



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$ , тринадцатый член равен  $5-x$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $3 : 10$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $200 \times 250$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 560$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(b_n)$  - геометрическая прогрессия  $\sim 1.$

$$\left\{ \begin{aligned} b_9^6 &= \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} & (1) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} b_9^{12} &= 5-x & (2) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} b_9^{14} &= \sqrt{(13x-35)(x+1)} & (3) \end{aligned} \right.$$

$$1) \frac{(3)}{(1)} \quad 9^8 = (x+1)^2$$

$$9^4 = |x+1|$$

$$9^{12} = |x+1|^3$$

$$69^{12} = 5-x \quad (2)$$

$$b = \frac{5-x}{|x+1|^3}$$

$$2) (3) \cdot (1) \quad b^2 9^{20} = \frac{|13x-35|}{|x+1|}$$

$$\text{из 1 п. } 9^{20} = |x+1|^5$$

$$b^2 = \frac{|13x-35|}{|x+1|^6}$$

$$b = \frac{\sqrt{|13x-35|}}{|x+1|^3}$$

$$3) \frac{5-x}{|x+1|^3} = \frac{\sqrt{|13x-35|}}{|x+1|^3}$$

$$5-x = \sqrt{|13x-35|}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5-x = \sqrt{13x-35} \quad x \leq 5$$

$$25-10x+x^2 = 13x-35$$

$$1) \quad 13x-35 \geq 0$$

$$25-10x+x^2 = 13x-35$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$(x-20)(x-3) = 0$$

$$x=20 \quad x=3$$

не подходит  
 $x \leq 5$

$$2) \quad 13x-35 \leq 0$$

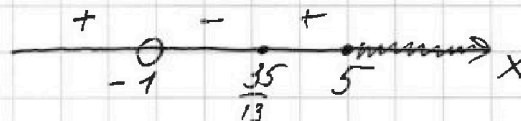
$$25-10x+x^2 = 35-13x$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x-2)(x+5) = 0$$

$$x=2 \quad x=-5$$

$$\begin{cases} \frac{13x-35}{(x+1)^2} \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases}$$



$$x \in (-\infty; -1) \cup \left[\frac{35}{13}; 5\right]$$

$x=2$  не подходит

Ответ:  $x = -5$   
"  $x = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$$

Положим  $t = \cos x$ ,  $f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$   
 $t \in [-1, 1]$

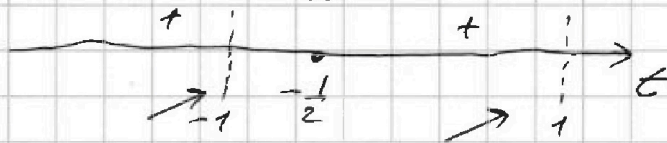
$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3$$

$$f'(t) = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$(2t + 1)^2 = 0$$

$$t = -\frac{1}{2}$$



$$f(-1) = -4$$

$$f(1) = 10$$

$$f(t) \in [-4; 10]$$

$\Downarrow$

$$p \in [-4; 10]$$

$$8\cos^3 x + 12\cos^2 x + 6\cos x - 6 = 2p$$

$$(2\cos x + 1)^3 - 7 = 2p$$

$$2\cos x + 1 = \sqrt[3]{2p + 7}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt[3]{2p + 7} - 1}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos x = \frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2}$$

$$x = \arccos\left(\frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ:  $p \in [-4; 10]$

$$x = \arccos\left(\frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

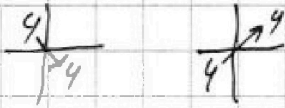
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~5.

200 × 250

1) центр силы

1)

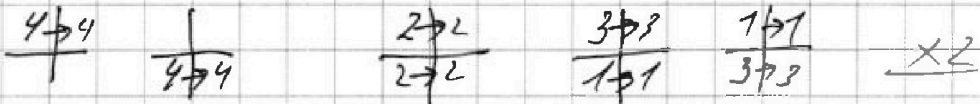


$$\frac{2 \cdot 12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12499}{4!}$$

2)  $\frac{2 \cdot 2^2}{2 \cdot 2}$   $\frac{3 \cdot 3^2}{3 \cdot 3}$   $\frac{1 \cdot 1^3}{1 \cdot 1}$

$$\frac{12500^2 \cdot 12499^2}{4} + \frac{2 \cdot 12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498}{3!}$$

