



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен  $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$ , двенадцатый член равен  $2 - x$ , а восемнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $7 : 20$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $500 \times 120$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 1000$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача n=1

Исторь ( $b_n$ ) -  $\pi$  сэмил  $\pi$  сэмил.  $\pi$  сэмил.

$$b_{10} = \sqrt{(25x+34)/(3x+2)} \quad x = ?$$

$$b_{12} = 2 - x$$

$$b_{10} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$b_{13} = b_{10} \cdot q^3, \text{ где } q - \text{знаменатель}$$

$$\begin{cases} x \leq -\frac{2}{3} \\ x \leq 2 \end{cases} \rightarrow 0.83$$

проверим

$$\text{если } b_{12} = -\frac{54}{25} > 0 \quad b_{10} = b_{12} = 0 \text{ л. н. н.}$$

$$q^3 = \frac{b_{12}}{b_{10}} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$q^2 = \sqrt{\frac{1}{3x+2}}$$

$$b_{12} = b_{10} \cdot q^2 \text{ - или можно "канули" и "канули" на место } x.$$

$$2-x = \sqrt{\frac{(25x+34)(3x+2)}{3x+2}} = \sqrt{25x+34}$$

$$\begin{cases} 1-4x+x^2 = 25x+34 \\ x \geq 2-x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 29x - 30 = 0 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+1)(x-30) = 0 \text{ по т. Виета} \Rightarrow x = -1 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

Проверим:  $b_{10} = \sqrt{9 \cdot (-1)} = 3$  - это число не определено  $\Rightarrow$  такая  $x$  более не существует.

Вывод: такая  $x$  не существует





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)  $t = \frac{5}{2}$ :

(9.2)

(2.2)  $\sqrt{(x+6)(3-x)} = \frac{5}{2}$

$4(-x^2 - 3x + 18) = 25$

$-4x^2 - 12x + 72 - 25 = 0$

$-4x^2 - 12x + 47 = 0$

$4x^2 + 12x - 47 = 0$

$D_{4x} = 36 + 47 \cdot 4 = 36 + 188 = 224$   $14\sqrt{224} < 15$

$x = \frac{-6 \pm \sqrt{224}}{4}$  - корни в  $[-6; 3]$ .

Проверка:  $\sqrt{(x+6)(3-x)} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2\sqrt{(x+6)(3-x)} - x - 7 = -2$ .

1-й вариант  $x = \frac{-6 - \sqrt{224}}{4}$   $\sqrt{x+6} < \sqrt{3-x} \Rightarrow \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} < 0 \Rightarrow$

2-й вариант  $x = \frac{-6 + \sqrt{224}}{4}$   $\sqrt{x+6} > \sqrt{3-x} \Rightarrow \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} > 0 \Rightarrow$

Поэтому  $x = \frac{-6 - \sqrt{224}}{4} = \frac{-3 - \sqrt{28}}{2} \Rightarrow (*)$  не выполняется.

2)  $t = 4$ :

$\sqrt{-x^2 - 3x + 18} = 4$

$-x^2 - 3x + 18 = 16$

$-x^2 - 3x + 2 = 0$

$x^2 + 3x - 2 = 0$

$D = 9 + 8 = 17 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \in [-6; 3]$ .

1-й вариант  $x = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2}$   $2\sqrt{(x+6)(3-x)} - x - 7 = 8 - 7 = 1 > 0$

2-й вариант  $x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$   $\sqrt{x+6} < \sqrt{3-x} \Rightarrow \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (*)$  не выполняется.

Поэтому  $x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$  (используем, что мы уже знаем, что оба варианта не подходят).

Ответ:  $(x; y; z) = \left(\frac{-3 + \sqrt{17}}{2}; 18; 0\right)$  и  $\left(\frac{-3 - \sqrt{28}}{2}; 18; 0\right)$ .







