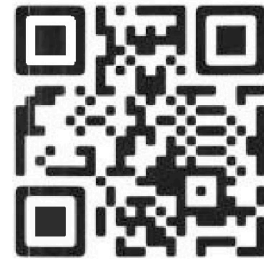




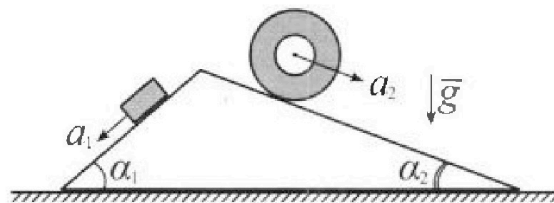
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 6g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $2m$ с ускорением $a_2 = g/4$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

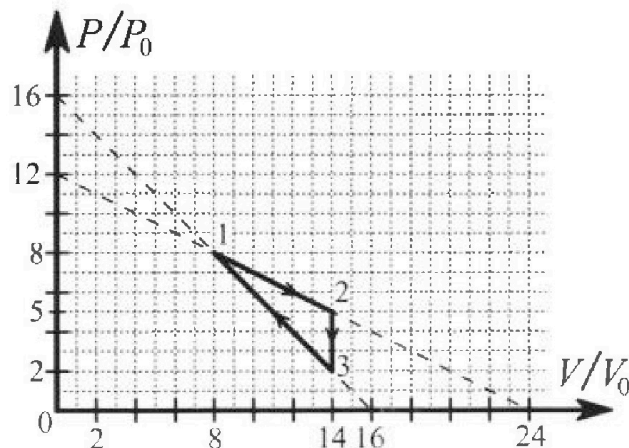


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ вы разить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

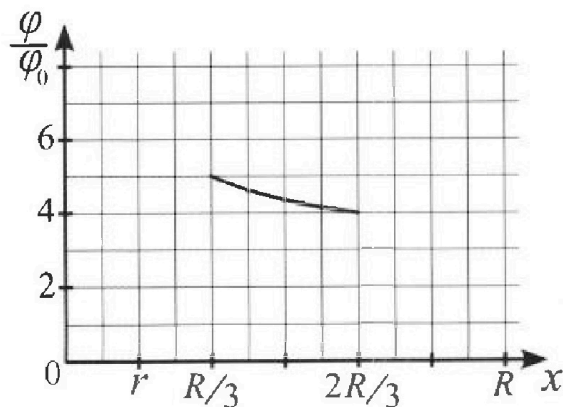
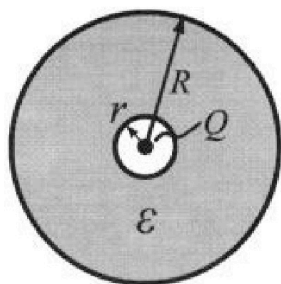
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала ϕ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь ϕ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 5R/6$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





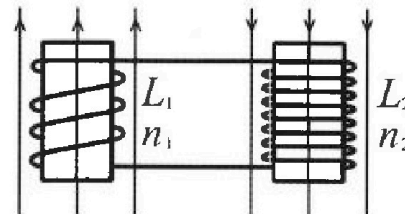
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

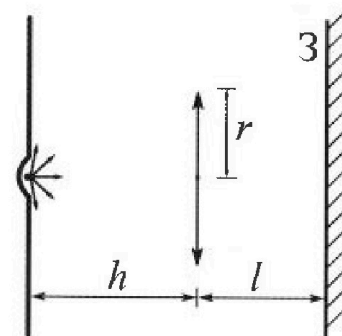


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 16L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 4n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $3B_0$ до $9B_0/4$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 5$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало $З$. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[см^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