2) ~~центр~~ центр силы по ср сил



$$2 \left( 2 \cdot \frac{12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12499}{4!} + \frac{12500^2 \cdot 12499^2}{4} - \frac{12500 \cdot 12499}{2} + 2 \cdot \frac{12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498}{3!} \right)$$

$$(1) + (2): \frac{12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12499}{4! \cdot 4} + 3 \cdot \frac{12500^2 \cdot 12499^2}{4} +$$

$$+ 12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498 - 12500 \cdot 12499 =$$

$$= 12500 \cdot 12499 \left( \frac{12498 \cdot 12497}{4} + \frac{3 \cdot 12500 \cdot 12499}{4} + \right.$$

$$\left. + 12500 \cdot 12498 - 1 \right) = 3125 \cdot 12499 \cdot (12498 (12497 + 4 \cdot 12500) +$$

$$+ 3 \cdot 12500 \cdot 12499 - 4) = 12500 \cdot 12499 \cdot 1249800002$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 3125 · 12499 · 1249800002



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

$a, b, c \in \mathbb{Z}$   $p$  - простое число

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \neq 3 \\ (a - c)(b - c) = p^2 \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

Рассмотрим  $(a - c)(b - c) = p^2$

Поймём, что т.к.  $p$  - простое число  
есть всего несколько вариантов  
расположения множителей по  
скобкам:

1)  $a - c = p$   $b - c = p$   
 $a = b$  - противоречие

2)  $a - c = -p$   $b - c = -p$   
 $a = b$  - противоречие

3)  $a - c = 1$   $b - c = p^2$   
 $a = c + 1$   $b = c + p^2$   
 $a > b$   
 $c + 1 > c + p^2$   
 $1 > p^2$  - неверно





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4) \quad a - c = -p^2 \quad b - c = -1$$

$$a = c - p^2 \quad b = c - 1$$

$$a > b$$

$$c - p^2 > c - 1$$

$$p^2 < 1 - \text{неверно}$$

$$5) \quad a - c = -1 \quad b - c = -p^2$$

$$c = a + 1$$

$$p^2 = c - b = a - b + 1$$

$$a > b$$

$$a - b \equiv 1 \pmod{3}$$

$$a - b + 1 = p^2$$

$$a + b^2 = 560$$

$$x \equiv 0; 1; 2$$

$$x^2 \equiv 0; 1; 1$$

$$a - b + 1 \equiv p^2 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \equiv 1$$

$$a - b + 1 \equiv 1 + 1 \pmod{3} \Rightarrow 2 + 1 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$\Rightarrow p^2 \equiv 0$$

$$p = 3$$

$$a - b + 1 = 9$$

$$a + b^2 = 560$$

$$b^2 + b - 1 = 551$$

$$b^2 + b - 552 = 0$$

$$(b - 23)(b + 24) = 0$$

$$b = 23 \quad b = -24$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b=23$$

$$a-23+1=9$$

$$a=31$$

$$c=32$$

$$~~p=2~~ p=3$$

$$(31; 23; 32) \text{ и } (-16; -24; -15)$$

$$b=-24$$

$$a+24+1=9$$

$$a=-16$$

$$c=-15$$

$$p=3$$

$$6) \quad a-c=p^2 \quad b-c=1 \\ c=b-1$$

$$p^2 = a-c = a-b+1$$

$$p^2 \equiv_3 0$$

$$\Rightarrow p^2 \equiv_3 0$$

$$a-b+1 \equiv_3 0$$

$$p=3$$

$$\begin{cases} a-b+1=9 & (31; 23) \\ a+b^2=560 & (-16; -24) \end{cases}$$

$$(31; 23; 22) \text{ и } (-16; -24; -25)$$

$$\text{Ответ: } (31; 23; 32),$$

$$(-16; -24; -15),$$

$$(31; 23; 22),$$

$$(-16; -24; -25).$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

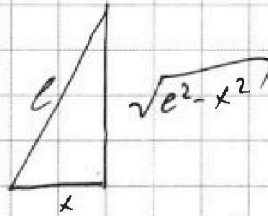
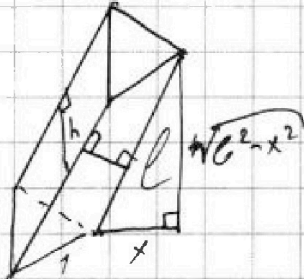
6

7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

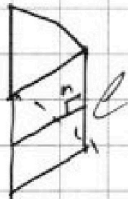
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 7.

