



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$ , тринадцатый член равен  $5-x$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $3 : 10$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $200 \times 250$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 560$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Известно, что  $b_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = b_1 \cdot q^6$ ;  $b_{13} = 5-x = b_1 \cdot q^{12}$ ;

$$b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} = b_1 \cdot q^{14}$$

оскольку величины отрицательны на  $x$ :

$$\begin{cases} \frac{13x-35}{(x+1)^3} \geq 0 \\ (13x-35)(x+1) \geq 0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} x \neq -1 \\ x \in (-\infty; -1) \cup \left[\frac{35}{13}; +\infty\right) \\ \text{— нулевой множитель} \\ \text{где } \frac{35}{13} \end{cases}$$

Заметим, что  $b_7 \cdot b_{15} = b_1^2 \cdot q^{20} = b_{11}^2 \Rightarrow b_{11}^2 = \sqrt{\frac{(13x-35)}{(x+1)^3} \cdot (13x-35)}$

$$\sqrt{(x+1)^2} = \sqrt{\frac{(13x-35)^2}{(x+1)^2}} = \left| \frac{13x-35}{x+1} \right| = \frac{13x-35}{x+1} \text{ так как } x \in (-\infty; -1) \cup$$

$$\cup \left[\frac{35}{13}; +\infty\right); \text{ т.к. } b_7, b_{13}, b_{15}$$

и  $b_7 \geq 0$ ,  $b_{15} \geq 0$  (так как корни)  $\Rightarrow$  если  $q > 0$

то все члены геом. прогрессии положительные, если

$q < 0$ , то все нечетные члены положительные, все

четные — отрицательные  $\Rightarrow b_{11}$  — положительные  $\Rightarrow$

$$b_{11} = \sqrt{\frac{13x-35}{x+1}} = b_1 \cdot q^{10} \Rightarrow b_{13}^2 = b_{11} \cdot b_{15} = \sqrt{\frac{13x-35}{x+1} \cdot (13x-35) \cdot (x+1)}$$

$$= \sqrt{(13x-35)^2} = |13x-35|; \text{ так как } b_{13} \text{ — неотрицательный}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит имеем,  $5-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 5$ ;

если  $b_{13} = \sqrt{|13x-35|} = 5-x \Rightarrow |13x-35| = 25-10x+x^2$

или  $x \geq \frac{35}{13}$ :  $13x-35 = 25-10x+x^2$

$$x^2 - 23x + 60 = 0;$$

$$x^2 - 20x - 7x + 60 = 0;$$

$$(x-20)(x-3) = 0$$

$$\begin{cases} x=20 & \text{- не подходит т.к. } x \leq 5 \\ x=3 & \text{- подходит} \end{cases}$$

или  $x < \frac{35}{13}$ :  $35-13x = 25-10x+x^2$

$$x^2 + 3x - 10 = 0;$$

$$x^2 + 5x - 2x - 10 = 0;$$

$$(x+5)(x-2) = 0;$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=-5 & \text{- не подходит} \\ x=2 & \text{- не подходит т.к. } x < \frac{35}{13} \end{cases}$$

Рассмотрим случаи когда  $c \neq 0$ , тогда  $b_7 = 0 =$

$$= \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^2}} \Rightarrow x = \frac{35}{13} \Rightarrow \text{т.к. } b_{13} \text{ упрощается до}$$

$$\Rightarrow 5-x=0 \quad x=5 \text{ - противоречие.}$$

Для сравнения со всеми условиями, имеем

$$\text{и } x, \text{ если подходит } x=-5; 3$$

Ответ 3; -5.

