



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



3 [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .

4 [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

5 [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q - простые числа.

6 [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

7 [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

8 [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

9 [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Пусть первый шек = a , а второй $a+k \rightarrow$

$\rightarrow a+k = 6-9k$, $a+k = x^2 - 4x^3 + 4x^2$, $a+k = 9x^2$

$\rightarrow k = \frac{6-9k-a}{3}$, $a+k = a + 18 - 3k - 9a = 9x^2 \rightarrow a = \frac{18-24k-9k^2}{2} \rightarrow$

$\rightarrow a+k = \frac{18-24k-9k^2}{2} + \frac{30-4k-9a}{3} = \frac{54-81k-24k^2+60-30k-10a}{6} =$

$= \frac{54-81k-24k^2+60-30k-90+135+45k^2}{6} = \frac{18k^2-121k+159}{6} =$

$= \frac{6k^2-54k+53}{2}$

$\rightarrow 6k^2-54k+53 = 2k^4-8k^3+8k^2 \rightarrow 2k^4-8k^3+2k^2+54k-53 =$

$=$ Пусть k - корень уравнения \rightarrow

$\Rightarrow 6k = 9x^2 - (6-9k) \Rightarrow 2k = 3x^2 - (2-3x) = 3x^2 - 2 + 3x$, а также \circ

$2k = (x^2-2x)^2 - (6-9x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6 + 9x \Rightarrow$

$\Rightarrow 3x^2 + 3x - 2 = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6 + 9x \Rightarrow x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2-2x-4=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} (x-1)^2(x^2-2x-4) \\ \Rightarrow x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5} \end{matrix}$

\Rightarrow Ответ: $x \in \{1, 1+\sqrt{5}, 1-\sqrt{5}\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. $3y+6x = 3(y+2x) \Rightarrow$ критическая линия. $y+2x$

Далее $x-y \geq 0 \Rightarrow x-2y \leq 2$ или же $x-2y \leq 0 \Rightarrow 2y-x \leq 2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} x-y-2 \leq 2y-x \leq 0 & \text{а) } \\ 0 \leq 2y-x \leq 2 & \text{б) } \end{cases}$, аналог. $\begin{cases} -1 \leq y-2x \leq 0 & \text{в) } \\ 0 \leq y-2x \leq 1 & \text{г) } \end{cases}$

Сам выводится а) и б)

$\Rightarrow \begin{cases} -6 \leq 6y-3x \leq 0 \\ 0 \leq 6y-3x \leq 6 \end{cases}$

$\begin{cases} -2 \leq y-2x \leq 0 \\ 0 \leq 2y-4x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq x-y \leq 2 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 \rightarrow 7m - 4n = (m+2n)^2 - 4(m+2n) = (m+2n)(m+2n-4)$$

$$B = m^2 + 2mn^2 + 9n^2 = mn(m+2n+9)$$

$$A \stackrel{2}{=} m \cdot (m+2n-4) \text{ , но } m \text{ и } m+2n-4 \text{ - разной четности } \Rightarrow A \stackrel{2}{=} 2$$

$$B \stackrel{2}{=} mn(m+2n+9) \text{ , но } m \text{ и } m+2n+9 \text{ - разной четности } \Rightarrow B \stackrel{2}{=} 2$$

$$\text{или } \Rightarrow 11p^2 \stackrel{2}{=} 2 \Rightarrow p^2 \stackrel{2}{=} 2 \Rightarrow p=2 \text{ и } 5q^2 \stackrel{2}{=} 2 \Rightarrow q^2 \stackrel{2}{=} 2 \Rightarrow q=2$$

$$\Rightarrow 11p^2 = 44, \text{ а } 5q^2 = 500$$

$$\Rightarrow (A, B) = (44, 500) \text{ (В) } \{A, B\} = \{44, 500\}$$

$$\text{Пусть } t = m+2n \Rightarrow A = t(t-4) = t^2 - 4t$$

$$\text{Пусть } A = 44 \Rightarrow t(t-4) = 44 \text{ , но } t \text{ и } t-4 \text{ - разной четности}$$

$$\text{Пусть } A = 500 \Rightarrow t^2 - 4t = 500 \Rightarrow t^2 - 4t - 500 = 0$$

$$\Rightarrow D = 49 + 2000 = 2049, \text{ но } 2049 \text{ - не квадрат } \Rightarrow \text{В} \text{ корни не являются целыми}$$

$$\text{но } t \text{ - натуральное } \Rightarrow \text{противоречие } \Rightarrow A = 44, \text{ а } B = 500$$

$$\Rightarrow t(t-4) = 44 \Rightarrow t^2 - 4t - 44 = 0 \Rightarrow D = 49 + 176 = 225 = 15^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_{1,2} = \frac{4 \pm 15}{2} \Rightarrow t \geq 0 \Rightarrow t = 11 \Rightarrow m+2n = 11$$

$$\Rightarrow B = mn(m+2n) = mn \cdot 11 \Rightarrow mn = 15 \Rightarrow \begin{cases} mn = 15 \\ m+2n = 11 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} mn = 15 \\ m = 11 - 2n \end{cases}$$

$$\Rightarrow (11-2n)n = 15 \Rightarrow 11n - 2n^2 = 15 \Rightarrow 2n^2 - 11n + 15 = 0 \Rightarrow D = 121 - 120 = 1$$

$$\Rightarrow n_{1,2} = \frac{11 \pm 1}{4} = \left\{ \frac{5}{2}, 3 \right\}, \text{ но } n \in \mathbb{N} \Rightarrow n = 3 \Rightarrow m = 5 \Rightarrow \text{Ответ: } (m, n) \in \left\{ (5, 3) \right\}$$



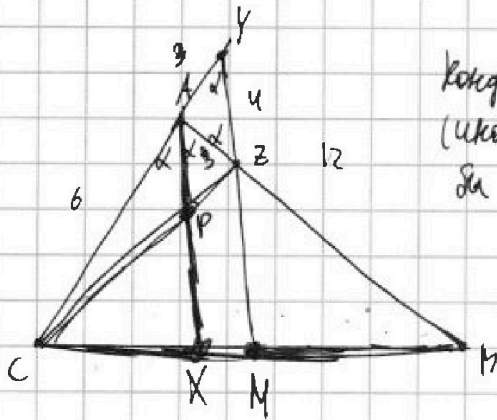
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4.