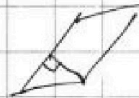


$$S_{\text{д}} = h \cdot l$$

$$S_{\text{к}} =$$



$$eh = 3$$





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите **номер страницы** и **суммарное количество страниц** в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

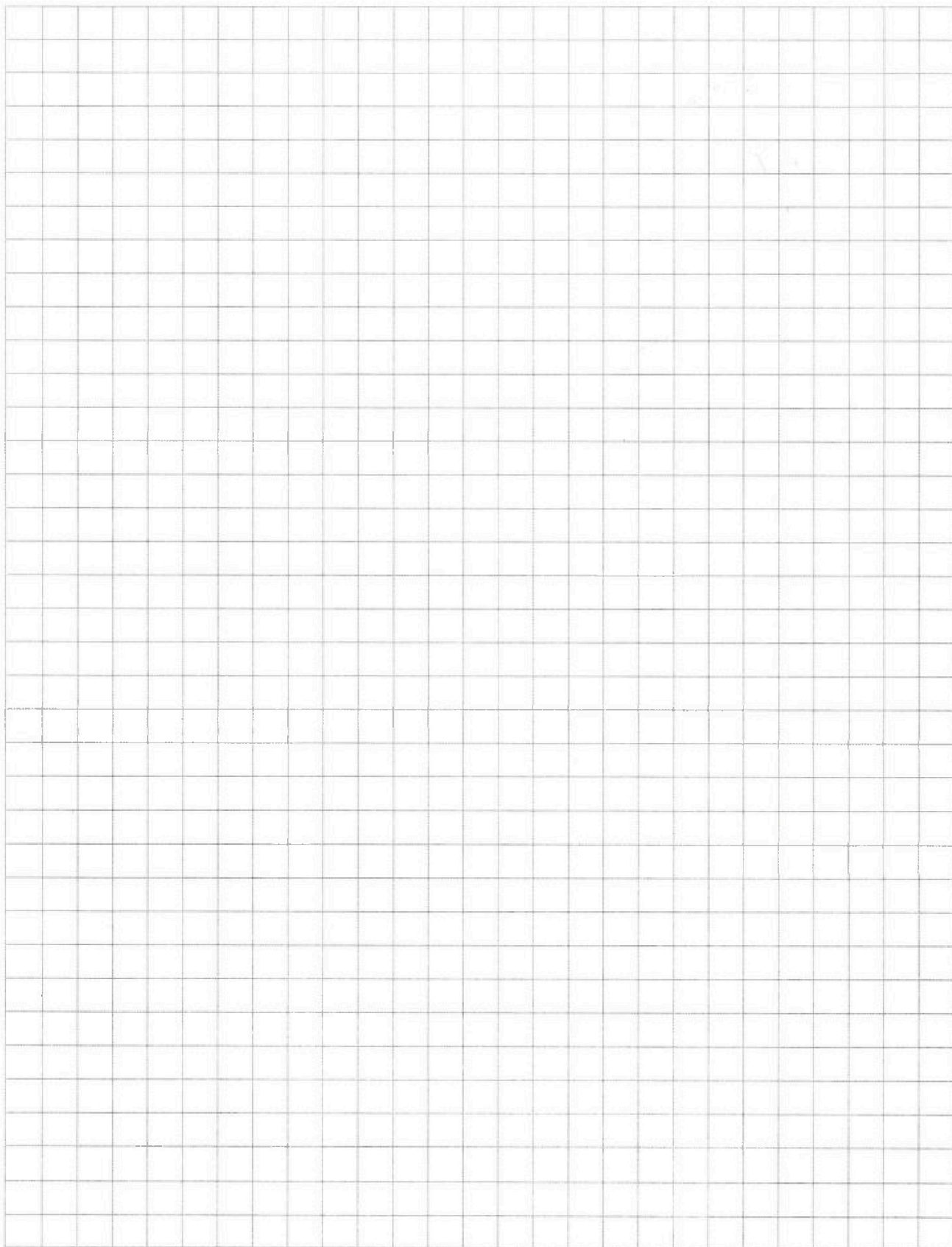
5

6

7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

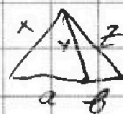
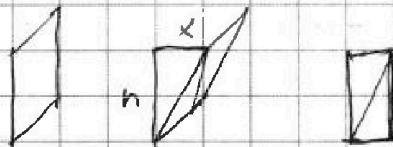
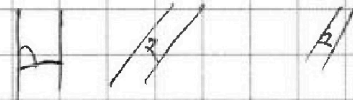
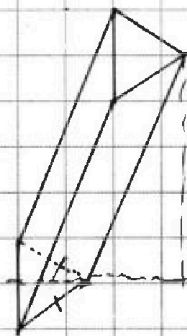
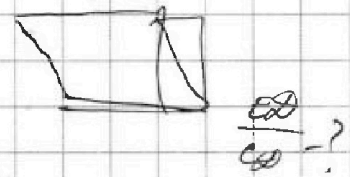
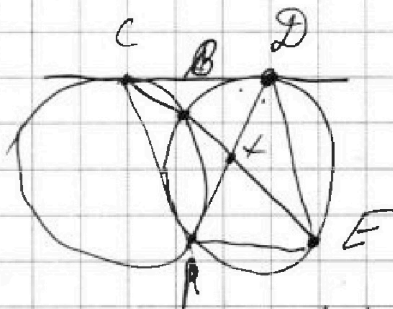
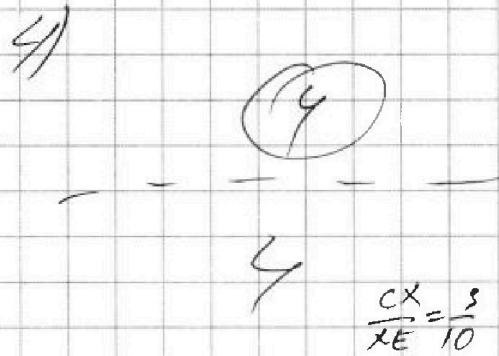
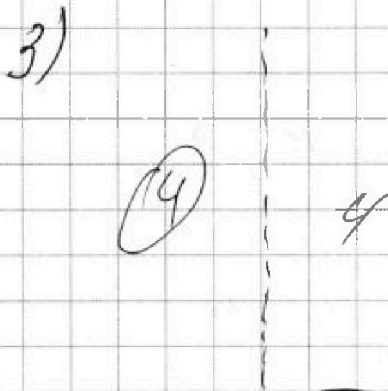
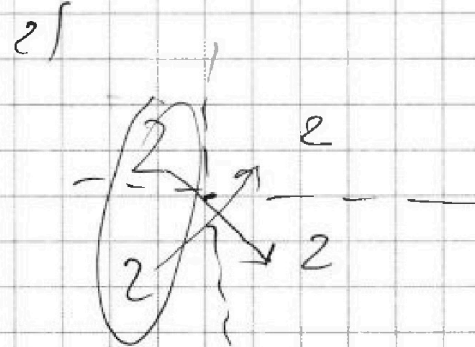
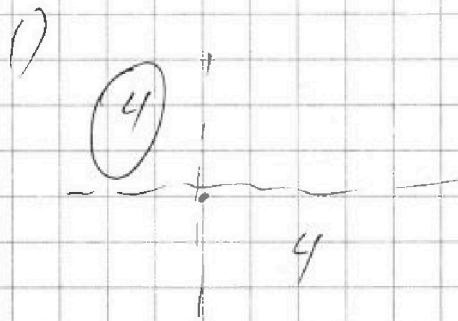
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) 2) 3) 4) 5) 6) 7)  
3 5 4

$\angle = 12$   
N7.



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{a}{b} = \frac{xy \sin \alpha}{yz \sin \beta} = \frac{x \sin \alpha}{y \sin \beta}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нб.

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \neq 3 \end{cases}$$