(если  $x=3$  если имеем с  $b_1 = \frac{1}{32}$  и  $q \pm 2$ ; ( $b_3 = \frac{1}{9}$ ;  $b_{11} = 2$ ;  $b_{15} = 4$ ))

если  $x=-5$  если имеем с  $b_1 = \frac{5}{32}$  и  $q \pm 2$ . ( $b_3 = 5$ ;  $b_{11} = 10$ ;  $b_{15} = 20$ )



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} & (1) \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} & (2) \end{cases}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ 4-x-z \geq 0 \\ y+x-x^2+z \geq 0 \\ 169-z^2 \geq 0 \end{cases}$$

Рассмотрим  $4-x-z \geq 0$ ;

$$z \leq 4-x \quad \text{или} \quad -3 \leq x$$

$$z-5 \leq 4$$

$$z \leq 9$$

Рассмотрим  $169-z^2 \geq 0$ ;

$$(13-z)(13+z) \geq 0$$

$$\Rightarrow z \in (-\infty; -13] \cup [13; +\infty)$$

$\rightarrow$  с учетом ОДЗ, тогда  $z \leq 9 \Rightarrow z \leq -13$ ;

Рассмотрим (1):  $\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} = 2\sqrt{y+x-x^2+z} - 5$ ;

$$\Rightarrow x+3 + 4-x-z - 2\sqrt{(x+3)(4-x-z)} = 4(y+x-x^2+z) - 20\sqrt{y+x-x^2+z} + 25$$

$$7-z - 2\sqrt{(x+3)(4-x-z)} = 4y + 4x - 4x^2 + 4z - 20\sqrt{y+x-x^2+z} + 25$$

$$4y + 4x - 4x^2 + 5z - 20\sqrt{y+x-x^2+z} + 18 + 2\sqrt{x-x^2+3z-2x} = 0$$

Рассмотрим (2): при  $y < -1$ :

$$-y-1-3y+36 = \sqrt{169-z^2} \Rightarrow -4y+35 = \sqrt{169-z^2}$$

$$16y^2 - 260y + 35^2 = 169 - z^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$(\cos 3x + \cos x) + 3\cos 2x + 5\cos x = p$$

$$2 \cdot \cos 2x \cos x + 3\cos 2x + 5\cos x = p$$

$$2(2\cos^2 x - 1)\cos x + 3(2\cos^2 x - 1) + 5\cos x = p$$

Пусть  $t = \cos x$ ,  $-1 \leq t \leq 1$

$$\Rightarrow 2(2t^2 - 1)t + 3(2t^2 - 1) + 5t = p$$

$$4t^3 - 2t + 6t^2 - 3 + 5t = p$$

(1)  $4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$ ; рассмотрим  $y = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$  - кубическая функция.

$$\text{т.к. } y' = 12t^2 + 12t + 3 \neq 0$$

$$\text{или } y' = 0 \Rightarrow 4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$(2t + 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow t = -\frac{1}{2} \text{ - единственный корень}$$

$$y' = 0$$

$$\Rightarrow y\left(-\frac{1}{2}\right) = 4 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) + 6 \cdot \frac{1}{4} - 3 \cdot \frac{1}{2} - 3 = -\frac{7}{2}$$

значит  $\Rightarrow$  другие корни нет.

т.к.  $-1 \leq t \leq 1$  где или  $y(1) = 10$   $\Rightarrow$  т.к. возрастает на промежутке (1)  $y = p$

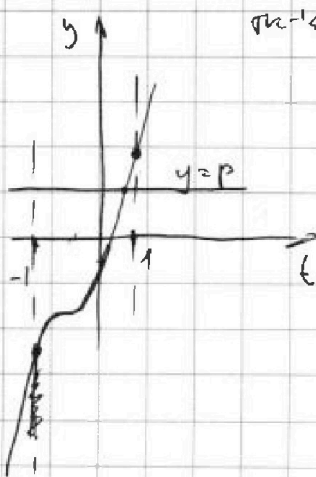
$$\Rightarrow p \in [-4; 10] \text{ или } \max p$$

если более одного решения;

например где  $p = 10$ :  $x = 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$

