \cos(180^\circ - 2\alpha)$

$$8 = 9 + 9 \cos(180^\circ - 2\alpha)$$

$$\cos(180^\circ - 2\alpha) = \frac{1}{9}$$

$$\cos 2\alpha = -\frac{1}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y} \end{cases}$$

Заметим, что $x^4 + 5x^2 + \sqrt{x}$ на своей области определения $[0; +\infty)$ ^{монотонно} возрастает. Тогда, если мы зафиксируем y , то относительно x уравнение будет не более одного решения (т.к. в правой части константа). Одно решение можно взять, а именно, $x=y$. Значит, $x=y$ $x \geq 0$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-\frac{5}{2}x} = 2\sqrt{6+5x-y^2} - 5$$

$$\cancel{x+1} - \cancel{6-x} - 2\sqrt{x+1}\sqrt{6-x} = 25 + 4(x+1)(6-x) - 20 \cdot \sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$] t = \sqrt{x+1}\sqrt{6-x}, t \geq 0$$

$$-5 - 2t = 25 + 4t^2 - 20t$$

$$4t^2 - 18t + 30 = 0$$

$$2t^2 - 9t + 15 = 0$$

$$D = 81 - 120 = -39 < 0 \quad \text{Значит, решений нет}$$

Ответ: решений нет.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что угол поворота : 90° , т.е. квадрат переходит сам в себя. Заметим, что если 2 раскраски покрутятся друг из друга поворотом, то угол поворота 180° . Пусть это не так, тогда угол поворота либо -90° либо 90° . Значит раскраска не меняется при любом повороте, с углом кратным 90° . Но, т.к.

мы раскрасили ~~все~~ 2 узла, мы не сможем сделать такую раскраску. И.к.: у нас есть центр и 4 "четверти" (см рис.1), у нас 2 белых узла, значит, хотя бы 1 узел в какой-то четверти, И.к. при повороте на $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ рисунок остается таким же, то белый цвет есть во всех четвертях \Rightarrow его всего

был 4 узла.

Если положения совпадают при повороте на 180° , то белые узлы в них симметричны относительно центра.

2	2	2	2	2	1	1	1	1
2	2	2	2	2	1	1	1	1
2	2	2	2	2	1	1	1	1
2	2	2	2	2	1	1	1	1
3	3	3	3	0	1	1	1	1
3	3	3	3	4	4	4	4	4
3	3	3	3	4	4	4	4	4
3	3	3	3	4	4	4	4	4
3	3	3	3	4	4	4	4	4
3	3	3	3	4	4	4	4	4

рис 1.

1,2,3,4 -
показатели
к какой четвр.
они относятся
узла.

0 - центр.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

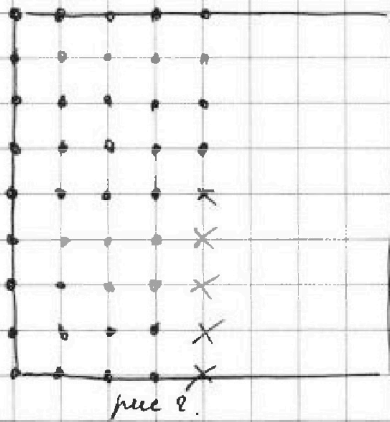
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Посчитаем кол-во раскрасок без учета поворотов:

$$\frac{81 \cdot 80}{2} = 81 \cdot 40 \quad \left(\begin{array}{l} \text{Первый узел 81 способ выбрать,} \\ \text{второй 80. Каждую раскраску посчитали по разу, поэтому делим на 2} \end{array} \right)$$



Посчитаем раскраски, которые центрально симметричны.

Получим, что в любой такой раскраске есть узел отмеченный \bullet (рис 2.) при том же ребре $1 \Rightarrow$

\Rightarrow таких раскрасок 40.

$81 \cdot 40 - 40$ - кол-во раскрасок которых при поворотах на $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ дают разные раскраски

$$\frac{81 \cdot 40 - 40}{4} + \frac{40}{2} \quad \text{— искомый ответ}$$

||
820
Ответ: 820.