$$(a, b, c) \in \mathbb{Z}$$

$$(a-c)(b-c) = p^2 \quad p - \text{простое}$$

$$a + b^2 = 560$$

$$a + b^2 = 560$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ 20 \end{array}$$

$$(a-t)(b-t) = p^2$$

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ a > 0 \end{array}$$

$$\times 1) \quad a-c = b-c = p$$

$$a = b - \text{неверно}$$

$$a-c = b-c = -p$$

$$a = b - \text{неверно}$$

$$\leftarrow 2) \quad a-c = 1 \quad b-c = p^2$$

$$a = c+1 \quad b = c+p^2$$

$$\begin{array}{l} a - b \neq 3 \\ 1 + p^2 \neq 3 \end{array}$$

$$c+1 > c+p^2$$

$$1 > p^2$$

$\emptyset$

$$3) \quad a-c = -1 \quad b-c = p^2$$

$$a = c-1$$

$$b = c+p^2$$

$$\begin{array}{l} c+1 > c+p^2 \\ p^2 < 1 \end{array}$$

$$a = c-1 \quad b = c-p^2$$

$$4) \quad a-c = p^2 \quad b-c = 1$$

$$a = c+p^2 \quad b = c+1$$

$$p^2 > 1 \quad \text{верно}$$

$$5) \quad a-c = p^2 \quad b-c = -1$$

$$a = c+p^2 \quad b = c-1$$

$$-p^2 > -1$$

$$p^2 < 1$$

$\emptyset$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \div 3 \\ (a - c)(b - c) = p^2 \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{r} x^2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{array}$$

