



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$, двенадцатый член равен $2 - x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \quad \checkmark 1. \quad b_{18} = b_1 \cdot 9^{17}$$

$$b_{12} = 2-x$$

$$b_{10} = b_1 \cdot 9^9$$

$$b_{18} = \sqrt{\frac{(25x+34)}{(3x+2)^3}}$$

$$b_{12} = b_1 \cdot 9^{11}$$

$$(25x+34)(3x+2) \geq 0, \quad b_{12} = b_{10} \cdot 9^2, \quad b_{10} \geq 0, \quad 9^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow b_{12} \geq 0 \Rightarrow 2-x \geq 0.$$

$$1) (25x+34) \leq 0, (3x+2) \leq 0.$$

$$\frac{b_{18}}{b_{12}} = 9^8 = \frac{\sqrt{\frac{(25x+34)}{(3x+2)^3}}}{2-x}$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{(25x+34)}{(3x+2)^3}}}{\sqrt{(3x+2)^3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^3}} = \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^3}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^6}} = \frac{1}{(3x+2)^2} \Rightarrow 9^2 = \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^2}}$$

$$b_{12} = b_{10} \cdot 9^2 \Rightarrow 2-x = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^2}}$$

$$2-x = \sqrt{-(25x+34)}$$

$$4-4x+x^2 = -25x-34$$

$$x^2+21x+38 = 0$$

$$(x+2)(x+19) = 0$$

$$x = -2$$

$$x = -19$$

Оба условия выполнены.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) (25x+34) \geq 0, (3x+2) > 0,$$

$$\frac{b_{18}}{b_{10}} = q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} = \frac{1}{(3x+2)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q^2 = \sqrt{3x+2}$$

$$b_{12} = b_{10} \cdot q^2 \Rightarrow 2-x = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$$

$$2-x = \sqrt{25x+34}$$

$$4-4x+x^2 = 25x+34$$

$$x^2 - 29x - 30 = 0$$

$$(x+1)(x-30) = 0$$

$$(x+1)(x-30) = 0$$

$$x = -1$$

$$x = 30$$

$$3x+2 \geq 0$$

- неверно, и.к. $-1 < 0$.

$$2-x \geq 0 \Rightarrow \text{не удел.}$$

Итого; находим $x = -2$ и $x = -19$.

Ответ: $-2; -19$.



1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

x2

Помогите на вопрос ур-ние исследа
Помогите, какое значение ур-ния
левая и правая части!

$$|y+2| + 2|y-18|$$

1) $y < -2$ *следует из*
 $2-y+2 \cdot (18-y) = -2-y+36-2y = -3y+34 > 40$

2) ~~$-2 \leq y \leq 18$~~ $-2 \leq y \leq 18$ *следует из*
 $y+2+2 \cdot (18-y) = y+2+36-2y = 38-y \geq 20$

3) $18 < y$ *следует из*
 $y+2+2y-36 = 3y-34 > 20$

левая часть ≥ 20 . Также достигается при $y = 18$.

Правая часть: $z^2 \geq 0 \Rightarrow -z^2 \leq 0$
 $400-z^2 \leq 400 \Rightarrow \sqrt{400-z^2} \leq 20$

Также достигается при $z = 0$

левая часть ≥ 20 , правая ≤ 20 . Получаем,
 что равенство достигается только при $y = 18$ и $z = 0$. \rightarrow это и есть единств.