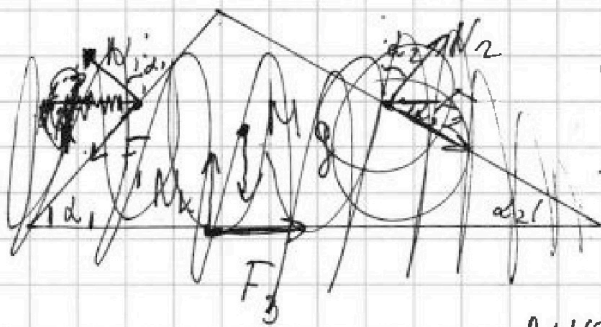
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



пусть Mg - шло места
действующая на клин

y_k

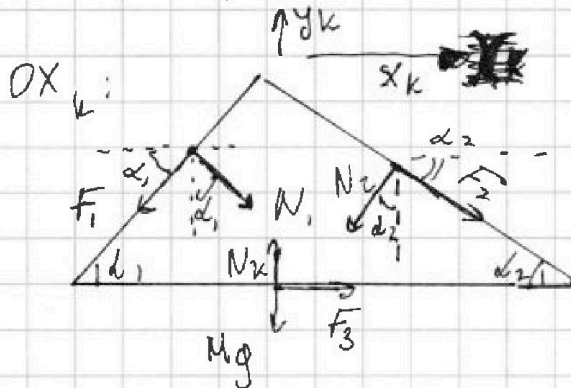
N_k - сила реакции

плоскостей
действующая со стороны стона

2 и 3, к. где клина:

пусть F_3 направлена вправо

Ox_k - ось вправо стона Oy_k - вверх



$$Ox_k: F_3 + N_1 \sin \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 =$$

$$= F_1 \cos \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2$$

$$F_3 = \frac{9}{65} mg \cdot \frac{4}{5} + 2mg \cdot \frac{5 \cdot \frac{12}{13}}{13} - \frac{4}{26} mg \cdot \frac{12}{13}$$

$$- mg \cos \alpha_1 \cdot \sin \alpha_1 = \left(\frac{9 \cdot 4}{65 \cdot 5} + \frac{10 \cdot 12}{13 \cdot 13} - \frac{4}{26} \right) mg$$

$$F_3 = \frac{9}{65} \cdot mg \cdot \cos \alpha_1 + 2mg \cos \alpha_2 \cdot \sin \alpha_2 - mg \cos \alpha_1 \cdot \sin \alpha_1 - \frac{4}{26} mg \cdot \cos \alpha_2$$

$$F_3 = mg \left(\frac{9 \cdot 4}{65 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 5 \cdot 12}{13 \cdot 13} - \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 5} - \frac{4 \cdot 12}{26 \cdot 13} \right)$$

$$F_3 = mg \left(\frac{9 \cdot 4 \cdot 13 + 2 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 5^2 - 13^2 \cdot 3 \cdot 4 - 4 \cdot 12 \cdot 5^2}{5^2 \cdot 13^2} \right) =$$

$$= mg \left(\frac{5^2 (120 - 42) + 3 \cdot 13 (3 - 13) \cdot 4}{5^2 \cdot 13^2} \right) = \frac{48 \cdot 5^2 - 12 \cdot 13 \cdot 10}{mg \cdot 5^2 \cdot 13^2} =$$

$$= mg \cdot \frac{6 \cdot 5^2 - 120}{5^2 \cdot 13} = mg \frac{30 - 24}{5 \cdot 13} = \frac{6}{65} mg$$