где  $p = -4$ :  $x = \pi + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

где нет  $p$  уравнение неразрешимо если  $p$  не одно из этих  $\cos x \Rightarrow$  тоже да или корень  $\arccos t$



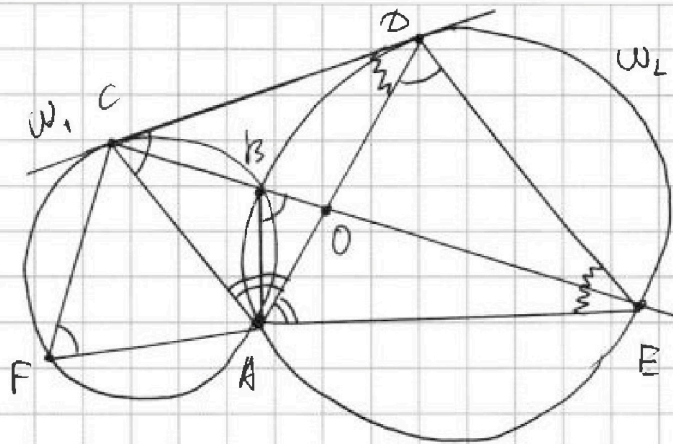


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



т.к.  $\angle ADE$  - угол  
мелко дуги  $\widehat{AD}$   
и касательная  $CD \Rightarrow$   
 $\angle ADC = \angle AED$  или  
вписанный, опирающийся  
на дугу  $\widehat{AD}$ ;

$\angle ABE = \angle ADE$  или вписанный опирающийся на хорду  $AE$ ;

т.к.  $\angle CBA$  и  $\angle ABE$  - смежные,  $\angle CBA = 160^\circ - \angle ABE$ ;

угол  $F \in \omega_1$ ,  $\Rightarrow \angle FAB$  - вписанный  $\Rightarrow \angle CPA + \angle CBA = 160^\circ \Rightarrow$

$\angle EPA = \angle MBE \Rightarrow \angle ACD$  - или  $\angle$  мелко дуги хорды  $AC$   
и касательная  $DE$   $\angle ACD = \angle CPA = \angle MBE$  рассматриваем  
 $= \angle ABE$

$\triangle ACD$  и  $\triangle ADE$ : они имеют по 2 угла ( $\angle ACD = \angle ADE$   
и  $\angle CDA = \angle DEA$ )  $\Rightarrow \angle CAD = \angle DAE \Rightarrow AD$  - биссектриса  $\angle CAE$ ;

по по свойству биссектрисы  $CA:AE = CD:DE$  (где  $DA \cap CE = O$ )

$= 3:10 \Rightarrow$  пусть  $CA = 3x$ ;  $AE = 10x$ ; тогда по условию:

$$\frac{CA}{AD} = \frac{AD}{AE} \Rightarrow AD = \sqrt{CA \cdot AE} = x\sqrt{30}, \text{ тогда } \frac{AC}{AD} = \frac{CD}{DE} = \frac{3x}{x\sqrt{30}} =$$

$$= \frac{3}{\sqrt{30}} \Rightarrow \frac{DE}{CD} = \frac{\sqrt{30}}{3}$$

Отв.  $\frac{\sqrt{30}}{3}$ .

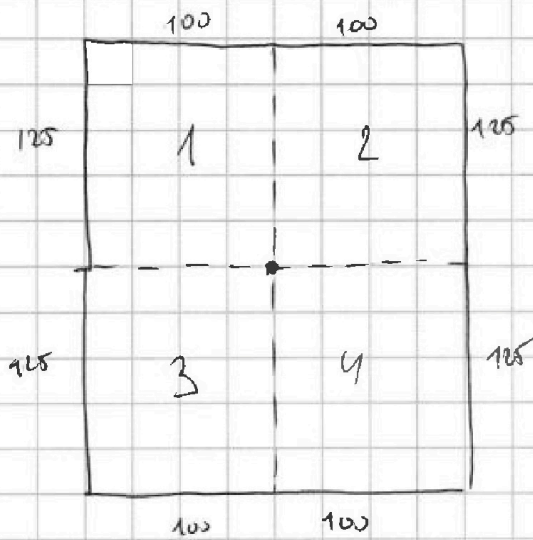
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что если при раскрытии  
образованного кода в 2 вида сим-  
метрии, образован 4-ый;

т.к. если раскрыта симметрия  
пока. фигуры лишь, она симметри-  
чна и пока. на пересечении, т.е.  
центр прямоугольника, (т.е. т.к.