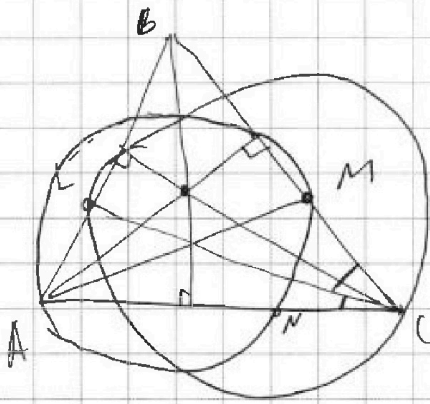


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Осевая высота ^{с учетом вершин}
на Ω и ω



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$mn(m+n-3) = 75q^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$\frac{38}{58} \quad \frac{38}{3}$$

$$114 \quad 2 \cdot m+n = p$$

1. $m+n = 13$

$$m+n-9 = p^2$$

$$mn \cdot 10 = 300$$

$$\cos(180-2\alpha) = \frac{1}{4}$$

$$\frac{114}{144}$$

$$p = 2 \quad 169$$

$m = 10$
 $n = 3$

$$1349 \overline{) 19} \quad m+n = 13p$$

3. $m+n = 13p$

$$m+n-9 = p$$

4. $m+n = 13p^2$
 $m+n-9 = 1$

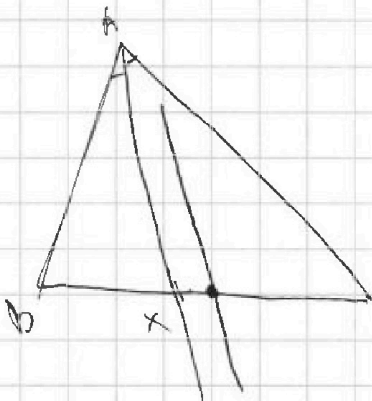
5. $m+n = p^2$
 $m+n-9 = 13$

№8.

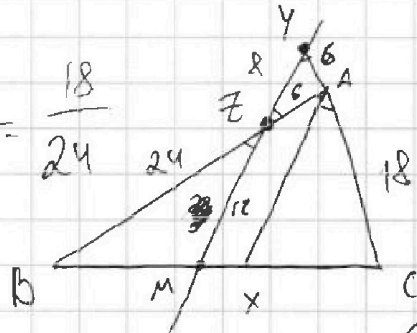
$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2$$

$$\frac{36}{18+b} = \frac{3}{4}$$



$$\frac{18a}{18+b} = \frac{18}{24}$$



$$\frac{12}{18+b} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{18}{12} = \frac{36}{216}$$

$$MZ = \frac{72}{6} = 12$$

$$12\sqrt{10}$$

$$\frac{18}{8} \cdot \frac{8}{MZ} = 2$$

$$64 = 72 - 72 \cos 60^\circ$$

$$300 + 324 + 216 = 1440$$

$$\frac{16 \cdot 16}{8} = MZ$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$mn(m+n-3) = 13p^2$$

$$75 = 5 \cdot 15 = 3 \cdot 5 \cdot 5$$

$$(m+n)(m+n-3) = 75q^2$$

~~13p^2~~ ~~75q^2~~

$$13 \quad p \quad p$$

- ① $m = p, n = p, m+n-3 = 13$
 $n = m = 5$

- ② $m = 13p, n = p, m+n-3 = 1$

- ③ $m = 13p^2, n = 1, m+n-3 = 1$

- ④ $m = 1, n = 1, m+n-3 = 13p^2$

- ⑤ $m = 13, n = p, m+n-3 = p$

- ⑥ $m = 13p, n = 1, m+n-3 = p$

- ⑦ $m = p^2, n = 13, m+n-3 = 1$

- ⑧ $m = p^2, n = 1, m+n-3 = 13$

- ⑨ $m = 13, n = 1, m+n-3 = p^2$

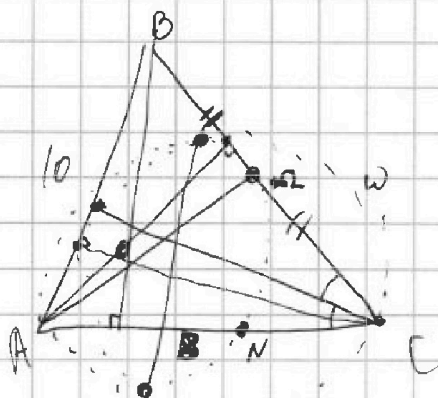


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

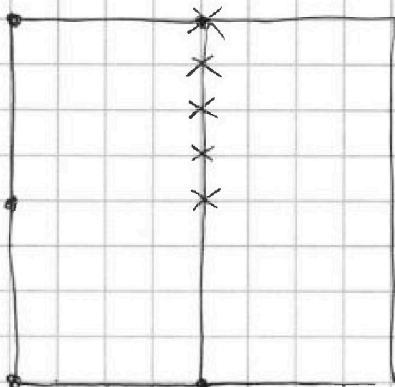
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