Ответ на вопрос э: $F_3 = \frac{6}{65} mg$

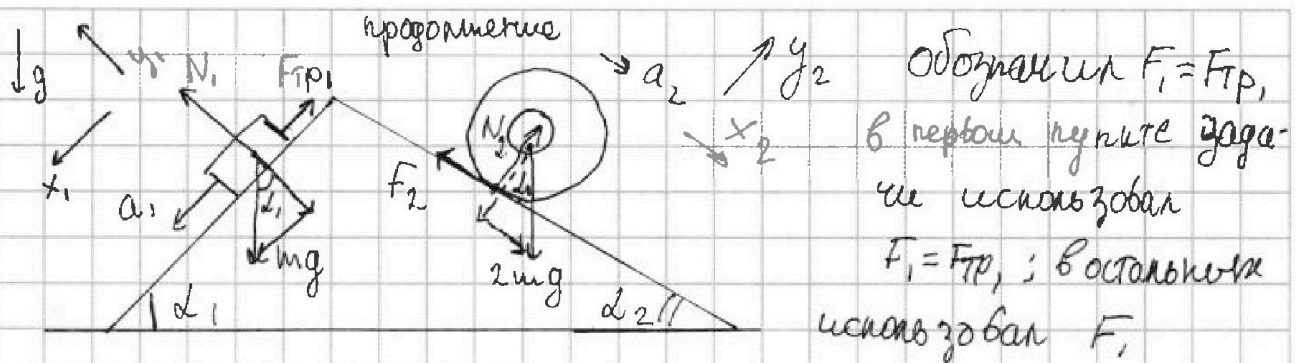


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Ox_1 - ось вдоль движения бруска; Oy_1 - ось поперек движения бруска

N_1 - сила реакции опоры бруска; $F_{тр}$ - сила трения ^{между} бруском и клином

2. 2-й 3. л. где ~~бруска~~ бруска: $Oy_1: N_1 = mg \cos \alpha_1$

$Ox_1: mg \sin \alpha_1 - F_{тр} = ma_1$; ~~$F_{тр} = m(g \sin \alpha_1 - a_1)$~~ $F_{тр} = m(g \sin \alpha_1 - a_1)$

$$F_{тр} = m \left(g \cdot \frac{3}{5} - g \frac{6}{13} \right) = mg \left(\frac{3 \cdot 13 - 6 \cdot 5}{13 \cdot 5} \right) = mg \frac{9}{65}$$

Ответ на пункт 1: $F_1 = F_{тр} = \frac{9}{65} mg$

3) N_2 - сила реакции опоры где ~~цилиндра~~ цилиндра

во время движения цилиндра в точке касания действуют сила трения ~~полюс~~ т.е. нем проскальзывание

2-й 3. л. где цилиндра: Ox_2 - ось вдоль движения цилиндра
 Oy_2 - поперек движения: $Oy_2: 2mg \cos \alpha_2 = N_2$

$Ox_2: 2mg \sin \alpha_2 - F_2 = 2ma_2$; $F_2 = 2m(g \sin \alpha_2 - a_2) = 2m \left(g \cdot \frac{5}{13} - g \frac{1}{4} \right)$