симметрией лишь, как 1 и 3, 1 и 4, 1 и 2, 3 и 4 =>  
симметрией пока. углов и 1 с 4 и 3 с 2)  
аналогично и две симметрии по 1-ой и по  
гориз. линии, и центр. Тогда получаем у нас 4:

- 1) только симметрия по 1-ой гориз. линии
- 2) только по углов
- 3) только по центру (пока)
- 4) все симметрии присутствуют.

В и центр если достаточно рассмотреть 2 места в  
каждой из вершин, остальные рассмотрим будут  
симметрией пока;  $\rightarrow$  все случаи  $\binom{2}{125}$  случаев

где 1 случай можно заметить только 1 или  
2 вершин (4 места в ней) и симметрии есть



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

друго изобразили 3 или 4 сектора (ср. 1и3, 2и4)

либо симметрично расположили два сект. изобразили  
ср. илии, но не вертикально или горизонтально  $\Rightarrow$

или секторов  $2 \cdot C_{12500}^4$  вариантов.

или же 2 сектора (или симметрично расположили  
или 1и2 или 3и4)  $= 2 \cdot C_{12500}^2$

и же 3 сектора симметрично 1и4 или 2и3

$\Rightarrow 2 \cdot C_{12500}^4$  вариантов  $\rightarrow$  всего  $C_{12500}^2 + 6 \cdot C_{12500}^4$

Итого  $C_{12500}^2 + 6 \cdot C_{12500}^4$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к.  $(a-c)(b-c) = p^2$  где  $p$  - простое число, то  $a-c$  и  $b-c$  являются степенями простого  $p$  и  $1 \Rightarrow$  имеем  $\begin{cases} (a-c) = p^k \\ (b-c) = p^l \end{cases}$

имеем  $\begin{cases} a-c = p^k \\ b-c = p^l \end{cases}$  (так как если  $a > b$ , то  $a-c > b-c$ )

1 случай возможен, так как  $(a-c) = (b-c) \Rightarrow a = b$  -

невозможный вариант,  $\Rightarrow a-c = p^k, b = c + 1$

также рассмотрим  $a + b^2 = 560$ ; так  $a > b \Rightarrow$

при  $b > 0$  так  $a > b \Rightarrow a > 0 \Rightarrow b^2 < 560$

при  $b < 0$  а номер для  $a$  как  $> 0$  так  $a < 0 \Rightarrow b^2$  имеет

два  $a > 560$  и  $a < 560$ .

при  $b > 0$ : так  $b^2 < 560$  и  $b$ -целое,  $\Rightarrow b \leq 23$

при  $b = 23$ :  $a = 560 - 529 = 31 \Rightarrow c = 22$

$a-c \geq 9 = 3^2$  и  $31 - 22 = 9 \neq 3 \Rightarrow a = 31, b = 23, c = 22$

-возможны;

при  $b = 16$ :  $a = 560 - 256 = 304 \Rightarrow c = 15 \Rightarrow a-c = 289 =$

$= 17^2$  так  $a-b = 304 - 16 = 288 \div 3 \Rightarrow$  не подходит

Заметим, что так  $a-b \neq 3 \Rightarrow a \not\equiv b \pmod{3} \Rightarrow$  имеют разный