Контрапозиция \Rightarrow ч.к. $CX < CM$
(иначе прямая $CM \parallel AX$ пересекала бы параллельные AM).

Заметим, что $AX \perp CM \Rightarrow P \Rightarrow \frac{PC}{PZ} = \frac{AC}{AZ} = \frac{2}{1}$ (по св-ву биссектрисы)

А также $\frac{CP}{PZ} = \frac{CX}{XM}$ (по м. Палласа) $\Rightarrow \frac{CX}{XM} = \frac{2}{1}$, пусть $KM = x \Rightarrow$
 $\frac{1}{2}$

$\Rightarrow CX = 2x \Rightarrow CM = XM = 2x$, по св-ву биссектрисы $\Rightarrow \frac{CX}{XM} = \frac{1}{2}$; по св-ву биссектрисы \Rightarrow

$\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{CX}{XM} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{6}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = 12$; пусть $\angle ZAP = \alpha \Rightarrow \angle CAK = \alpha$; а также $\angle AZP = \alpha$ (из подобия); $\angle YAZ = 180 - \alpha$ (как смежные с $\angle CAK$) \Rightarrow

\Rightarrow по м. о. углов в $\Delta \Rightarrow \angle AYZ = \alpha \Rightarrow \Delta YAZ - \mu/\delta \Rightarrow$

$\Rightarrow AY = 3 \Rightarrow$ по м. кос.: $YZ^2 = AY^2 + AZ^2 - 2 \cdot AY \cdot AZ \cdot \cos \alpha$

$$9 = 9 + 16 - 12 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{3} \Rightarrow \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 1 = \frac{32}{9} - 1 = \frac{23}{9}$$

$$\Rightarrow \text{по м. кос. } BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos 2\alpha = 36 + 144 - 144 \cdot \left(\frac{23}{9}\right) = 180 - 16 \cdot 23 =$$

$$YZ^2 = AY^2 + AZ^2 - 2 \cdot AY \cdot AZ \cdot \cos(180 - \alpha) = AY^2 + AZ^2 + 2 \cdot AY \cdot AZ \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 16 = 9 + 9 + 18 \cdot \cos \alpha \Rightarrow 2 + 18 \cdot \cos \alpha = 0 \Rightarrow 1 + 9 \cos \alpha = 0, \cos \alpha = -\frac{1}{9}$$

\Rightarrow по м. кос.: $BC^2 + AB^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos 2\alpha = AC^2$

$$36 + 144 + 144 \cdot \frac{1}{9} = 180 + 16 = 196 = 14^2 \Rightarrow BC = 14.$$

Ответ: 14.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

б.

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} & \textcircled{1} \\ x^2+5x-\sqrt{2}y = y^2-\sqrt{2}x+7y & \textcircled{2} \end{cases}$$

②: $x^2-y^2+5(x-y)+\sqrt{2}(2x-y)=0$, н.к.м. вран $\sqrt{2}x$ и $\sqrt{2}y \Rightarrow$

$xy \geq 0 \Rightarrow xy > 0. \Rightarrow (x-y)(x^2+y^2+xy)+5(x-y)+\sqrt{2}(\sqrt{2}x-y) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (x-y)(x^2+y^2+xy+5)+\sqrt{2}(2x-y) = 0 \Rightarrow (\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+y^2+xy+5) = 0$

$= 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x}-\sqrt{y}=0 \Rightarrow \sqrt{x}=\sqrt{y} \Rightarrow x=y \\ (\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+y^2+xy+5)+\sqrt{2} > 0, \text{ но } \sqrt{x}+\sqrt{y} \geq 0, x^2+y^2+xy \geq 0 \end{cases}$

$\Rightarrow (\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+y^2+xy+5) \geq 0$, а $\sqrt{2} > 0 \Rightarrow (\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+y^2+xy+5)+\sqrt{2} > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{x}-\sqrt{y} = 0 \Rightarrow x=y \Rightarrow$ из (2) мы найдем, что $xy > 0$ и $x=y$.

$\Rightarrow \textcircled{1}: \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2}$;

пусть $\sqrt{x+2} = a, \sqrt{7-x} = b \Rightarrow a-b+7 = 2ab$ н.к.