$$= 2mg \left(\frac{20 - 13}{13 \cdot 4} \right) = mg \cdot \frac{7}{26}$$

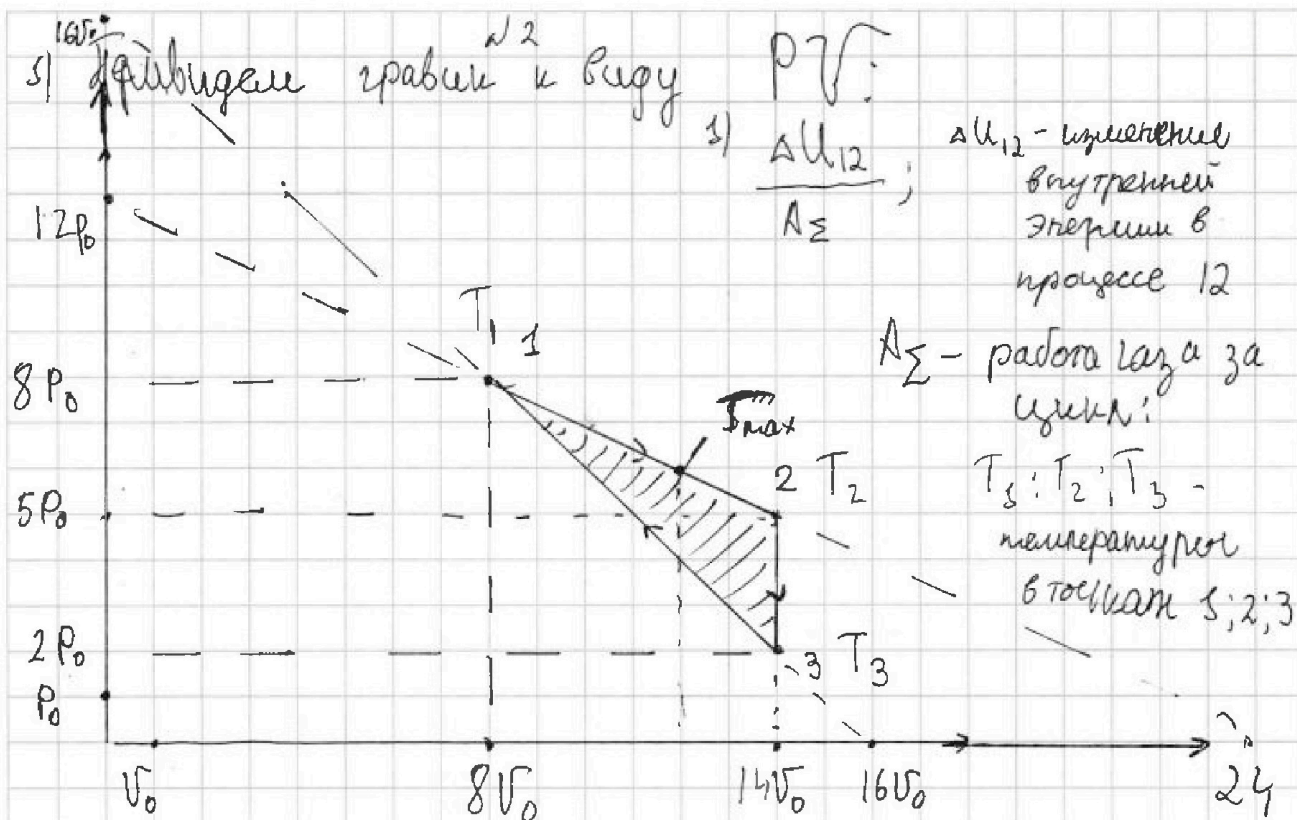
4) по 3-ему 3. л. на клин со стороны бруска и цилиндра действуют силы равные по модулю F_1, F_2 и N_1, N_2



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2. A_{\Sigma} = + \int p \cdot dV = 6V_0 \cdot \left(\frac{8P_0 + 5P_0}{2} - \frac{8P_0 + 2P_0}{2} \right) = 6V_0 \cdot \frac{3}{2}P_0 = 9P_0V_0$$

$$\frac{\Delta U_{12}}{A_{\Sigma}} = \frac{9P_0V_0}{9P_0V_0} = 1$$

$$RT_2 = 5P_0 \cdot 14V_0; RT_1 = 8P_0 \cdot 8V_0 = 64P_0V_0 \quad (\text{по Менделееву})$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \cdot 6P_0V_0 = 9P_0V_0$$

$$\frac{\Delta U_{12}}{A_{\Sigma}} = \frac{9P_0V_0}{9P_0V_0} = 1 \quad \text{Ответ на вопрос 1: } \frac{\Delta U_{12}}{A_{\Sigma}} = 1$$

$$3) T_3 \cdot R = 28P_0V_0; T_3 = \frac{28P_0V_0}{R}$$

(по М.-К.) можно ввести уравнение прямой 1-2:

$$P(V) = \frac{12P_0}{P_0} - \frac{1V}{2V_0} = 12 - \frac{1V}{2V_0}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) $T = \frac{P U}{j R}$ (по М-К) подставим $P = 12 - \frac{1}{2} \frac{U}{U_0}$

$$T = \left(12 - \frac{1}{2} \frac{U}{U_0} \right) \cdot \frac{U}{R \cdot j} = \left(- \frac{1}{2} \frac{U^2}{U_0} + 12U \right) \cdot \frac{1}{R \cdot j}$$