1)  $a - c = -1$     $b - c = -p^2$

$c = a + 1$     $p^2 = c - b = a - b + 1$

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \div 3 \\ -1 - (b - a - 1) = a - b + 1 \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x^2 \equiv 0 \\ 3 \\ x^2 \equiv 1 \\ 3 \end{array} \quad p = 3$$

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \div 3 \\ a + b^2 = 560 \end{cases} \quad \begin{array}{l} a - b + 1 = 9 \\ x) \quad b^2 = 0 \\ a = 560 \quad a - b \div 3 \quad a = 560 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad b = 0 \quad \times \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ 23 \\ \hline 72 \\ 48 \\ \hline 552 \end{array}$$

2)  $b^2 = 1$   
 $a = 559$   
 $a - b = 558 \times$     $a = 559 \times$   
 $560 \vee$     $b = -1 \times$

3)  $b^2 = 4$   
 $a = 556$   
 $a - b = 554 \vee$     $a = 556$   
 $558 \times$     $b = 2 \times$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 2) \quad a - c &= p^2 \\ a &= p^2 + c \\ a > b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b - c &= 1 & -c &= 1 - b \\ b &= c + 1 \\ p^2 &= a - c = a - b + 1 \end{aligned}$$

$$a - b \neq 3$$

~~$$p^2 \cdot 1 = p^2$$~~

$$p^2 = a - c = a - b + 1$$

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \neq 3 \\ a - b + 1 = p^2 \end{cases} \quad \begin{matrix} 0 \\ 2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \equiv \\ \equiv \\ \equiv \end{matrix} \quad \begin{matrix} a - b + 1 \\ a - b + 1 \\ a - b + 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \equiv \\ \equiv \\ \equiv \end{matrix} \quad \begin{matrix} p^2 \\ p^2 \\ p^2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \equiv \\ \equiv \\ \equiv \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} a + b^2 = 560 \\ a - b + 1 = 9 \end{cases} \quad \begin{matrix} p^2 \\ p^2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \equiv \\ \equiv \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix}$$

$$p = 3$$

$$\begin{cases} a - b + 1 = 9 \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

$$b^2 + b - 1 = 551$$

$$b^2 + b - 552 = 0$$

$$(b - 23)(b + 24) = 0$$

$$b = 23 \quad b = -24$$

$$a - b + 1 = 9$$

$$a - b + 1 = 9$$

$$a - 23 + 1 = 9$$

$$a - (-24) + 1 = 9$$

$$a = 31$$

$$a = -16$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$4) b^2 = 9$$

$$a = 551$$

$$a - b = \begin{array}{r} 548 \\ 554 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a=551 \\ b=9 \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{l} a=551 \\ b=-9 \end{array} \quad \times$$

$$a=392 \quad a=551$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ \times 29 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$5) b^2 = 16$$

$$a =$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ -16 \\ \hline 560 \end{array}$$

$$b^2 + b - 1 = 551$$

$$b^2 + b - 552 = 0$$

$$D = 1 + 2208 = 2209$$

$$\begin{array}{r} 552 \\ \times 4 \\ \hline 2208 \end{array}$$

$$b^2 + b - 23 \cdot 24 = 0$$

$$(b - 23)(b + 24) = 0$$

$$b = 23$$

$$b = -24$$

$$\begin{array}{r|l} 552 & 2 \\ \hline 276 & 2 \\ 138 & 2 \\ 69 & 3 \\ 23 & \\ \hline & 23 \cdot 24 \end{array}$$

$$1) a - b + 1 = p^2$$

$$a - b + 1 = 9$$

$$a - 23 + 1 = 9$$

$$a = 31$$

$$31 > 23$$

$$31 - c = -1 \quad c = 32$$

$$23 - c = -9 \quad c = 32$$

$$(31 - 32)(23 - 32) = 9$$

$$31 + 23^2 = 529 + 31 = 560$$

$$2) a - b + 1 = p^2$$

$$a - b + 1 = 9$$

$$a + 24 + 1 = 9$$

$$a = -16$$

$$-16 > -24$$

$$\begin{cases} -16 - c = -1 & c = -15 \\ -24 - c = -9 & c = -15 \end{cases}$$

$$-24 - c = -9 \quad c = -15$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