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3

$$p \cos 3\alpha + 6 \cos \alpha + 3/p \cos \alpha + 10 = 0 \text{ или } \text{реш.}, p = ?$$

$$\begin{aligned} \cos 3\alpha &= \cos(\alpha + 2\alpha) = \cos \alpha \cos 2\alpha - \sin \alpha \sin 2\alpha = \\ &= \cos \alpha (2\cos^2 \alpha - 1) - \sin \alpha (2\sin \alpha \cos \alpha) = \cos \alpha (2\cos^2 \alpha - 2\sin^2 \alpha - 1) = \\ &= \cos \alpha (4\cos^2 \alpha - 3) = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha = \\ \cos \alpha &= \frac{2\cos^2 \alpha - 1}{2\cos^2 \alpha - 1} = \frac{4t^2 - 1}{4t^2 - 1} = 1 \end{aligned}$$

$$\text{Пусть } t = \cos \alpha, t \in [-1; 1]$$

$$p(4t^3 - 3t) + 6(2t^2 - 1) + 3/p \cos \alpha + 10 = 0$$

$$4pt^3 - 3pt + 12t^2 - 6 + (3/p)t + 10 = 0$$

$$4pt^3 + 12t^2 + 12t + 4 = 0$$

$$4pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$pt^3 + (t+1)^3 - t^3 = 0$$

$$t^3(p-1) + (t+1)^3 = 0$$

$$p = \frac{(t+1)^3}{t^3} + 1 \text{ (заметьте, что } t=0 \text{ не является решением)}$$

$$p = t^3 \left(1 + \frac{1}{t}\right)^3 + 1$$

$$\text{Упр-ние } \forall p: 0 - 6 + 3 + 10 = 7 \neq 0$$

$$f(t) = \left(1 + \frac{1}{t}\right)^3, f'(t) = 3\left(1 + \frac{1}{t}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{t^2}\right) \Rightarrow f(t) \text{ на } (-\infty; 0) \text{ и } (0; +\infty)$$



Таким образом, на отрезке  $[-1; 0)$  и  $(0; 1]$

$f(t)$  принимает значения  $[0; 8]$

$M = [-\infty; 0] \cup [8; +\infty)$ , а также заметим, что если  $p \in M$ , то  $f(t) = p$  имеет

два решения.

$p-1 \notin [-\infty; 0] \cup [8; +\infty)$ , т.е.  $p \in \mathbb{R} \setminus (-\infty; 1] \cup [9; +\infty)$

$$\left(1 + \frac{1}{t}\right)^3 = p-1$$

$$1 + \frac{1}{t} = \sqrt[3]{p-1}$$

$$\frac{1}{t} = \sqrt[3]{p-1} - 1 \neq 0, \text{ где } p \neq 2$$

$$t = \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} - 1}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} - 1}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} - 1}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

~~$$\alpha = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} - 1}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение:  $\rho \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$ , для этих  $\rho$   
 $x = \pm \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{\rho-1}-1}\right) + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$   
для  $\rho \in (1; 3)$   $x \in \emptyset$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5

Введем следующую систему координат: проведем ее центр в центр правильного треугольника:



Тогда ~~остаются~~ знаменитыми кластерами будут только отмеченные точки с полу-целыми координатами (т.е.  $x = \frac{250k}{2}$  и  $y = \frac{60l}{2}$ , где  $k \in \mathbb{Z}$ ) в пределах от  $-250$  до  $250$  по  $X$  и от  $-60$  до  $60$  по  $Y$ .

Совместив, отмеченная точка обозначает центр кластера.

Тогда условие задачи сводится к следующему вопросу:

Сколько существует способов выбрать 8 точек так, чтобы сумма их координат была бы по 1 координате или другой, или же она делится на 4, причем каждая координата по своей оси была бы равна нулю по модулю (равносильно симметричности).

$$\sum_{i=1}^8 x_i = 0 \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^8 y_j = 0 \quad (2)$$

$$\forall i, j \in \{1, 2, \dots, 8\} \exists \text{ "разн." } i \neq j$$

Условие симметричности упрощает наш поиск количества решений для ~~каждой~~ упр-ции. Соблюдается по-отдельности: к примеру, для (1) это можно сделать, выбрав 4 разн. координаты в  $\frac{1}{2}$  до  $\frac{495}{2}$  (положительные коор.), либо симметрично 4 по модулю координаты с минусом.