$ab = \sqrt{x+2} \cdot \sqrt{7-x} = \sqrt{5x+14-x^2} \Rightarrow a-b+7 = 2ab$, и $a^2+b^2=9$

$\begin{cases} a^2+b^2=9 \\ a-b+7=2ab \end{cases} \Rightarrow$

$a(1-2b) = b-7 \Rightarrow a = \frac{b-7}{1-2b}$

$\Rightarrow \left(\frac{b-7}{1-2b}\right)^2 + b^2 = 9 \Rightarrow (b-7)^2 + b^2(1-2b)^2 = 9(1-2b)^2 \Rightarrow b^2 - 14b + 49 + b^2(1-4b+4b^2) = 9(1-4b+4b^2) \Rightarrow b^2 - 14b + 49 + b^2 - 4b^3 + 4b^4 = 9 - 36b + 36b^2 \Rightarrow b^2 - 14b + 49 + b^2 - 4b^3 + 4b^4 - 9 + 36b - 36b^2 = 0 \Rightarrow 4b^4 - 4b^3 - 35b^2 + 22b + 40 = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} a^2+b^2-2ab = 9 - 7 - (a-b) \Rightarrow (a-b)^2 = 2 - (a-b) \Rightarrow (a-b+1)(a-b) = 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \text{пусть } c = a-b \Rightarrow (c+1)c = 2 \Rightarrow c^2+c-2 = 0 \Rightarrow c = 1 \text{ или } c = -2 \Rightarrow \begin{cases} a-b=1 \\ a-b=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2, b=1 \\ a=1, b=-1 \end{cases} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} a=2, b=1 \\ a=1, b=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+2=4, 7-x=1 \Rightarrow x=2 \\ x+2=1, 7-x=1 \Rightarrow x=6 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} a^2+b^2=9 \\ a-b+7=2ab \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6. (магические)

→ всего возможных пар $\frac{120 \cdot 118}{2}$, т.к. каждую пару 2 раза посчитали
⇒ у нас ещё $\frac{60 \cdot 118}{4}$ раскрасок = 15 · 118.

Остаётся посчитать раскраски, где A симметрич. к ошк. O .

Для каждого A можно M единственно, при чём M и A рассматриваем раскр. $A_1, M_1 \Rightarrow$ при повороте на 30° ошк. стороны $A_2, M_2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow A_2$ симметрич. к ошк. O и так как, то все A_1, M_1 при повороте на 180° ошк. $O \Rightarrow$ в A_1, M_1 , а на 240° в $A_2, M_2 \Rightarrow$ ещё 30 раскрасок $\frac{120}{2}$ пар поделить на 2 = 30 ⇒

Ответ: $30 + 60 + 15 \cdot 118 = 60 + 1740 = 1800$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

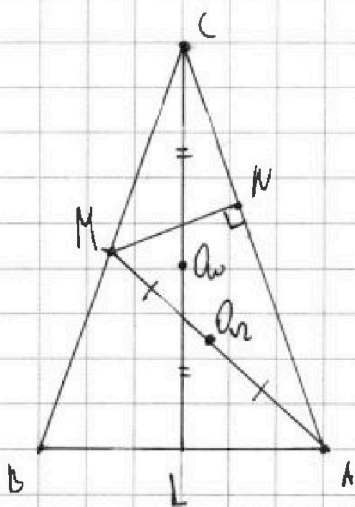


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7.

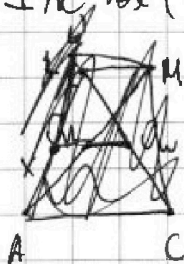


Заметим, что $\angle MNA$ — прямой в Δ окруж. как диаметр AM \rightarrow
 $\rightarrow \angle MNA = 90^\circ \rightarrow MN$ — это основание высоты из M в ΔCAM ;

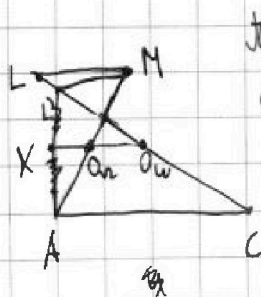
Заметим, что PO — рад. ось Δ и $\omega \rightarrow PO \perp O_1O_2$, где

O_1 — центр Δ , то есть середина AM , а O_2 — центр ω и

еще середина $CL \rightarrow$ из упр. $\rightarrow PO$ параллельно высоте из $M \rightarrow$
 $\rightarrow PO \perp AC$, так как (так как высота $\perp AC$) $\rightarrow AC \parallel O_1O_2$;



Докажем, что $ML \parallel AC$; проведем l , где $M \in l$ и
 $l \parallel AC$, то есть $l \parallel O_1O_2$; тогда $l \cap CL = L$
 $\rightarrow X = L$
 \square



Проведем прямую из $M \parallel AC$ и $O_1O_2 \rightarrow$ она пересекает
 CL в $L' \rightarrow$ так как O_1 — середина AM и $O_2 \parallel L'M \rightarrow X$ — середина
 $AL' (X = AL' \cap O_1O_2)$, а так как X — середина CA и $XO_2 \parallel AC \rightarrow$
 $\rightarrow O_2$ — середина CL' по O_2 — середина $CL \rightarrow L = L' \rightarrow$
 $\rightarrow ML \parallel AC$ и O_1O_2 . \square \rightarrow так как M — середина BC и
 $ML \parallel CA \rightarrow L$ — середина $AB \rightarrow CL$ — биссектриса и медиана \Rightarrow



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7. (Условие)

① $\triangle ABC$ - р/б, $BC = CA$;

\rightarrow ступень $\angle ABC = \alpha$, а $BM = x = CM$;

$\rightarrow AC = BC = 2x \Rightarrow CN = 2x - 5 \Rightarrow$

\rightarrow по и. ступеням

$$AM^2 = MN^2 + NA^2 = NA^2 + CM^2 - CN^2 =$$

$$= 25 + x^2 - (4x^2 - 20x + 25) = 20x - 3x^2$$

по и. косин.:

$$AM^2 = BM^2 + AB^2 - 2 \cdot AB \cdot BM \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\rightarrow 20x - 3x^2 = x^2 + 16 - 8x \cdot \cos \alpha \Rightarrow 5x = x^2 + 4 - 2x \cdot \cos \alpha, \text{ а также}$$