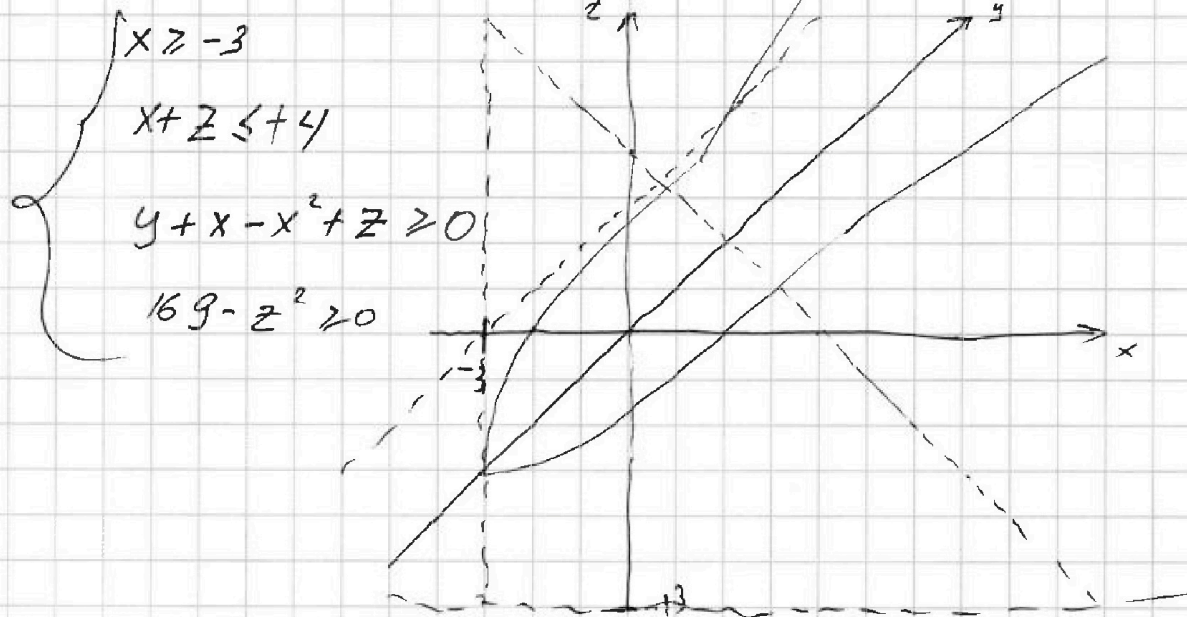
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~2.

$$\begin{cases} -\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} \\ 14+11+3(9-12) = \sqrt{169-z^2} \end{cases}$$



$$y - x^2 + 4 \geq 0$$

$$y \geq x^2 - 4$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - 3$$

~3.

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\cos(2x+x) = 2\cos^3 x - \cos x + 2\sin^2 x \cos x =$$

$$= 2\cos^3 x - \cos x - 2(1-\cos^2 x)\cos x =$$

$$= 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(6n) - geom. n.p.a.

$$\begin{cases} b_9^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^2}} & (1) \\ b_9^{12} = 5-x & (2) \\ b_9^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} & (3) \end{cases}$$

(3) : (1)

$$9^8 = (x+1)^2$$

$$9^4 = 1+x+1$$

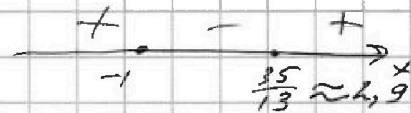
$$9^{12} = 1+x+1^3$$

$$b = \frac{5-x}{1+x+1^3}$$

~~$$b = \frac{5-x}{1+x+1^3}$$~~

~!

$$(13x-35)(x+1) \geq 0$$



$$5-x \geq 0$$

$$x \leq 5$$

$$b_9^6 \geq 0$$

$$b \geq 0$$

$$b_9^{12} = 5-x$$

$$20 \geq 0$$

$$5-x \geq 0$$

(1) · (3)

$$b_9^{20} = \frac{13x-35}{1+x+1}$$

$$9^{20} = 1+x+1^6$$

$$b^2 = \frac{13x-35}{(x+1)^6}$$

$$b = \frac{\sqrt{13x-35}}{(x+1)^3}$$

$$5-x = \sqrt{13x-35}$$

$$25-10x+x^2 = 13x-35$$

1)  $13x-35 \geq 0$

$$25-10x+x^2 = 13x-35$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$(x-20)(x-3) = 0$$