$$\forall (1): C_{495}^4$$

$$(2) \rightarrow C_{60}^4 - \text{аналогично с (1)}$$

центр симм. — выбираем 4 точки в I и II квад. и симметрично их относительно  $(0,0)$  —  $C_{250 \cdot 60}^4 = C_{30000}^4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №6  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  и

$$\begin{cases} a < b \\ (b-a) \times 3 \\ (a-c)(b-c) = p^2, \text{ где } p \in \mathbb{P} \\ a^2 + b = 1000 \rightarrow b = 1000 - a^2 \end{cases}$$

$$b - a = 1000 - a^2 - a \equiv 1 - a^2 - a \pmod{3}$$

1) Если  $a \equiv 0$ , то  $1 - a^2 - a \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow \text{не}$

2) Если  $a \equiv 1$ , то  $1 - 1 - 1 \equiv -1 \pmod{3} \Rightarrow \text{не}$

3) Если  $a \equiv 2$ , то  $1 - a^2 - a \equiv 1 - 1 - 2 = -1 \pmod{3} \Rightarrow \text{не}$

Поэтому  $b$  всегда делится на 3, т.е. это простое число.

В силу  $a < b$ :  $a - c < b - c$

$$(a-c)(b-c) = p^2 \Rightarrow p \cdot p = (-p) \cdot (-p) = 1 \cdot p^2 = (-1) \cdot (-p^2) \text{ — возможно на 2 знака}$$

Эти 2 случая возможны из-за  $a - c < b - c$

$$\textcircled{1} \begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = a - 1 \\ b - a + 1 = p^2 \end{cases}$$

$$c = a - 1$$

$$b - a + 1 = p^2$$

$$c = a - 1$$

$$b - a = p^2 - 1 \text{ — вспомним, что } (b-a) \times 3, \text{ то если } p \neq 3 \text{ (она простое), то}$$

$$p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3}, \text{ все } 1^2 \equiv 1 \text{ и } 2^2 \equiv 4 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = 3:$$

$$\begin{cases} c = a - 1 \\ b - a = 8 \end{cases} \rightarrow 1000 - a^2 - a = 8$$

$$a^2 + a - 992 = 0$$

$$D = 1 + 992 \cdot 4 = 3969 = 63^2 \Rightarrow a = \frac{-1 \pm 63}{2} = -32; 31$$

$$b = 8 + a = 8 - 32; 8 + 31 = -24; 39 \rightarrow a \text{ наиб. } < b$$

$$c = a - 1 = -33; 30$$

Итак, 2 решения:  $(a; b; c) = (-32; -24; -33)$  и  $(31; 39; 30)$

Теперь же рассмотрим 2-ой случай:

$$\begin{array}{r} 992 \\ \times 4 \\ \hline 3968 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{2} \begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \Rightarrow c = b+1 \\ a-b-1 = -p^2 \Rightarrow a-b = 1-p^2 \\ b-a = p^2-1 \end{cases}$$

*т.е. все случаи рассмотрены,  
иначе  $p=3$  (см. п. 1))*

$$\begin{cases} a-c = -9 \\ c = b+1 \end{cases}$$

$$a-b-1 = -9 \quad a-b = -8$$

*т.е.  $b-a=8$  — мы уже решали это ур.-е. ранее в п. 1),  
зато в 2) у  $c$  будут другие значения.*

$$c = b+1 = -23; 40$$

*Еще 2 решения:  $(-32; -24; -23)$  и  $(31; 33; 40)$ .*

*Вывод: Только возможные случаи есть  $\Rightarrow$  все эти решения — единственные возможные.*

*Ответ:  $(a; b; c) = (-32; -24; -33), (31; 33; 30), (-32; -24; -23)$  и  $(31; 33; 40)$ .*

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

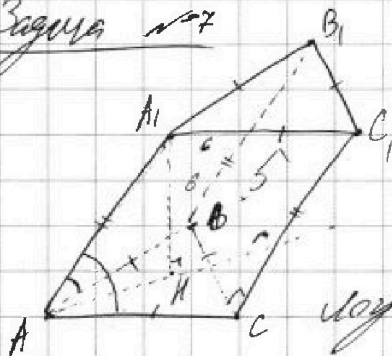


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №7



Площадь без ограничения объема  
 $S_{AA_1C_1C} = 6 = S_{AA_1B_1B}$ , а  $S_{BB_1C_1C} = 5$ .