возможные значения этих пере-
 мерных. Теперь вернёмся к исходному
 уравнению.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Зная, что $y=18$, $z=0$ перешли к:

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{18-3x-x^2} - 7$$

$(x+6 \geq 0, 3-x \geq 0)$

$$18-3x-x^2 = (x+6)(3-x) \geq 0$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7$$

возведем в квадраты:

$$(x+6) + (3-x) - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 4(x+6)(3-x) - 28\sqrt{(x+6)(3-x)} + 49$$

$$\sqrt{(x+6)(3-x)} = t$$

$$9 - 2t = 4t^2 - 28t + 49$$

$$4t^2 - 26t + 40 = 0$$

$$2t^2 - 13t + 20 = 0$$

$$(2t-5)(t-4)$$

$$t = 2,5$$

$$t = 4$$

$$(x+6)(3-x) = 2,5$$

$$(x+6)(3-x) = 4$$

$$-x^2 - 3x + 18 = 2,5$$

$$-x^2 - 3x + 18 = 4$$

$$-2x^2 - 6x + 36 = 5$$

$$x^2 + 3x - 14 = 0$$

$$-2x^2 - 6x + 31 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 14 = 9 + 56 = 65$$

$$2x^2 + 6x - 31 = 0$$

$$D = 36 + 4 \cdot 2 \cdot 31 = 24 + 36 = 284 = 4 \cdot 71$$

$$x_1 = \frac{-6 + 2\sqrt{71}}{2} = \frac{-3 + \sqrt{71}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{65}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-3 - \sqrt{71}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-3 - \sqrt{65}}{2}$$

$$-6 < \frac{-3 - \sqrt{71}}{2} < \frac{-3 + \sqrt{71}}{2} < 3$$

$$-6 < \frac{-3 - \sqrt{65}}{2} < \frac{-3 + \sqrt{65}}{2} < 3$$

$$-12 < -3 - \sqrt{71} < -3 + \sqrt{71} < 6$$

$$-12 < -3 - \sqrt{65} < -3 + \sqrt{65} < 6$$

$$\sqrt{71} < 9 = \sqrt{81}$$

$$\sqrt{65} < 9 = \sqrt{81}$$

оба выполнены

оба выполнены

Ответ: $x = \frac{-3 + \sqrt{65}}{2}, \frac{-3 + \sqrt{71}}{2}, y = 18, z = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-1 \leq \frac{-1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}$$
$$0 \leq \frac{-1 + 1 + \sqrt[3]{p-1}}{1 + \sqrt[3]{p-1}} = \frac{\sqrt[3]{p-1}}{1 + \sqrt[3]{p-1}}$$

+ - +

o o o

0 1 p

$$p \in (-\infty; 0), [1; +\infty).$$

тогда есть 2 условия:

$$p \in (0; 1] \text{ и } p \in (-\infty; 0), [1; +\infty).$$

найдем, что $p \neq 1$

$$-\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}} \leq 1 \quad 0 \leq \frac{1 + 1 + \sqrt[3]{p-1}}{1 + \sqrt[3]{p-1}}$$

$$0 \leq \frac{2 + \sqrt[3]{p-1}}{1 + \sqrt[3]{p-1}}$$

+ - +

o o o

-7 0 p

$$p \in (-7; -7], p \in (-\infty; -7], (0; +\infty).$$

$$\text{иногда, } p \in (-7; +\infty), p \in (-\infty; -7], [1; +\infty).$$

$$\cos x = \frac{-1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}$$

$$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ответ: } p \in (-\infty; -7], [1; +\infty), x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

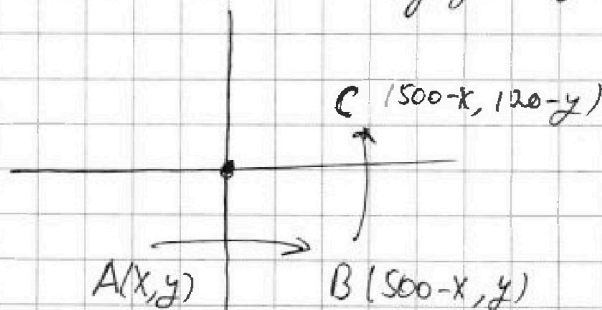
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5.

Пойдем, что все закрашенное мн-во удовлетворяет каким-то двум условиям, но оно удовлетворяет и третьей.