$$x = 20 \quad x = 3$$

2)  $13x-35 \leq 0$

$$25-10x+x^2 = 35-13x$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$D = 9 + 40 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm 7}{2} = -5; 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left. \begin{array}{l} \text{]} \cos x = t, \quad t \in [-1; 1] \end{array} \right\}$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

$$8t^3 + 12t^2 + 6t - 6 = 4p$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{]} f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 \end{array} \right\}$$

$$f'(t) = 12t^2 + 6t + 3$$

$$f'(t) = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$(2t+1)^2 = 0$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

$$2t^2 + t - 1 = 0$$

$$(2t-1)(t+1) = 0$$

$$f(0) = -3$$

$$f(1) = 10$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - 3 =$$

$$-\frac{5}{4} = -1,25$$

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{16} + \frac{3}{8} + \frac{3}{4} - 3 =$$

$$-\frac{11}{8} = -1,375$$

$$f\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{64} + \frac{3}{16} + \frac{3}{8} - 3 =$$

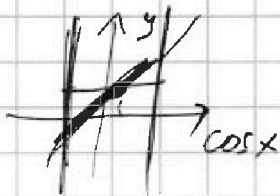
$$-\frac{11}{8} = -1,375$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{3}{2} - 3 = -3,5$$

$$f(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10 \quad f\left(\frac{1}{8}\right) =$$

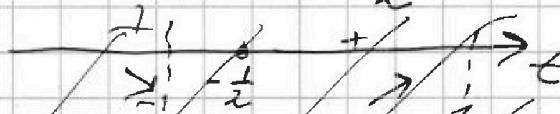
$$f(t) \in [-3,5; 10]$$

$$f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4$$



$$p = a$$

$$\cos x = 6$$

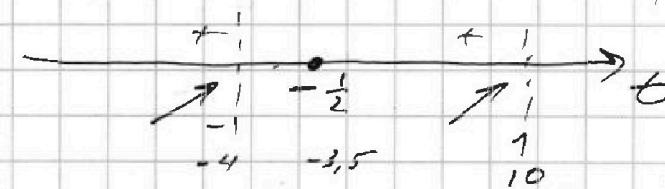


$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{3}{2} - 3 = -3,5$$

$$f(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10 \quad f\left(\frac{1}{8}\right) =$$

$$f(t) \in [-3,5; 10]$$

$$f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4$$



$$f(t) \in [-4; 10]$$

$$p \in [-4; 10]$$

$$\begin{array}{r} \times 12499 \\ 37500 \\ \hline 00000 \\ 00000 \\ 62495 \\ 87493 \\ 37497 \\ \hline 468712500 \\ + 281087502 \\ \hline 1249800002 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 62997 \\ 12498 \\ \hline 499976 \\ 562473 \\ 299988 \\ 124994 \\ 62997 \\ \hline 781087506 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 12500 \\ 3 \\ \hline \times 12500 \\ 12499 \\ \hline \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos^3 x + 3\cos^2 x + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$$

$$3\cos x = t$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

$$t^3 + \frac{3}{2}t^2 + \frac{3}{4}t - \frac{3}{4} = \frac{p}{4}$$

~~$$(t+a)^3 = t^3 + 3at + 3a^2t$$~~

~~$$2t^2$$~~

~~$$8t^3 + 12t^2 + 8t - 6 = 2p$$~~

$$8t^3 + 12t^2 + 6t - 6 = 2p$$

$$-7 + (2t+1)^3 = 8t^3 + 12t^2 + 6t + 1 - 7$$

$$(2t+1)^3 - 7 = 2p$$

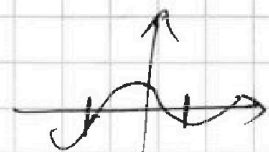
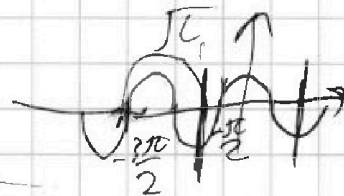
$$(2t+1)^3 = 2p+7$$