Поскольку боковые ребра равны, то пирамида правильная,  $AA_1 = BB_1 = CC_1$ .

$$S_{AA_1C_1C} = AC \cdot AA_1 \cdot \sin \angle A_1AC = S_{AA_1B_1B} = AB \cdot AA_1 \cdot \sin \angle A_1AB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \angle A_1AC = \sin \angle A_1AB.$$

по  $\triangle AA_1C$  и  $\triangle AA_1B$ .

Поскольку  $\angle A_1AC = \angle A_1AB$ , а все  $130^\circ - \angle A_1AB$ :

то это есть  $130^\circ$  угол между ребрами  $AA_1$  и  $AC$ .

Если считать ребро  $AA_1$  за  $h$ , то  $h \cdot \sin 130^\circ = 6$ ,  $h = \frac{6}{\sin 130^\circ} = \frac{6}{0.5} = 12$ .

1) Если  $\angle A_1AC = \angle A_1AB$ :

Тогда получим, что  $AA_1$  — биссектриса  $\angle A$  в  $\triangle ABC$ .

То есть  $m$ , где  $m$  —  $\angle C$  и  $\angle B$  в  $\triangle ABC$ . Тогда  $\angle C = \angle B$ .

Итак,  $\triangle ABC$  — равнобедренный с  $\angle C = \angle B$ .

Из этого следует, что  $\angle C_1CB = 90^\circ$  (так как  $AA_1 \perp BC$  и  $AA_1 \parallel CC_1$ ).

$$\Rightarrow S_{BB_1C_1C} = 5 = BC \cdot CC_1$$

$S_{AA_1C_1C} = 6$  по условию, а по формуле  $S_{\triangle} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$ .

$$6 = \frac{1}{2} \cdot BC^2 \cdot \sin 130^\circ \Rightarrow BC^2 = \frac{12}{\sin 130^\circ} = \frac{12}{0.5} = 24 \Rightarrow BC = 2\sqrt{6}$$

$$CC_1 = \frac{5 \cdot 2\sqrt{6}}{2\sqrt{6}} = 5 = AA_1 = BB_1$$

$$S_{AA_1C_1C} = AA_1 \cdot AC \cdot \sin \angle A_1AC = 6, \text{ т.е. } 5 \cdot AC \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin \angle A_1AC = 6$$

Поскольку  $\angle A_1AC = 130^\circ - \angle A_1AB$ :  $\sin \angle A_1AC = \frac{6}{5}$  (невозможно)



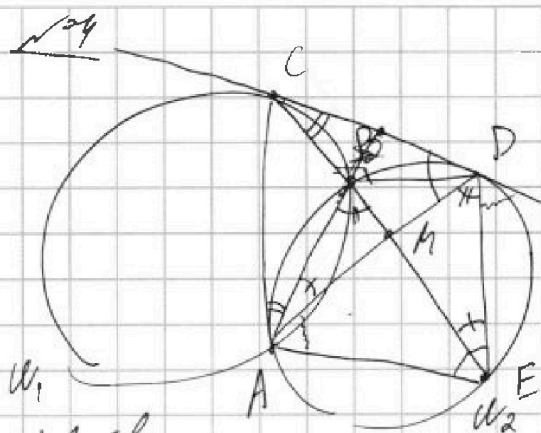
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$ED = DC = ?$   
 $CM : ME = 7 : 20$   
 $CD^2 = CB \cdot CE$   
 $BM \cdot ME = AM \cdot MD$   
 ~~$CM \cdot AM = 4h$~~   
 ~~$CM \cdot AM = 4h$~~

$$\begin{cases} a < b \\ (b-a)^2 \neq 3 \\ (a-c)(b-c) = p^2, p \in \mathbb{R} \\ a^2 + b = 1000 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b &= 1000 - a^2 \\ a &< 1000 - a^2 \\ a^2 + a - 1000 &< 0 \\ D &= 1 + 4000 = 4001 \\ a &\equiv 1 \pmod{2} \\ a &\equiv 0 \pmod{2} \\ a &= 2 \end{aligned}$$

$$(1000 - a - a^2) \neq 3$$

$$1 - 2 - 1 = -2$$

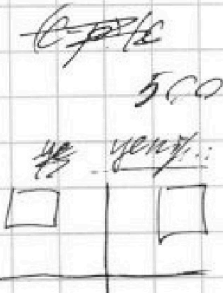
$$\begin{cases} a-c < b-c \\ a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1+c \\ 1000 - a^2 - c = p^2 \end{cases}$$

$$1000 - 1 - 2c + c^2 - c = p^2$$

$$c^2 - 3c + 999 = p^2$$

$$\begin{aligned} 1000 - a^2 - a &= 0 \\ a^2 + a - 1000 &= 0 \\ D &= 1 + 4000 = 4001 \\ b_1 &= \frac{-1 + \sqrt{4001}}{2} \\ b_2 &= \frac{-1 - \sqrt{4001}}{2} \end{aligned}$$