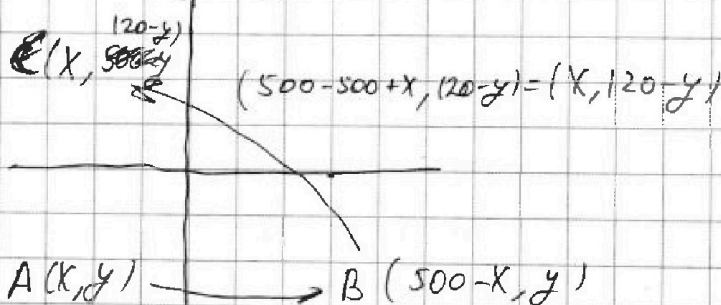
1) Эта симметрия относительно двух центральных осей.



$A \rightarrow B$ относительно $|$, $B \rightarrow C$ относительно $-$.

тогда ~~точка~~ ^{образ} C является симметрией A. (по координатам)

2) $|$ симметрия и центральная.



$A \rightarrow B$ относительно $|$, $B \rightarrow C$ относительно центра.

A и C симм. осес. $-$.

3) $-$ симметрия и центральная аналогичен 2).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

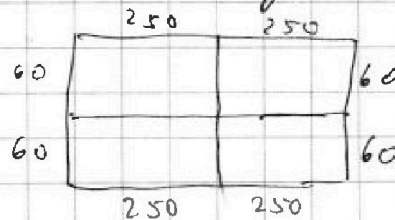
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда, у нас мк-во удовлетворяем мкб
одной мк-ву симметрии, либо сразу
ищем. Попробуем ком-во мк-в, удовлет-
воряющих сразу 3 симметриям.

Заметим, что такая конструкция симмет-
рично задается 2 клетками в угловом прямо-
угольнике 250×60 .



Из симметрии в каждом из них поковы 2,
расположения аналогичны \Rightarrow задаются по одному.

Тогда ком-во C_{15000}^2 (ком-во способов
выбрать 2 клетки из прямоуго. 250×60)

Ком-во мк-в, симм. ошкос 1: C_{30000}^4

C_{30000}^4 (4 клетки в левой половине прямоуго.)

Односимметрично: C_{30000}^4 (4 клетки в правой половине)

Односимметрично центра: C_{30000}^4 (4 клетки в левой итер.)

конденсе, например, если разделим прямоуго.

как: Число, $3 \cdot C_{30000}^4 - 2 \cdot C_{15000}^2$

(Мк-во сразу посчитали: 3 симметрии \Rightarrow вычитаем 2 раза).

Общее: $3 \cdot C_{30000}^4 - 2 \cdot C_{15000}^2$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$c^2 + 2c + 1 + c + 9 = 1000$$

$$c^2 + 3c - 990 = 0$$

$$(c - 30)(c + 33) = 0$$

$$c_1 = 30$$

$$c_2 = -33$$

$$a = 31$$

$$a = -32$$

$$b = 39$$

$$b = -24$$

$$(31; 39; 30)$$

$$(-32; -24; -33)$$

$$2) a < b < c$$

$$b < c \rightarrow a < c \Rightarrow \begin{cases} b - c < 0 \\ a - c < 0 \\ b - c > a - c \end{cases}$$

~~Иногда~~
~~учитывая все это,~~

Иногда получаем лишь 1 вариант разложения:

$$b - c = -1 \quad (b - c) - (a - c) = b - a = p^2 - 1 \quad \text{!} 3$$

$$a - c = -p^2 \quad \text{Взяв же, получаем } \text{члор} = 3$$

$$b = c - 1 \quad a = c - 9$$

$$(c - 9)^2 + c - 1 = 1000$$

$$c^2 - 18c + 81 + c - 1 = 1000$$

$$c^2 - 17c - 920 = 0$$

$$(c - 40)(c + 23) = 0$$

$$c_1 = 40$$

$$c_2 = -23$$

$$a = 31$$

$$a = -32$$

$$b = 39$$

$$b = -24$$

$$(31; 39; 40)$$

$$(-32; -24; -23)$$

Ответ: $(31; 39; 30), (31; 39; 40), (-32; -24; -33),$
 $(-32; -24; -23)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \in \mathbb{Z}, a < b; \quad b - a \not\equiv 3; \quad (a - c)(b - c) = p^2, \\ a^2 + b = 1000.$$