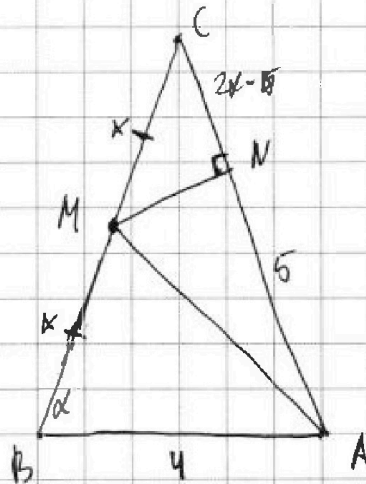
$$AC^2 = BC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos \alpha \Rightarrow 4x^2 = 4x^2 + 16 - 16x \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\rightarrow 1 - \cos \alpha = 0 \Rightarrow \cos \alpha = 1 \Rightarrow \text{①: } 5x = x^2 + 4 - 2 = x^2 + 2 \Rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow D = 25 - 8 = 17 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} \Rightarrow BC = 2x = 5 \pm \sqrt{17}, \text{ по}$$

$$\text{условию } AC = 5 - \sqrt{17} \Rightarrow AC = 5 - \sqrt{17} \Rightarrow AC < AN, \text{ противоречие, и.т.т. } \backslash \text{ EAC} \Rightarrow$$

$$\rightarrow \text{Ответ: } 5 + \sqrt{17}.$$



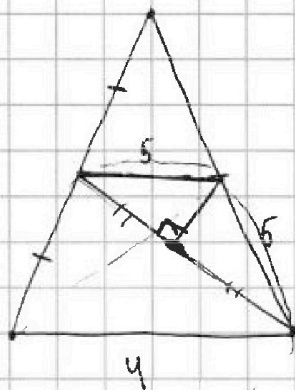
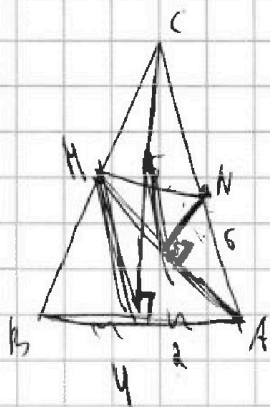


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



20

8000

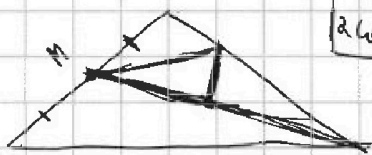
14

1000 + 320

20

2000

10

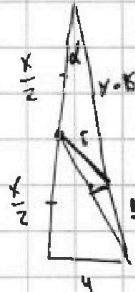


$$2\cos^2 \alpha - 1$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$8^3 + 256 \sqrt{1220} \\ 20 \cdot 64$$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \quad -\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = -1$$



$$16 = 2x^2 - 2x^2 \cos 2\alpha$$

$$8 - 80 + 64 - 160$$

$$25 = \frac{x^2}{4} + \frac{x^2 - 10x + 16}{x} - \\ - 2x(x - 5) \cos 2\alpha$$

$$8^3 - 20$$

$$x^3 + 32x \sqrt{20x^2 + 160}$$

$$\cos 2\alpha = 1$$

$$0 = x^3 - 20x^2 + 32x - 160$$

$$0 = -5x + 3 + \frac{x^2}{4} - \frac{40}{x}$$

$$16 = 2x^2(1 - \cos 2\alpha)$$

$$0 = 20x + 32 + x^2 - \frac{160}{x}$$

16

$$\textcircled{P} = \frac{x^2}{4} + x^2 - 10x + 16$$

$$\frac{8}{x^2} = 1 - \cos \alpha$$

60

$$+ (x^2 - 5x) \left(-1 + \frac{8}{x^2} \right)$$

$$\cos \alpha = 1 - \frac{8}{x^2}$$

$$\frac{x^2}{4} + x^2 - 10x + 16 - x^2 + 5x + 3 - \frac{40}{x}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.

~~$ky + 6x = 4(y + 2x) \Rightarrow$ нулика максимиз. $y + 2x$.~~

Иногда $x \in 2y \Rightarrow |k - 2y| = 2y - x \Rightarrow 2y - x \leq 2 \Rightarrow$



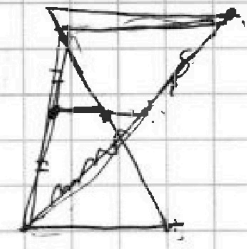
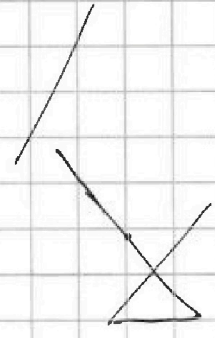
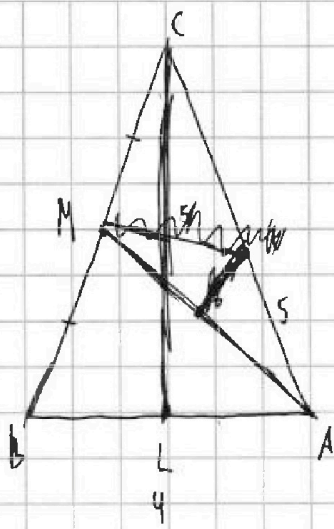
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

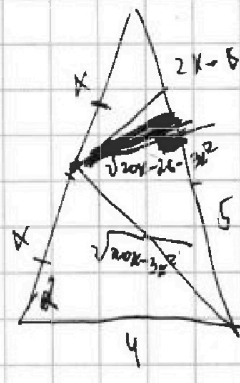
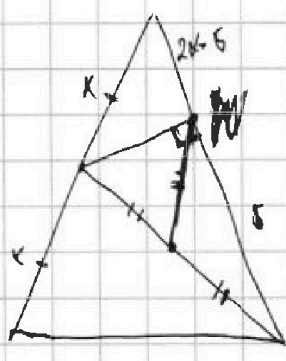
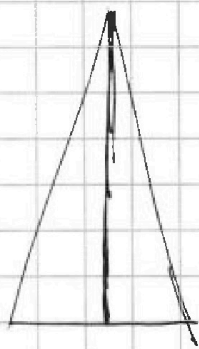
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4.