63  
 $\sqrt{63}$   
 $\sqrt{378}$   
 $\sqrt{3969}$



$c_1, c_2, c_3, c_4, c_5$

$$c_3 = c_1 \cdot c_5 = \frac{25a + 34}{3a + 2}$$

$$\begin{aligned} q_1 &= c_1 \\ q_2 &= q_1^2 \\ q_3 &= \frac{c_3}{c_1} = \frac{25a + 34}{3a + 2} \\ &= \frac{25a + 34}{3a + 2} = \frac{1}{3a + 2} \end{aligned}$$

$$c_1 \cdot q = c_2 \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
из

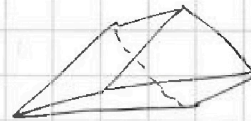
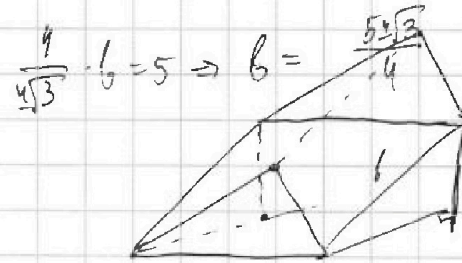
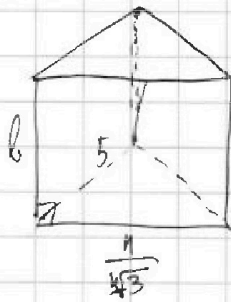
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$V = S_{\Delta} \cdot h = 4h$ ,  $h = ?$

$S_{ABC_1C} = 6 = AM_1 \cdot AC \cdot \sin \alpha$

$\frac{4}{\sqrt{3}} \cdot b = 5 \Rightarrow b = \frac{5\sqrt{3}}{4}$

$a = \frac{4}{\sqrt{3}}$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$① y + 2 + 2y + 3b \leq 20$$

$$3y \leq 54$$

$$y \leq \frac{54}{3} = 12$$

$$y = 12 - \text{огр. реш.}$$

$$2 \cdot 12 = 4 \cdot 20$$

$$20 = \sqrt{100 - z^2} \Rightarrow z = 0$$

$$12 - 3z - z^2$$

$$D = 9 + 4 \cdot 12 = 9 + 48 = 57$$

$$z = \frac{3 \pm \sqrt{57}}{-2} = \frac{3 \pm 7.55}{-2}$$

$$z + 6 + 19 + 14\sqrt{z+6} = 3 - z + 4(z+6)(3-z) + 4\sqrt{z+6}(3-z)$$

$$\sqrt{z+6}(14 - 4(3-z)) =$$

$$z \in [-6; 3]$$

$$a - b + 7 = 2ab$$

$$\sqrt{a+b} \leq 3$$

$$12 - 3z - z^2$$

$$z_{\max} = -\frac{3}{2} z = -\frac{3}{2}$$

$$12 + 3 \cdot \frac{3}{2} - \frac{9}{4} = 12 + \frac{9}{2} - \frac{9}{4} =$$

$$12 + \frac{9}{4} = \frac{12 \cdot 4 + 9}{4} = \frac{48 + 9}{4} = \frac{57}{4}$$