остаток от деления на 3; так  $560 \equiv 2 \pmod{3}$ ,  $\Rightarrow$  если

$a \equiv x \pmod{3}, b^2 \equiv y \pmod{3}$ , то  $x + y \equiv 2 \pmod{3}$ ; так если  $y$  имеет остаток 1

от 3: не 3, то  $y$  равно 1 или 0. =  $1^2 = 1$ , если  $b \equiv 2 \pmod{3}$ ,

то  $b^2 \equiv 4 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow$  всегда имеем  $b^2 \equiv 1 \pmod{3}$ ; имеем  $b^2 \equiv 0 \pmod{3}$  (тогда  $b \equiv 0 \pmod{3}$ )



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть  $a \equiv 1 \pmod 3$ ,  $b^2 \equiv 1 \pmod 3$  (пусть  $a$  и  $b$  имеют один и тот же остаток,

пусть  $a \equiv 2 \pmod 3$ ,  $b^2 \equiv 0 \pmod 3 \Rightarrow b \equiv 0 \pmod 3$ )

то  $c = b - 1$ , ~~то~~ при  $b \equiv 2 \pmod 3$   $c \equiv 1 \pmod 3$ ; при  $b \equiv 0 \pmod 3$ ,  $c \equiv 2 \pmod 3$

$\Rightarrow$  в. одно уравнение  $a - c \equiv 0 \pmod 3$  (тогда пусть  $a = 1$ ,  $c = 1$  или  $a = 2$ ,  $c = 2$ )

$\Rightarrow a - c \equiv 0 \pmod 3$ , а так  $a - c = p^2 \Rightarrow p = 3$  (так как  $p$  не делится на 3)

$$\Rightarrow a = c + 9 = b + 8 \Rightarrow b + 8 + b^2 = 550$$

$$b^2 + b - 552 = 0$$

$$b^2 + 24b - 23b - 552 = 0$$

$$(b + 24)(b - 23) = 0$$

$$\Rightarrow b = -24; 23; \text{ тогда}$$

получается

$a = 31; b = 23; c = 22$	- Ответ
$a = -16; b = -24; c = -25$	

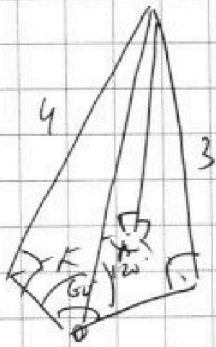
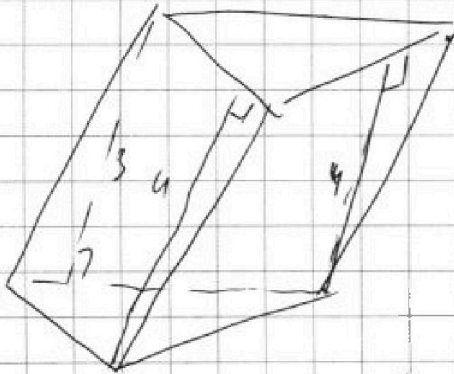
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Кругом которого пирамида  
образована по высоте и  
ее длиной окружности = 4,  
4 на высоте 3  
высота окружности ~~по высоте~~ <sup>уже проведена</sup>

из этого круга вырезаем  $\frac{1}{4}$

высота окружности и высоту

круга и получим прямоугольный

треугольник с углом  $45^\circ$

← ребром пирамиды по формуле

получим  $S = a \cdot b \cdot \sin(\alpha) / 2$

$\Rightarrow$  имеем катет  $\angle 45^\circ$  и  $r$  (как радиус)

отсюда находим длину ребра и высоту

высота  $\ll$  искомая высота  $\&$  радиус



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$501 =$$

$$2 = 0 \checkmark$$

$$2 + 0$$

$$b = 2$$

$$b = 2 \quad \text{Грех}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} \rightarrow \sqrt{9-x-2} - 5 \cos 45^\circ = \sqrt{\frac{1+\cos 30}{2}} + \cos 60^\circ = 2.$$