Заметим, что раз $N = \sqrt{2} \cap AC \Rightarrow NO = MN$



$$4^2 \quad 4x^2 + 25 - 20x$$

$$-bx^2 - 2bx + a$$

$$20x - 5x^2$$

$$\sqrt{20x - 5x^2}$$

$$x^2 + 16 - 8x \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = x$$

$$4x^2$$

$$20x + 2$$

$$25 - 8$$

$$1 - x \cdot \cos \alpha = 0$$

$$5x^2 = x^2 + 16 - 2x \cdot \cos \alpha$$

$$x^2 + 2x - 5x = 0$$

$$4x^2 = 4x^2 + 16 - 8 \cdot 2x \cdot \cos \alpha$$

$$16 - 16x \cdot \cos \alpha = 0$$

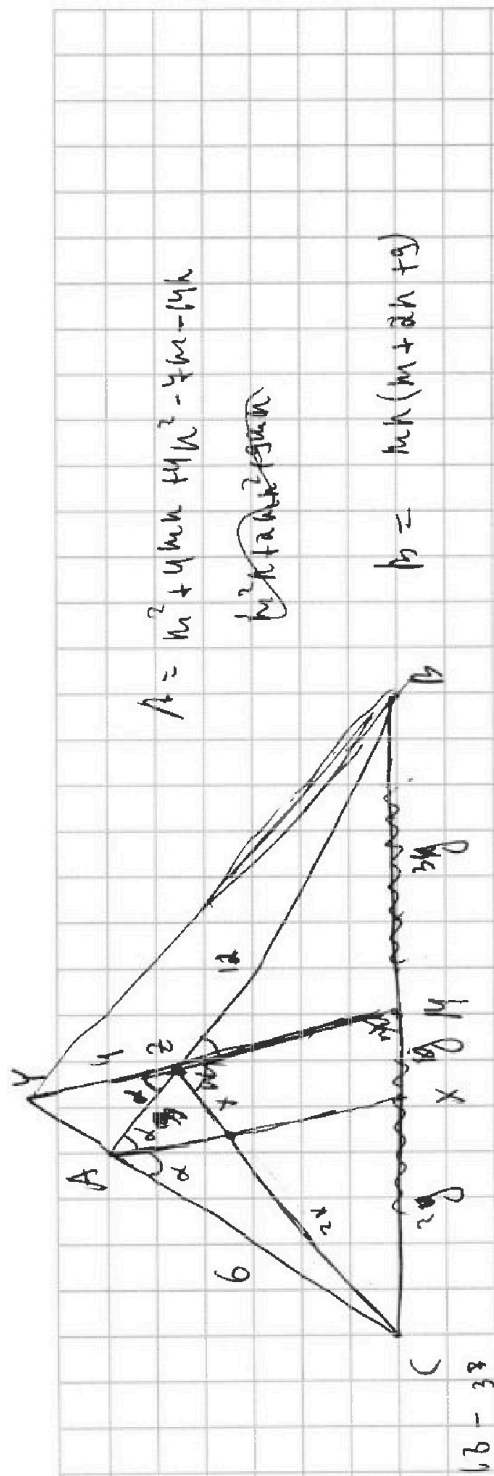


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$A = m^2 + 4mk + 4k^2 - 4m - 4k$$

$$k^2 + 4mk + 4m^2$$

$$b = m(m+2k+g)$$

$$(m+g)^2 - (m+g)k$$

$$1.5017k - 5 \cdot 4 \cdot 5 = 1.5017k - 100 = 1.5017k - 100$$

$$x^2 = 1 - 8 \cdot 108$$

$$A = (m+g)(m+g-k)$$

$$B = mn(m+g+k)$$



$$b \cdot g \cdot g$$



mn

$$9k + 5h = km + 5h + 6h = 6h + km$$

$$0 = h - 4k - 2g$$

$$m - 4k = 4m$$

$$k(m-4k) = 4m$$

mi 9

$$121 - 87$$

11

14

$$955$$

99

$$1334$$

$$110$$

$$110$$

$$110$$

$$110$$

$$110$$

$$110$$

$$110$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 9 \\ 6 \\ 1 \\ 5 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