уравнение параболы график верши вниз

$$T_{\max} = \text{в вершине параболы} = - \frac{b}{2a} = \frac{12U_0}{2 \cdot \frac{1}{2} U_0} = 12U_0$$

$$\frac{-12 \cdot (-2 \cdot U_0)}{1 \cdot 2} = 12U_0; \text{ в точке } 12U_0 \text{ значение}$$

равно $P_{\text{ро}}$: $T_{\max} = \frac{6 \cdot 12 P_0 U_0}{j R}$

$$\frac{T_{\max}}{T_3} = \frac{6 \cdot 12 P_0 U_0}{28 \cdot P_0 U_0} = \frac{18}{7} \text{ Измени на пути 2: } \frac{18}{7}$$

5) $\eta = \frac{A_{\Sigma}}{Q_{\text{н}}}$; $Q_{\text{н}}$ - кол-во теплоты, которой газ в действительности получил

в процессе 2-3 газ отдал тепло

процесс 1-2: до T_{\max} $Q > 0$ т.к. $A > 0$; $\Delta U > 0$

после T_{\max} $\Delta U < 0$; $A > 0$

процесс 3-1: $P(U) = 16 \frac{P_0}{P_0} - \frac{U}{U_0}$ $T(U) = \left(16U - \frac{U^2}{U_0} \right) \cdot \frac{1}{R \cdot j}$

$$U_0 = \frac{-16}{-2} = 8U_0; \text{ значит в процессе 3-1 темпера тура всё время росла}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Delta) \mathcal{E}_i = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}; \quad \Phi = B \cdot S \cos \alpha \quad \cos \alpha = 1$
 $\mathcal{E}_i = - L \dot{I}$

по закону Ленца индукционный ток в катушке 1: направлен влево
 знаки токов по правую руку идем по часовой стрелке

$\Phi(x) = \frac{kQ}{x} + \frac{kQ(\epsilon - 1)}{R}$

из графика: при $x = \frac{R}{3}; \frac{\Phi}{\Phi_0} = 5$ при $x = \frac{2R}{3}$

$\frac{\Phi}{\Phi_0} = 4; \quad 4 \left(\frac{kQ(2-\epsilon) \cdot 3}{R} + \frac{kQ(\epsilon-1)}{R} \right) = 5 \left(\frac{kQ(2-\epsilon) \cdot 3}{2R} + \frac{kQ(\epsilon-1)}{R} \right)$

$\cdot \frac{2R}{kQ}; \quad 8(2-\epsilon) \cdot 3 + (2\epsilon-2) \cdot 4 = 5(2-\epsilon) + 10(\epsilon-1)$
 $48 - 24\epsilon + 8\epsilon - 8 = 30 - 5\epsilon + 10\epsilon - 10$
 $11\epsilon = 20; \quad \epsilon = \frac{20}{11}$

Ответ: $\epsilon = \frac{20}{11}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{6}{5} \frac{kQ}{R} = \left(\frac{6kQ}{5R} - \frac{kQ'}{5R} \right) \epsilon$$

$$Q' = \frac{\frac{6}{5} \frac{kQ}{R} (\epsilon - 1)}{\frac{k\epsilon}{5R}} = \frac{6 \cdot 5 \cdot Q \cdot \frac{\epsilon - 1}{\epsilon}}{5} = \frac{6Q(\epsilon - 1)}{\epsilon}$$

$$\varphi_x = \frac{6kQ}{5R} - \frac{6kQ'}{5R} + \frac{kQ'}{R} = \frac{6kQ}{5R} - \frac{6kQ \cdot \epsilon - 1}{5 \cdot R \cdot \epsilon}$$

$$\varphi_x = \frac{6kQ}{5R} \left(1 - \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \right) = \frac{6kQ}{5R\epsilon} \quad \text{— ответ на вопрос 3}$$