По-первому, ~~$b \neq a$~~ , $b \neq c$, $c \neq a$, иначе $(a - c)(b - c) = 0$ — произведение.

По-второму, не можем иметь ситуа-

цию: $a < c < b$. т.к. $(a - c)(b - c) < 0$ — произведение. Тогда, либо

$c < a < b$, либо $a < b < c$.

1 случай: $c < a < b \Rightarrow a - c > 0$

$$(a - c)(b - c) = p^2.$$

$$b - c > 0$$

$$b - c > a - c, \text{ т.к. } b > a$$

Тогда, либо

$$a - c = 1, \quad b - c = p^2$$

Тогда из этих условий следует единствен-
ный вариант разложения на множители:

$$a - c = 1, \quad b - c = p^2.$$

$$b - c - (a - c) = b - a = p^2 - 1.$$

$$b - a \not\equiv 3 \Rightarrow p^2 - 1 \not\equiv 3. \text{ Но по mod } 3: \begin{matrix} 0^2 \equiv 0 \\ 1^2 \equiv 1 \\ 2^2 \equiv 1 \end{matrix}$$

$\Rightarrow p \equiv 3$. т.к. p — простое, то $p = 3$.

$$a = c + 1, \quad b = c + 9.$$

$$(c + 1)^2 + c + 9 = 1000$$

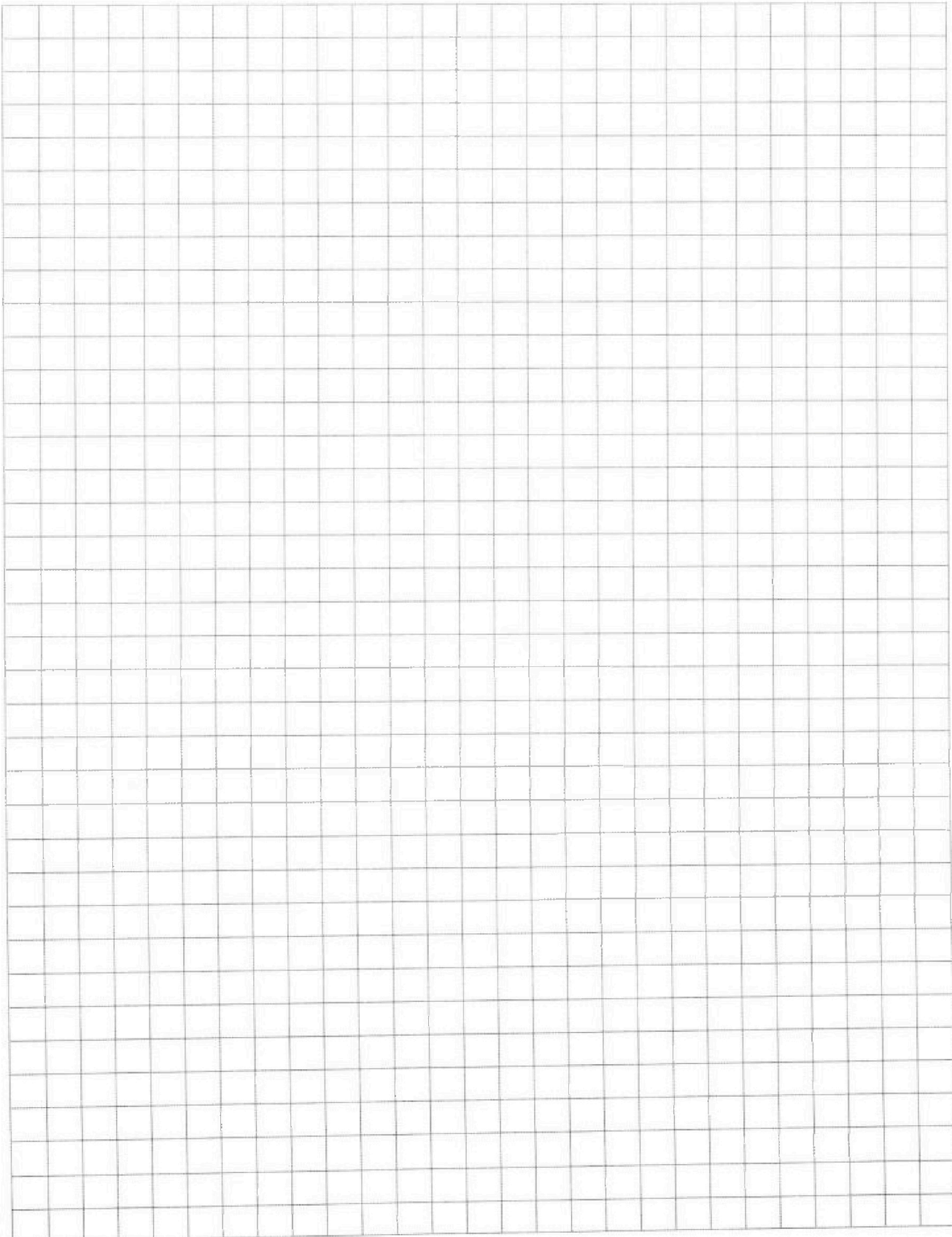


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{BE}{CE} = \frac{CF}{FE} = \frac{1}{20}$$