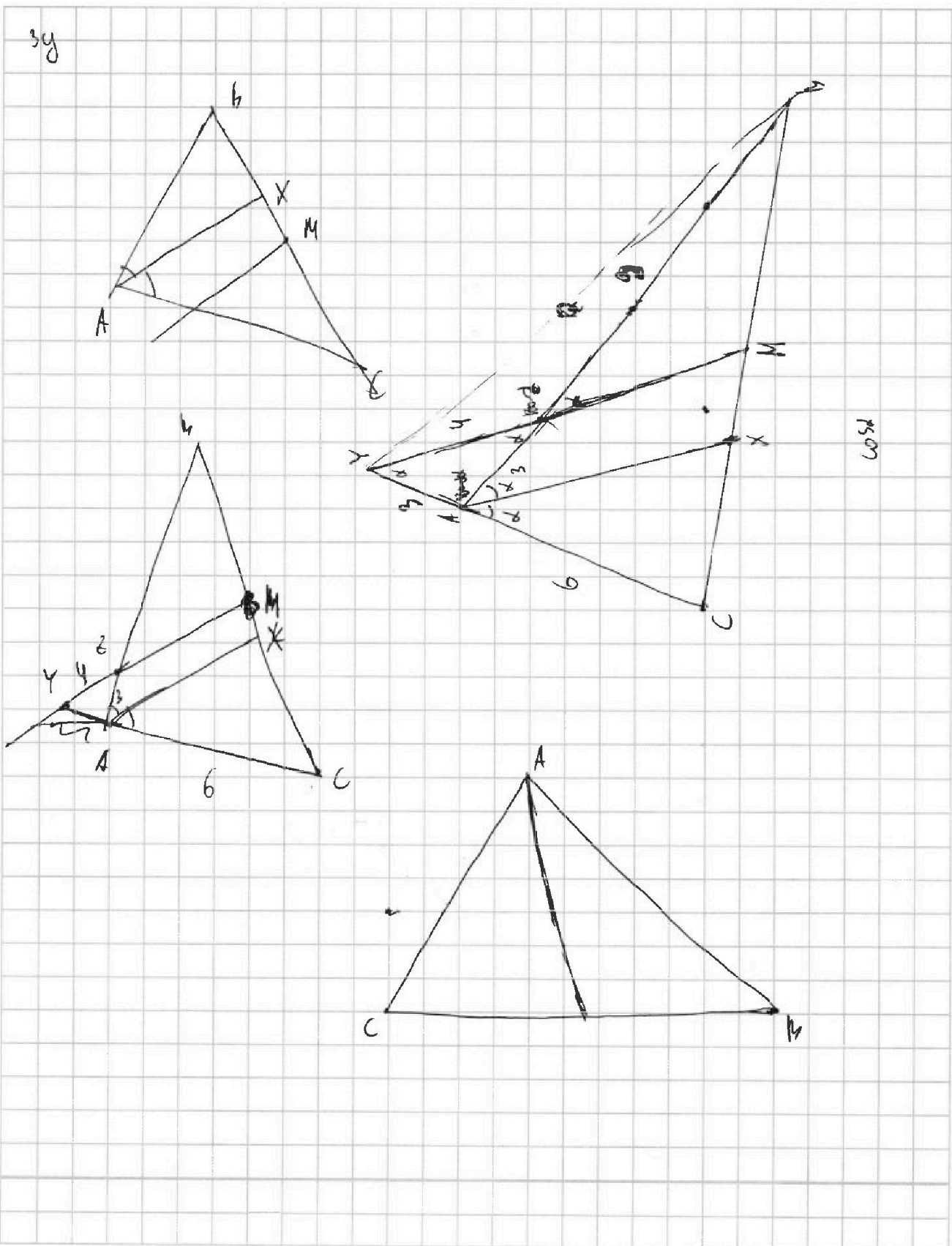


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left(y^2 - \frac{4}{y}\right)^2$$