81.80



$$\frac{81 \cdot 40 - 40}{4} + 20 = 220$$

~~40~~ 40

$$\frac{81 \cdot 80 + 40}{4} + 20$$

~~81 \cdot 20 - 2~~

$$3(x^2 + 4x^3 + 4x^2 - 3x + 3) = 3x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x - 3 = 3$$

$$81 \cdot 20 - 10 + 20$$

~~1630~~

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$x^4 \quad \sqrt{x^2 + 5\sqrt{x}}^4 - \sqrt{y} = \sqrt{y^2 - \sqrt{x}}, y \leq 6 + 5\sqrt{y}$$

~~225~~

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) = (x^2 + 2,5)^2 - (y^2 + 2,5)^2 = -(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$$

$$x = y$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-9x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)} - 5$$

Ответ: $y = x$

~~$$x+1 + 6-x + 25 = 20$$~~

~~$$x+1 + 6-x - 2\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{6-x} = 4(x+1)(6-x)$$~~

$$3 - \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{6-x} = 2(x+1)(6-x)$$

$$2t^2 + 3t - 3 = 0$$

~~$$t = 1 - 5$$~~

$$\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{6-x} = 1$$

$$(x+1)(6-x) = 1$$

$$-x^2 + 5x + 6 = 1$$

$$x^2 - 5x - 5 = 0$$

$$D = \frac{5 \pm \sqrt{45}}{2}$$

~~$$5 = 20$$~~

$$D = 25 + 20 = 45$$

$$\frac{5 + 3\sqrt{5}}{2} = 2,5 + \frac{\sqrt{45}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 = 3x + 3 = 3x + 3 \quad 0$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2 \quad 1$$

$$a_9 = 3x^2 = 3x^2 \quad 3$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x + 3 = 2d$$

$$3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 = 4d$$

$$2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 = -x^4 - 4x^3 - x^2$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\begin{array}{r|l} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 & x+1 \\ \hline x^4 + x^3 & x^3 + 3x^2 - 2 \end{array}$$

$$3x^3 + 3x^2$$

$$x = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$3x^3 - 3x^2$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$-2x - 2$$

$$\frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$-2x - 2$$

$$(x+1)(x^2 + 2x - 2)$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 3x^2 - 2 & x+1 \\ \hline x^3 + x^2 & x^2 + 2x - 2 \end{array}$$

$$2x^2$$

$$2x^2 + 2x - 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N 2 \quad -1 \pm \sqrt{3}$$

$$-1 + \sqrt{3}$$

$$1 - 2\sqrt{3} - 3 = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$2 + \sqrt{3}$$

$$-3 + \sqrt{3}$$

$$-3 - \sqrt{3}$$

$$7 + 4\sqrt{3}$$

$$2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$4 + 4\sqrt{3}$$

$$7 - 4\sqrt{3}$$

$$12 - 3\sqrt{3}$$

$$12 + 3\sqrt{3}$$

$$2 - \sqrt{3}$$

$$|x - 3y| \leq 3$$

$$|3x - y| \leq 1$$

$$a(x - 3y) + b(3x - y)$$

$$ax +$$

$$-3 \leq x - 3y \leq 3$$

$$x - 3y = -3$$

$$3x - y = 1$$

$$(a + 3b) = 8$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$-3 + 9y = 9$$

$$(-3a - b) = 4$$

$$3x - y = 1$$

$$a = 8 - 3b$$

$$-7 \leq 21x - 7y \leq 7$$

$$2y = 10$$

$$y = \frac{5}{4}$$

$$-24 + 9b - b = 4$$

$$8b = 28$$

$$15 \leq -5x + 15y \leq -15$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$b = 3,5$$

$$-22 \leq 16x + 8y \leq 22$$

$$16x + 8y \leq 11 \cdot 2$$

$$a = -2,5$$

$$m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