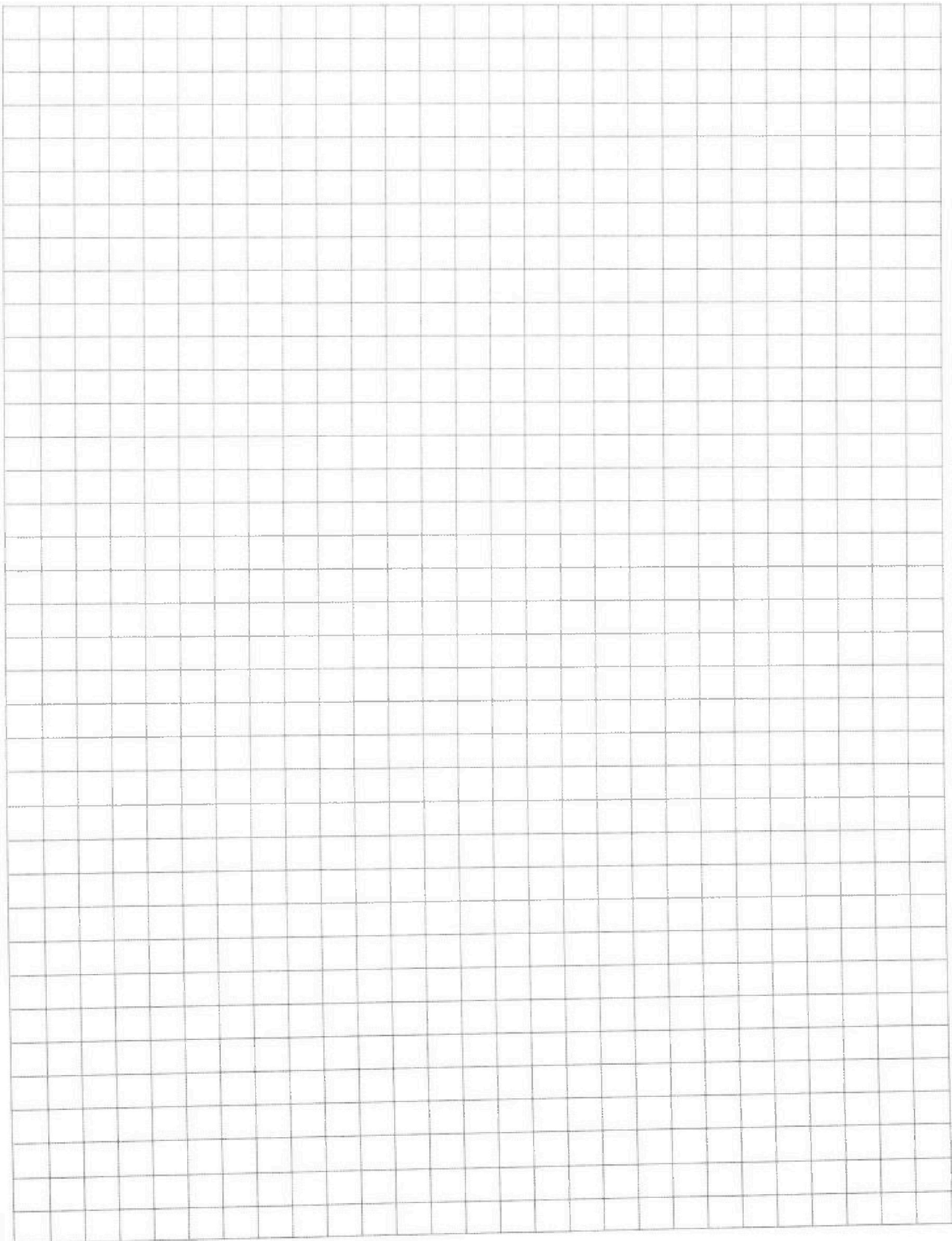


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4.

$\frac{ED}{CD} = ?$

$\frac{CF}{FE} = \frac{7}{20}$

$\angle CAF = \angle FAE$

$CB \cdot BE = CD^2$

$\triangle CDB \sim \triangle CED$

$$\frac{CE}{CD} = \frac{CD}{CB} = \frac{ED}{BD}$$

$$\frac{CD}{CB} = \frac{ED}{BD}$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{7}{20}$$

$$CD^2 = CP \cdot CA$$

$ED \cdot CB = CD \cdot BD$

$\frac{ED}{CD} = \frac{BD}{CB}$

$CD = \sqrt{BC \cdot CE}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x =$$

$$= (\cos^2 x - \sin^2 x) \cdot \cos x - 2 \sin^2 x \cdot \cos x =$$

$$= (2 \cos^2 x - 1) \cdot \cos x - 2 \cdot \cos x \cdot (1 - \cos^2 x) =$$