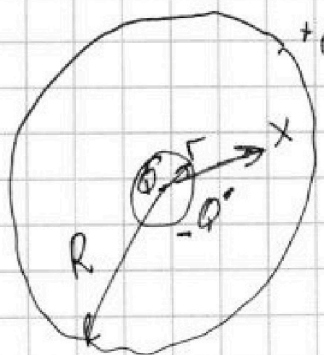
диэлектрик уменьшает поле в ϵ раз пусть заряд внутренней полн сферической пов-сти = Q'

$$E_{x_1} = \frac{kQ}{x_1^2} = \frac{kQ'}{x_1^2} \quad \text{— с диэлектриком; } E_{x_1} \text{ — напряженность в точке } x_1$$

$$E_{x_1} = \frac{kQ}{x_1^2} \text{ — без диэлектрика} \quad \frac{kQ}{x_1^2} = \epsilon \left(\frac{kQ}{x_1^2} + \frac{kQ'}{x_1^2} \right) / R^2 x_1 > R$$

$Q' = Q(\epsilon - 1)$; если $-Q'$ — заряд внутренней пов-сти

то $+Q'$ — заряд внешней $\varphi_x = \frac{kQ}{x} + \frac{kQ'}{R} = \frac{kQ}{x}$



будем считать из графика, $x > 5R$

$$\varphi_x = \frac{kQ}{R} \left(\frac{6}{5} - \frac{\epsilon - 1}{5} \right) = \frac{kQ}{5R} (7 - \epsilon)$$

Ответ на вопрос 3: $\varphi_x = \frac{kQ}{5R} (7 - \epsilon)$



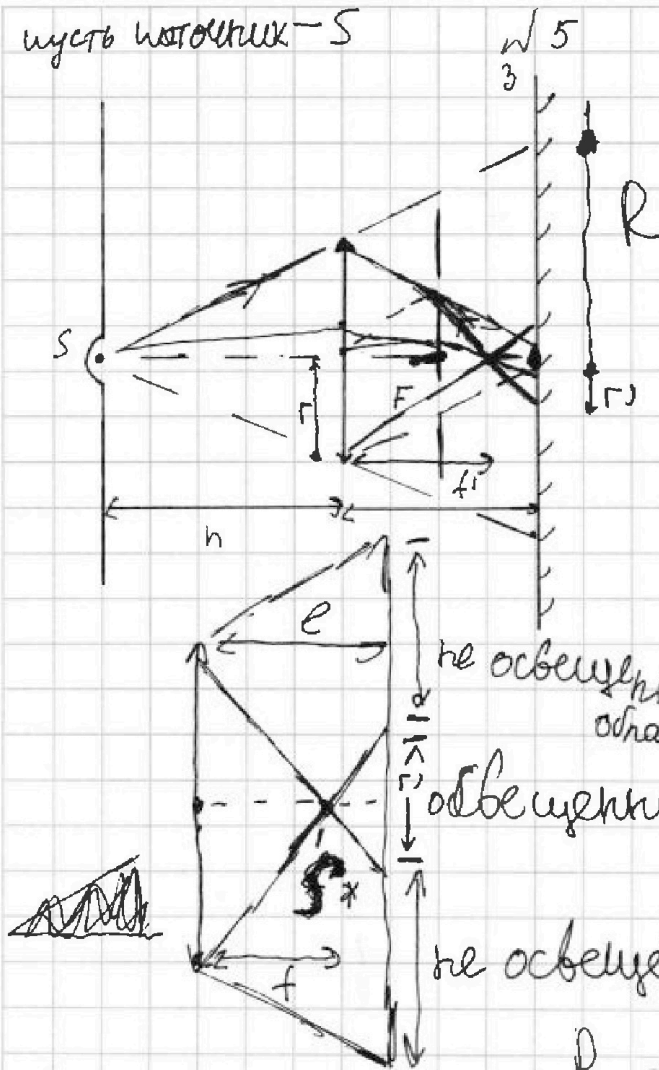
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть источник — S