$$\max(\sqrt{12 - 3z - z^2}) = \frac{57}{4}$$

$$(\sqrt{z+6} - \sqrt{3-z})^2 = (2\sqrt{z+6}\sqrt{3-z} - 7)^2$$

$$z+6+3-z - 2\sqrt{z+6}\sqrt{3-z} = 4(z+6)(3-z) - 28\sqrt{z+6}\sqrt{3-z} + 49$$

$$t = \sqrt{z+6}\sqrt{3-z}$$

$$-2t = 4t^2 - 28t + 40$$

$$4t^2 - 26t + 40 = 0$$

t

$$\rho \cos 3\alpha + 6 \cos \alpha + 3(\rho + 4) \cos \alpha + 10 = 0$$

$$\cos 3\alpha =$$

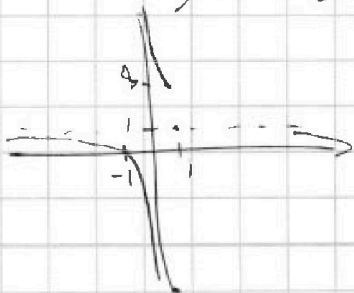
$$4(\rho) = \rho t^3 + 3t^2 + 3t + 10$$

$$-2 \sin^2 \alpha - 2(1 - \cos^2 \alpha) = -2 + 2 \cos 3\alpha$$

$$4(\rho) = 3\rho t^2 + 6t + 3$$

$$\rho t^2 + t + 1$$

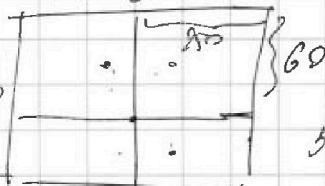
$$N(\alpha) 500$$



$$1 + \frac{1}{t} = 3\rho$$

$$t + \frac{1}{t} = 3\rho - 1$$

$$t = \frac{1}{3\rho - 1}$$



$$500 \cdot 120 = 5$$

$$C_1^1 \cdot 3 = 3C_1^1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$b_{12} = a - 2$$

$$b_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^2}}$$

$$\begin{cases} b_{12} = q^2 \cdot b_{10} \\ b_{18} = q^8 \cdot b_{10} \\ b_{18} = q^6 \cdot b_{12} \end{cases}$$

$$\begin{cases} d - x \geq 0 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

$$\sqrt{b_{10} \cdot b_{18}} = b_{14}$$

$$b_{10} \cdot b_{18} = \sqrt{\frac{(25x+34)^2}{(3x+2)^2}} = \frac{25x+34}{3x+2} = (a-2)q^2$$

$$\frac{25x+34 - (3x+2)(a-2)q^2}{3x+2} = 0$$

$$25x+34 + (a-2)(3x+2)q^2 = q^2(3x^2+2x-6x+4) = q^2(3x^2-4x+4)$$

$$25x+34 + 3q^2x^2 - 4q^2x - 4q^2 = 0$$

$$3q^2x^2 + x(25 - 4q^2) + 34 - 4q^2 = 0$$

$$D = (25 - 4q^2)^2 - 3q^2(34 - 4q^2) = 625 - 200q^2 + 16q^4 - 102q^2 + 12q^4 = 18q^4 - 302q^2 + 625$$

$$D_{14} = 151^2 - 625 \cdot 28$$

$$\begin{array}{r} 151 \\ \times 151 \\ \hline 151 \\ 1510 \\ \hline 22801 \end{array} \quad \begin{array}{r} 625 \\ \times 28 \\ \hline 5000 \\ 12500 \\ \hline 17500 \end{array}$$

$$\sqrt{2016} - \sqrt{3-2-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3a-a^2+2}$$

$$|y+21 + 2|y-12| = \sqrt{400-z^2}$$

$$-x^2 - 3x + (y+z)$$

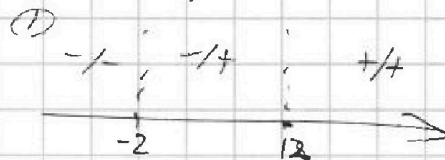
$$x \geq -6$$

$$-x^2 - 3x + (y+z)$$

$$x_{\min} = -\frac{3}{2}$$

$$D = 9 + 4(y+z) \geq 0$$

$$y+z \leq \frac{9}{4}$$



$$|y+21 + 2|y-12| \leq 20$$

$$-y-2 - 2y+36 \leq 20$$

$$-3y \leq -14$$

$$y \geq \frac{14}{3}$$

$\rightarrow$  не входит в зад. интервал

$$y+2 - 2y+36 \leq 20$$

$$-y \leq -18$$

$$y \geq 18 \rightarrow y = 18$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Если  $\angle A_1AC = 180^\circ - \angle A_1AB:$