$$= 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \cos x + 2 \cos^3 x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$p \cdot (4t^3 - 3t) + 6 \cdot (2t^2 - 1) + 3(p+4)t + 10 = 0$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$4pt^3 - 3pt + 12t^2 - 6 + 3pt + 12t + 10 = 0$$

$$4pt^3 + 12t^2 + 12t + 4 = 0$$

$$4pt^3 + 12t^2 + 12t + 4 = 0$$

$$pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$(t+1)^3 = (p-1)t^3$$

$$t+1 = \sqrt[3]{p-1} t$$

$$(t+1)^3 = (1-p)t^3$$

$$t+1 = \sqrt[3]{1-p} t$$

$$t + \sqrt[3]{p-1} t = -1$$

$$t(1 + \sqrt[3]{p-1}) = -1$$

$$t = -\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}$$

$0 < p \leq 8$
 $p \in (-7; 7] \cup \{0\}$

$$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$



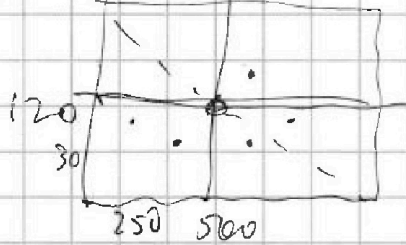
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-16 - 4 = 64 \quad b. \quad 4 \quad \sim 5$$



$$250 \cdot 30 = 7500$$

Симметричная аннос.