с) лучи показанные на рисунке будут преломляться.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f}$$

формула тонкой линзы

$$h = 3F; \quad \text{~~3F~~}$$

f — расстояние от линзы до изображения:

$$\frac{1}{f} = \frac{3-1}{3} F \Rightarrow f = \frac{3}{2} F$$

r — радиус освещенного участка

не освещенная область

R — расстояние от оси до начала освещенной поверхности зеркала!

$$\frac{r_1}{r} = \frac{4}{3 \cdot 4} = \frac{1}{3}$$

по подобию

$$\frac{R}{r} = \frac{5}{3}; \quad S_0 \text{ не освещенной поверхности: } \pi(R^2 - r^2)$$

$$S_0 = \pi r^2 \left(\frac{25}{9} - \frac{1}{9} \right) = \pi r^2 \cdot \frac{24}{9}$$

$$= \pi r^2 \cdot \frac{8}{3} = \frac{25 \cdot 8}{3} = \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$$

Ответ на п. 1: $\frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$



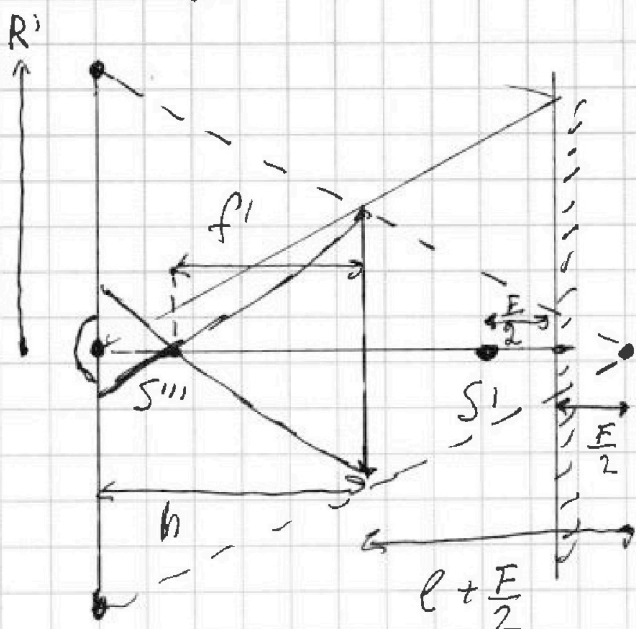
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

W5 продолжение



S'' - изображение S'
 S' - изображение S
после прохода
"через линзу"

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{l + \frac{E}{2}} + \frac{1}{f'}$$

f' - расстояние S''
от линзы

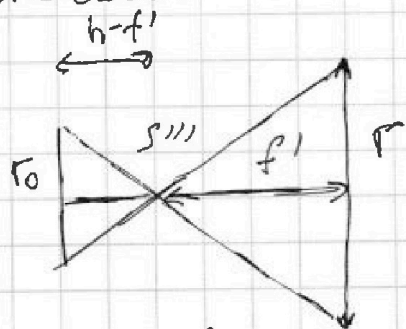
$$\frac{1}{F} = \frac{2}{5F} + \frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{5-2}{5} \cdot \frac{1}{F}; f' = \frac{5}{3} F$$

крайний
луч, который не

попадёт на линзу и выйдет из S'' , пересекает

плоскость сетки на расстоянии R' от оси линзы



S'' - изображение источника S'

пусть r_0 - радиус освещенного

кружа; $\frac{r_0}{r} = \frac{h - f'}{f'} = \frac{4 \cdot 0.3}{3 \cdot 5} = \frac{4}{5}$

$$\frac{R'}{r} = \frac{l + h + \frac{E}{2}}{l + \frac{E}{2}} = \frac{11}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{11}{5}$$

\Rightarrow подобие
треугольников

Анализ:

S_1 - площадь неосвещенной поверхности зеркала: πr^2

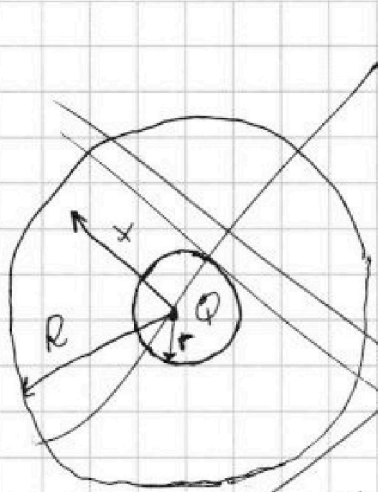
$$\pi r^2 \left(\left(\frac{11}{5} \right)^2 - \left(\frac{4}{5} \right)^2 \right) = \pi r^2 \cdot \frac{121 - 16}{25} = \frac{105 \pi \text{ см}^2}{25}$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3} \quad \varphi_x = k \frac{Q}{x \cdot \epsilon} = \frac{6}{5} k \frac{Q}{R \epsilon}$$

Потенциал на поверхности $\varphi = \frac{6}{5} k \frac{Q}{R \epsilon}$
 2) при увеличении радиуса в 5 раз потенциал уменьшится в $\frac{4}{5}$ раза

Т.к. $\varphi \sim \frac{1}{x}$

$\sqrt{3}$

пусть на сферической поверхности с радиусом R заряд Q' , тогда $-Q'$, заряд сферической поверхности Γ ; по З.С.З.

потенциал в точке с координатой x

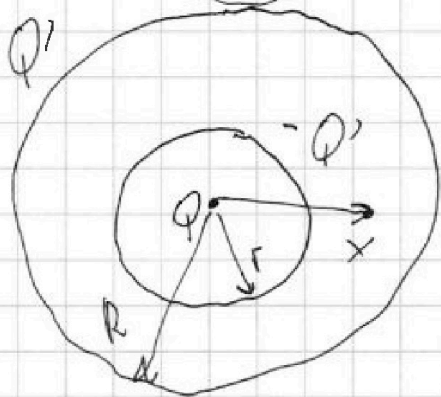
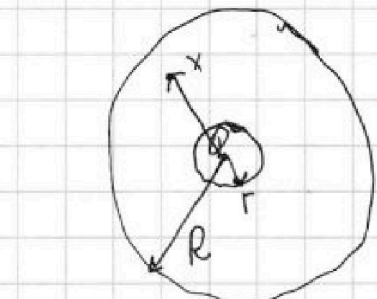
$$\varphi_x = \frac{kQ}{x} - \frac{kQ'}{x} + \frac{kQ'}{R}$$

Если бы было симметрично, то потенциал был бы в ϵ раз больше

φ_x без дип. $\frac{kQ}{x}$

$$\epsilon = \frac{kQ}{x}$$

$$\frac{\frac{kQ}{x} - \frac{kQ'}{x} + \frac{kQ'}{R}}{\frac{6kQ}{5R} - \frac{kQ'}{5R}} = \epsilon$$



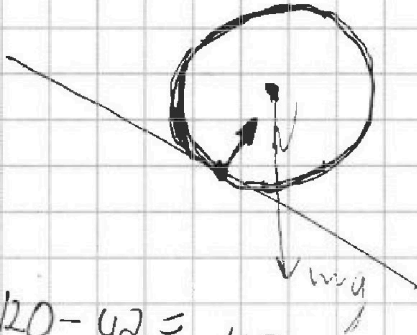


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$20 - 42 = 48$$

$$13 \cdot 6$$

$$\frac{5}{13}g - \frac{1}{4}g =$$

$$\frac{20 - 13}{4 \cdot 13} = \frac{7}{52}$$

⊙ → a, $\frac{1}{3} =$

$$1 = \frac{1}{3} + x$$