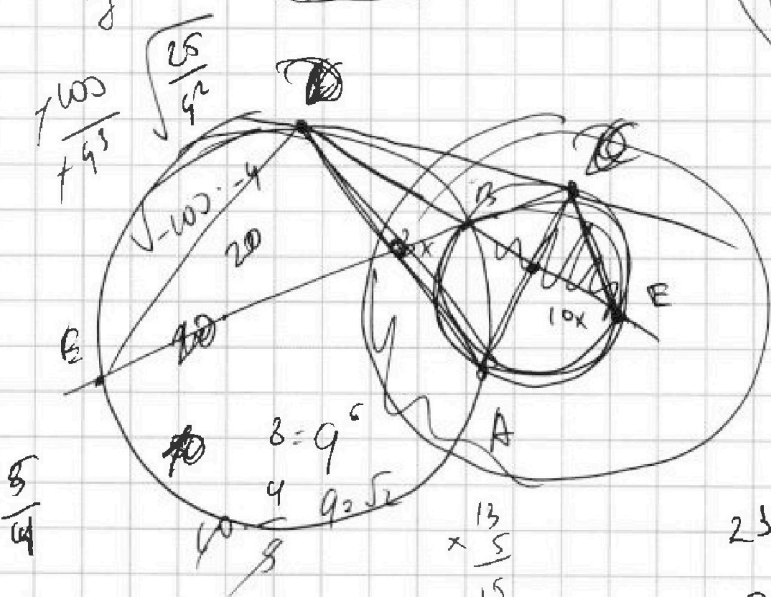
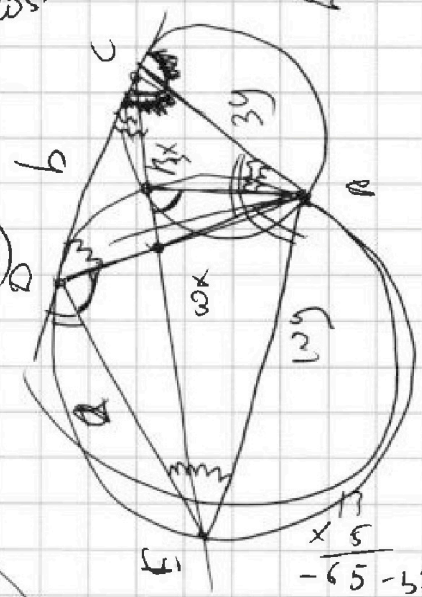
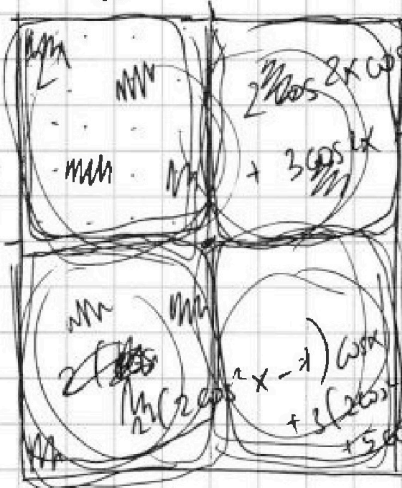
или  $\sqrt{4-x-2} - 5 \leq 0$

$$x+3 \geq 4-x-2 - 10\sqrt{4-x-2} + \dots$$

21 | 31  $\times 25$   $1 + \frac{25}{2}$   $\sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}$   $\frac{24}{2}$   $\frac{23}{2}$   $\frac{24}{2}$   $\frac{23}{2}$   $\frac{24}{2}$   $\frac{23}{2}$   $\frac{24}{2}$   $\frac{23}{2}$

$$2x+2-26 \geq -10\sqrt{4-x-2}$$

1  $\sqrt{+3}$   
2  $\sqrt{+5}$   
3  $\sqrt{+5}$   
4  $\sqrt{+5}$   
5  $\sqrt{+4}$   
6  $\sqrt{+4}$



$$\begin{array}{r} 552 \sqrt{2} \\ -4 \sqrt{15} \\ \hline 276 \sqrt{2} \\ 158 \sqrt{2} \\ \hline 69 \sqrt{2} \\ 23 \end{array}$$