Симметричная аннос.

Омеч зоремах симметриях:

$$C^2_{7500}$$

$$C^3_{216} \\ \begin{array}{r} x \quad 31 \\ \times \quad 16 \\ \hline 216 \\ \quad 316 \\ \hline 2544 \end{array}$$

$$-x^2 - 3x + 18 = 2,5$$

$$-2x^2 - 6x + 36 = 5$$

$$2x^2 + 6x - 31 = 0$$

$$D = 36 + 4 \cdot 2 \cdot 31 = 284$$

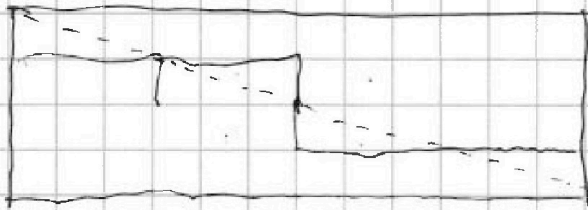
$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{71}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{71}}{2}$$

$$C^4_{75000}$$

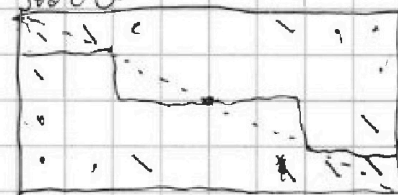
$$C^4_{150000}$$

$$\frac{500 \cdot 120}{2} =$$

$$= 500 \cdot 60 = 30000$$



$$C^4_{30000}$$

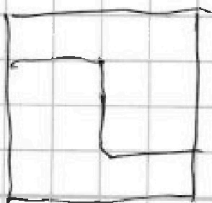
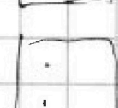
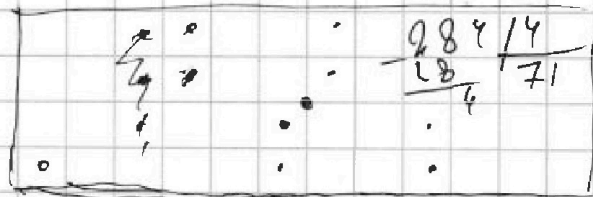


Если задан 2 условия \Rightarrow удовлетворяем и 3.

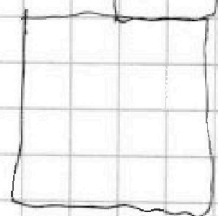
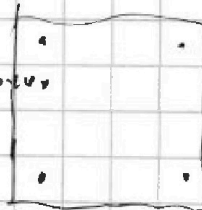
$$C^4_{30000} + C^4_{15000} + C^4_{15000} - 2 \cdot C^2_{7500} =$$



$$C^4 =$$



$$500 \cdot 120 = 60000$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

16.

$$a < b$$

$$a, b, c \in \mathbb{Z}.$$

$$b - a \mid 3$$

$$(a - c) \mid (b - c) = p^2.$$

$$(a - c) \mid (b - c) = p^2; p - \text{простое.}$$

Если $a \leq c \leq b$, то
 $a - c \leq 0 \leq b - c$
- простое.

$$a^2 + b = 1000$$

иногда можно

$$c < a < b, \text{ можно}$$

$$a < b < c$$

$$a < b \Rightarrow a - c < b - c.$$

$$c < a < b:$$

$$a - c = 1 \quad a - c = p$$

$$b - c = p^2 \quad b - c = p$$

т.к. $a \neq b$.