$$2t+1 = \sqrt[3]{2p+7}$$

$$t = \frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2}$$

$$x = \arccos\left(\frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



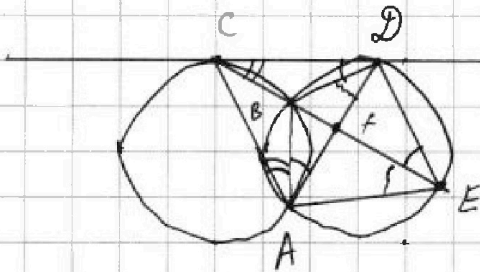


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

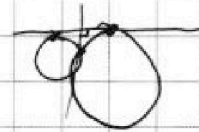


$$\frac{50000}{12997} = 62999$$

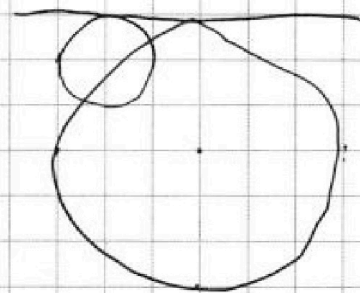
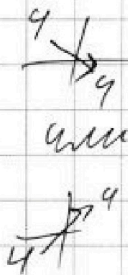
$$\frac{CX}{XE} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{DE}{DC} = ?$$

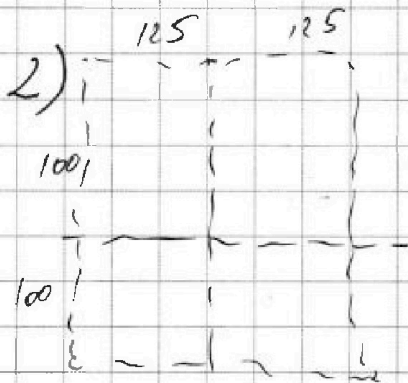
√5



200 × 250

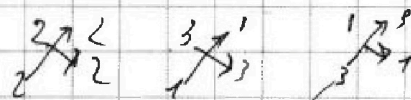


$$2 \cdot 12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12497 / 4!$$



$$12500^2 \cdot 12499^2 / 4$$

$$2 \cdot 12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498$$



3) ~~12498~~

$$\begin{array}{r} 12498 \ 4 \\ \underline{12} \quad 312 \\ 04 \\ 4 \\ \underline{09} \\ 8 \\ \underline{18} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12498 \ 4 \\ \underline{12} \quad 312 \\ 04 \\ 4 \\ \underline{09} \\ 8 \\ \underline{18} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12500 \ 4 \\ \underline{12} \quad 3125 \\ 05 \\ \underline{100} \end{array}$$

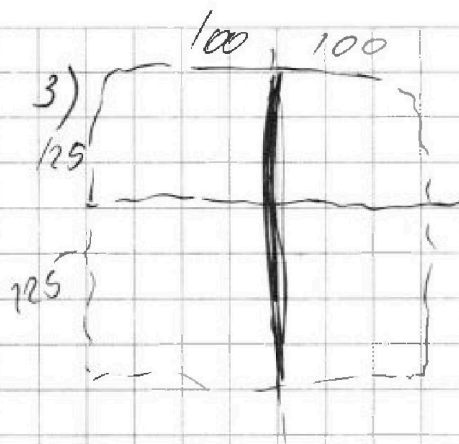
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



(2x)  
D 4/4  
4/4

$$2 \cdot 12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12497$$

$$\begin{array}{r} 12498 \quad | \quad 3 \\ \underline{12} \\ 04 \\ \underline{2} \\ 19 \\ \underline{18} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 62497 \\ 4166 \\ \hline 374982 \\ 374982 \\ 62497 \\ \hline 249988 \\ \hline 260362502 \end{array}$$

2) 2 → 2  
2 → 2

$$12500^2 \cdot 12499^2$$

$$- 12500 \cdot 12499$$

3) 1 → 1  
3 → 3

$$2 \cdot 12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498$$

$$2 \cdot 12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12497 + \frac{12500^2 \cdot 12499^2}{4} + 2 \cdot \frac{12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498}{3!}$$

$$+ 2 \cdot \frac{12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12497}{4!} + \frac{12500^2 \cdot 12499^2}{4} - \frac{12500 \cdot 12499}{2}$$

$$+ 2 \cdot \frac{12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498}{3!} =$$

$$= \frac{12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12497}{3!} + \frac{12500^2 \cdot 12499^2}{2} + \frac{4 \cdot 12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498}{3!} - \frac{12500 \cdot 12499}{2}$$

$$= \frac{12500 \cdot 12499}{2} \left( \frac{12498 \cdot 12497}{3} + \frac{4 \cdot 12500 \cdot 12498}{3} - 1 \right) =$$

$$4166(12497 + 4 \cdot 12500) = 6250 \cdot 12499 \cdot 260362502$$

$$\begin{array}{r} 50000 \\ + 12497 \\ \hline 62497 \end{array}$$