23 · 3 · 23  
24 23



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper. The page contains several problems and solutions, including:

- Problem 1:** A sequence of terms  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  is defined by  $a_n = \sqrt{\frac{13x+35}{(x+1)^3}} = b \cdot q^n$ . It is noted that  $a_{13} = 5-x = b \cdot q^{13}$  and  $5-x > 0 \Rightarrow x < 5$ . The solution involves finding  $a_5 - a_3 = \frac{13x-35}{(x+1)^3}$  and using the identity  $(a-c)(b-c) = ab - ac - bc + c^2 = p^2$  for  $x \neq -1$ . The final result is  $a_{14} = a_{10} = \sqrt{(5-x)\sqrt{(13x-35)(x+1)}}$ .
- Problem 2:** A sequence of terms  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  is defined by  $a_n = \sqrt{\frac{13x-5}{(x+1)^5}} = b \cdot q^n$ . It is noted that  $a_{14} = a_{10} = \sqrt{(13x-5)(x+1)}$ . The solution involves finding  $a_5 - a_3 = \frac{13x-35}{(x+1)^3}$  and using the identity  $(a-c)(b-c) = ab - ac - bc + c^2 = p^2$  for  $x \neq -1$ . The final result is  $a_{14} = a_{10} = \sqrt{(13x-5)(x+1)}$ .
- Problem 3:** A sequence of terms  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  is defined by  $a_n = \sqrt{\frac{13x-5}{(x+1)^5}} = b \cdot q^n$ . It is noted that  $a_{14} = a_{10} = \sqrt{(13x-5)(x+1)}$ . The solution involves finding  $a_5 - a_3 = \frac{13x-35}{(x+1)^3}$  and using the identity  $(a-c)(b-c) = ab - ac - bc + c^2 = p^2$  for  $x \neq -1$ . The final result is  $a_{14} = a_{10} = \sqrt{(13x-5)(x+1)}$ .
- Problem 4:** A sequence of terms  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  is defined by  $a_n = \sqrt{\frac{13x-5}{(x+1)^5}} = b \cdot q^n$ . It is noted that  $a_{14} = a_{10} = \sqrt{(13x-5)(x+1)}$ . The solution involves finding  $a_5 - a_3 = \frac{13x-35}{(x+1)^3}$  and using the identity  $(a-c)(b-c) = ab - ac - bc + c^2 = p^2$  for  $x \neq -1$ . The final result is  $a_{14} = a_{10} = \sqrt{(13x-5)(x+1)}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, including:

- Top Left:** Calculations involving  $\sqrt{16} = 4$ ,  $\sqrt{25} = 5$ , and  $\sqrt{36} = 6$ . A small table with numbers 1-4.
- Top Center:** A 3D diagram of a pyramid with a square base, labeled with vertices and edges.
- Top Right:** Algebraic equations:  $32 = 9^{12}$ ,  $25 = 5^2$ ,  $10 = \sqrt{10}$ ,  $15 = \sqrt{15}$ .
- Middle Left:** A graph of a sine wave and a graph of a function with a vertical asymptote.
- Middle Center:** A 3D diagram of a pyramid with a triangular base, labeled with vertices and edges.
- Middle Right:** Algebraic equations:  $b - c = 3$ ,  $b = -22$ ,  $c = -21$ ,  $a = -10$ .
- Bottom Left:** Trigonometric identities:  $\cos 3x = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$ .
- Bottom Center:** A 3D diagram of a rectangular prism.
- Bottom Right:** Algebraic equations:  $10x = 20$ ,  $x = 2$ ,  $3 \cos 2x = 2 \cos x - 1$ ,  $5 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = 0$ .