$$a = c + 1$$

$$b = c + p^2.$$

$$c + p^2 - c - 1 \mid 3.$$

$$p^2 - 1 \mid 3.$$

$$c^2 \equiv 0$$

$$1^2 \equiv 1 \Rightarrow p \mid 3 \Rightarrow p = 3.$$

$$2^2 \equiv 1$$

$$a = c + 1$$

$$b = c + 9$$

$$(c + 1)^2 + c + 9 = 1000$$

$$c^2 + 2c + 1 + c + 9 = 1000$$

$$c^2 + 3c - 990 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 990 = 9 \cdot (4 \cdot 110 + 1) = 9 \cdot 441 = (3 \cdot 21)^2.$$

$$c_1 = \frac{-3 + 63}{2} = 30.$$

$$c_2 = \frac{-3 - 63}{2} = -\frac{66}{2} = -33.$$

$$a < b < c$$

$$c - a = 1$$

$$c - b = p^2.$$

или

$$a - c < b - c$$

$$b - c = 1$$

$$a - c = -p^2$$

$$b - c - a + c = -1 + p^2 = p^2 - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = 3.$$

$$a = c - 9$$

$$b = c - 1$$

$$(c - 9)^2 + 1.$$

$$920 \overline{) 110}$$

$$92 \cdot 10$$

$$92 \overline{) 46 \cdot 20}$$

$$23 \cdot 40$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$b_{12} = 2-x$$

$$b_{18} = \sqrt{\frac{(25x+34)}{(3x+2)^3}}$$

$$b_{10} \cdot q = b_{17} \cdot q^8 \quad \frac{b_{18}}{b_{10}} = q^8$$

$$b_{18} = b_{10} \cdot q^{17} \quad \frac{b_{18}}{b_{10}} = q^{17}$$

$$q^8 = \frac{\sqrt{\frac{(25x+34)}{(3x+2)^3}}}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}$$

$$= \frac{\sqrt{(3x+2)^4}}{(3x+2)^2}$$

$$q^2 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$$

$$b_{12} = b_{10} \cdot q^2$$

$$2-x = \frac{1}{\sqrt{3x+2}} \cdot \sqrt{(25x+34)(3x+2)} = \sqrt{25x+34}$$

$$2-x = \sqrt{25x+34}$$

реш. 2 слух.!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}$$

$$|y+21 + 2|y-16| \neq \sqrt{(20-2)(20+2)}$$

$2-x \geq 0$
 $x \leq 2$
 $(25x+34)(3x+2) \geq 0$

$-\frac{34}{25} = -\frac{136}{100} = -1,36$



На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y+2| + 2|y-18|$$

1.) $y < -2$

$$-2-y + 2(18-y) =$$

$$= -2-y + 36 - 2y = -3y + 34 \geq 40$$

2.) $-2 \leq y \leq 18$

$$y+2 + 2(18-y) =$$

$$= y+2 + 36 - 2y = -y + 38 \geq 20$$

3.) $18 < y$: $y+2 + 2y - 36 = 3y - 34 \geq 20$

$$\begin{array}{r} \times 18 \\ 3 \\ \hline 54 \end{array}$$

Реш. $\sqrt{400-z^2} \leq 20$. Т.к. $z^2 \geq 0$

$$-z^2 \leq 0$$

$$400 - z^2 \leq 400$$

$$\sqrt{400-z^2} \leq 20$$

Р-во достигается при $z=0, y=18$.

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

~~$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$~~

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7$$

$$x+6 + 3-x - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 4(x+6)(3-x)$$

$$9 - 2\sqrt{\dots} = 4t^2 - 28t + 48 \quad 4t^2 + 2t - 9 = 0$$

$$9 - 2t = 4t^2 + 20t + 48 \quad D = 4 + 4 \cdot 9 \cdot 4 = 37 \cdot 4$$

$$4t^2 - 26t + 40$$

$$4t^2 - 13t + 20 = (2t-5)(t-4)$$

$\times 36$
 y