$$4y - 2x$$

$$y^2 - 8y$$

$$y - 2x$$

$$y^2 - 4 + \frac{49}{y^2}$$

$$\left(\frac{7}{y}\right)^2$$

$$2y = 4x$$

$$6y = 5x$$

$$2x = y$$

$$x^3 + 3x + \sqrt{2}x = y^3 + 3y + \sqrt{2}y$$

$$(x-y)(x^2 + y^2 + xy) + 3(x-y) + \sqrt{2}(\sqrt{2}x - \sqrt{2}y) = 0$$

$$(x-y)(x^2 + y^2 + 3xy) + \sqrt{2}(\sqrt{2}x - \sqrt{2}y) = 0$$

$$(\sqrt{2}x - \sqrt{2}y)(\sqrt{2}x + \sqrt{2}y)(x^2 + y^2 + 3xy)$$

$$(\sqrt{2}x - \sqrt{2}y)$$

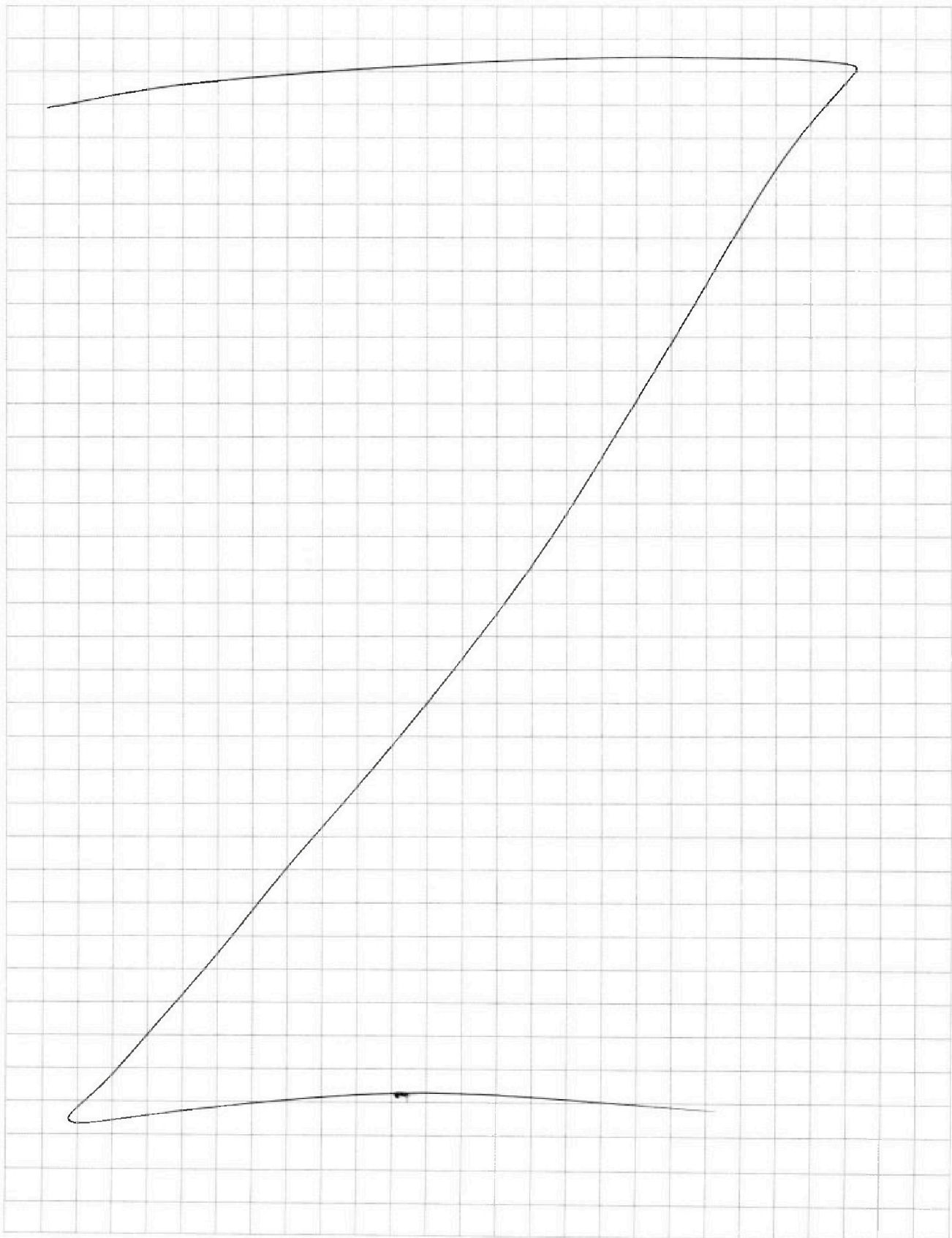


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a + 3k = 6 - 9k$$

$$6 - 9k = (x^2 - 2x)^2$$

$$a + 3k = 6 - 9k$$

$$k = \frac{6 - 9k - a}{3}$$

$$a + \frac{4}{3} \cdot (6 - 9k - a) = -\frac{1}{3}a - 12k + 8$$

$$(x^2 - 2x)^2$$

$$a + 9k = 9k^2$$

$$a + 18 - 24x - 5a = 9k^2$$

$$a + 3k = 6 - 9k$$

$$k = \frac{6 - 9k - a}{3}$$

$$a + 5k = (x^2 - 2x)^2 \Rightarrow a + 5 \cdot \left(2 - 3k - \frac{a}{3}\right) = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$a + 9k = 9k^2$$

$$a + 10 - 15k - \frac{5a}{3} = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$a + 18 - 24x - 5a = 9k^2$$

$$-\frac{2}{3}a = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 15k - 10$$

$$9k^2 + 24x = 18 - 5a$$

$$a = -\frac{3}{2}(\dots)$$

$$9x^2 + 24x = 18 + 3x^4 - 12x^3 + 12x^2 + 45x - 30$$

$$3x^4 - 12x^3 + 12x^2 + 15x - 30 = 0$$

$$a + 9k = 9k^2$$

$$x^2 - 2x - 4$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x^2 - 2x + 4 \\ -x^2 - x^2 \\ \hline -2x^2 \\ -2x^2 + 2x \\ \hline -4x + 4 \end{array}$$

$$x^2 - 1x^2 - 4x - x^2 + 2x + 4$$

$$x^2 - 3x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ x^4 - x^4 \\ \hline -3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ -3x^3 + 3x^2 \\ \hline x - 1 - 2x^2 + 6x - 4 \\ -2x^2 + 6x \\ \hline 4x - 4 \end{array}$$

$$x^2 - 2x - 4$$

$$4 + 16 = 20$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3y + 6x \quad y + 2x$$

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$x-2y \geq 0$$

$$x \geq 2y$$

$$2x \geq y$$

$$x-2y \leq 2$$

$$x \leq 2y + 2$$

$$x-2y \geq 0$$

$$x \geq 2y$$

~~x~~

$$x-2y \leq 0$$

$$\begin{cases} 2x \geq y \\ 2x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$2x \geq y$$

$$2x - y \geq 1 \Rightarrow 2x \geq 1 + y$$

$$2$$

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{4}{3}$$

$$-\frac{2}{3}$$

$$-2 \leq 2y - x \leq 0$$

$$0 \leq 4x - 2y \leq 2$$

$$2 \leq 3x \leq 2$$

$$0 \leq 3x - y \leq 3$$

$$0 \leq x - y \leq 1$$

$$0 \leq 2x - y \leq 1 \Rightarrow -1 \leq y - x \leq 0$$

$$|2x + y| \leq 2$$

$$0 \leq 2x - 4y \leq 4$$

$$0 \leq 2x - y \leq 1$$

$$-1 \leq y - 2x \leq 0$$

$$-1 \leq -3y \leq 4$$

$$-4 \leq 3y \leq 1$$

$$2x + y = 2$$

~~2x~~

$$y - x = 0$$

$$x = y$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 \\ x^2 \end{array} \right.$$

$$2x^4 - 8x^3 + 2x^2 + 6x - 8x$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \quad \left| \begin{array}{l} x-1 \\ x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \end{array} \right.$$

$$2x = (x^2 - 2x)^2 - 6 + 9x$$

$$4x = 9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = (5x - x^2 + 2x) / (3x + x^2 - 2x)$$

$$4x = (5x - x^2)(x + 2) = x^2(5-x)(x+1)$$

$$6x = 9x^2 - 6 + 9x = 9x^2 - 6 + 9x$$

$$x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \quad \left| \begin{array}{l} x-1 \\ x^2 - 2x - 4 \end{array} \right.$$

$$x - 2y \leq 2$$

$$9x(x+1)$$

$$x \geq 2y$$

$$6(x-1)$$

$$x^2$$

$$x \leq 2 + 2y$$

$$2y - x \geq$$

$$2x = 3x^2 - 6 + 9x$$

$$3y^2 - 2 + 3x = (x^2 - 2x)^2 - 6 + 9x$$

$$3x^2 + 4 - 6x$$

$$3x^2 + 4 - 6x = (x^2 - 2x)^2 = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$(3x^2 - 2)$$

$$x(x-2)^2$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4$$

$$3x^2 - 4 = 0$$

||

$$3x(x-2) + 4$$

$$3x^2 + 4 - 6x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x > 2y$$
$$2x > y$$

$y \geq x$

$$x > 2y$$
$$0 \leq x - 2y \leq 2$$

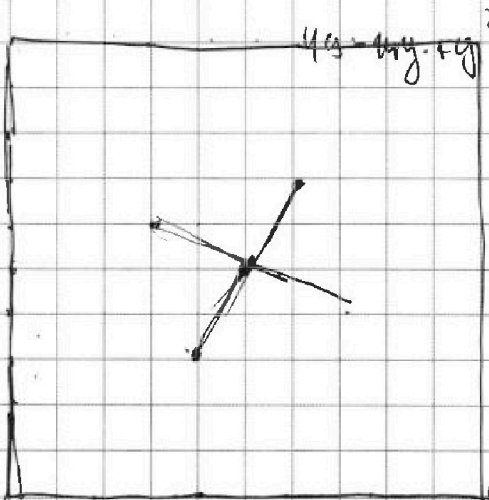
$$0 \leq 2x - y \leq 1$$

$$0 \leq y - x \leq 3$$

$$0 \leq 2y - x \leq 2$$

$$0 \leq 2x - y \leq 1$$

$$\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2 + x} = 2\sqrt{4x^2 - y^2}$$



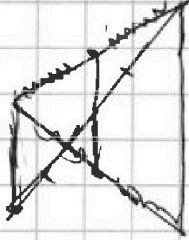


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

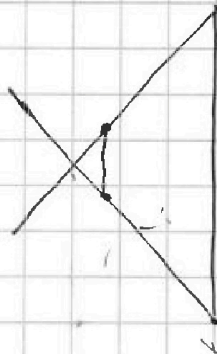
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{5 \cdot 2x^2 - 6 \cdot 19x + 5}{2x^2 + 9 - 2\sqrt{6} \cdot 5}$$

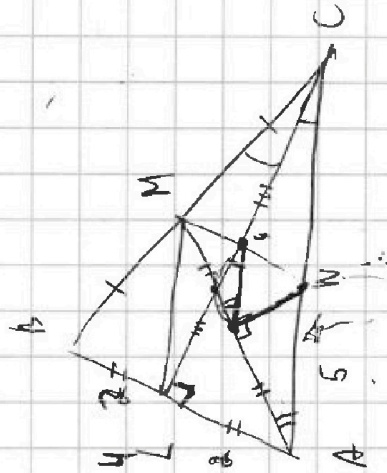
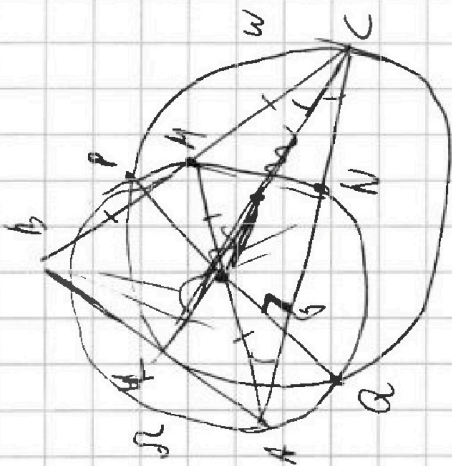
(21-17)5



$$\begin{array}{r} 2x^4 - 8x^3 + 12x^2 + 15x - 5 \\ 2x^4 - 4x^3 + 2x^2 \\ \hline -4x^3 + 10x \\ -4x^3 + 8x^2 - 4x \\ \hline 2x^2 + 6x - 5 \end{array}$$

$$x-1$$

$$2x^3 - 2x^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

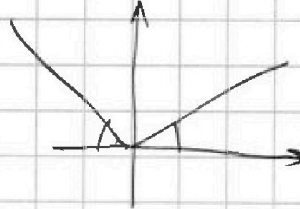
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x|7$

$$17^3 + 32 \cdot 17 + 20 \cdot 17^2 + 160$$

$$-3 \cdot 17^2 + 32 \cdot 17 - 160$$



$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ 170 \\ \hline 289 \end{array}$$

18

$$-3 \cdot 18^2 + 32 \cdot 18$$

$$-18^2 + 32 \cdot 18 - 160$$

561 608

$$-2 \cdot 18^2 + 32 \cdot 18 - 160$$

$$\begin{array}{r} \times 18 \\ 144 \\ 180 \\ \hline 252 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 18 \\ \hline 288 \\ 576 \end{array}$$

1-648

$x|5$

$$\begin{array}{r} 118 \\ \times 15 \\ \hline 590 \\ 1180 \\ \hline 1770 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

