



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении 3 : 10, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(b_n) - геометрическая прогрессия $\sim 1.$

$$\left\{ \begin{aligned} b_9^6 &= \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} & (1) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} b_9^{12} &= 5-x & (2) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} b_9^{14} &= \sqrt{(13x-35)(x+1)} & (3) \end{aligned} \right.$$

$$1) \frac{(3)}{(1)} \quad 9^8 = (x+1)^2$$

$$9^4 = |x+1|$$

$$9^{12} = |x+1|^3$$

$$69^{12} = 5-x \quad (2)$$

$$b = \frac{5-x}{|x+1|^3}$$

$$2) (3) \cdot (1) \quad b^2 9^{20} = \frac{|13x-35|}{|x+1|}$$

$$\text{из 1) } 9^{20} = |x+1|^5$$

$$b^2 = \frac{|13x-35|}{|x+1|^6}$$

$$b = \frac{\sqrt{|13x-35|}}{|x+1|^3}$$

$$3) \frac{5-x}{|x+1|^3} = \frac{\sqrt{|13x-35|}}{|x+1|^3}$$

$$5-x = \sqrt{|13x-35|}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5-x = \sqrt{13x-35} \quad x \leq 5$$

$$25 - 10x + x^2 = 13x - 35$$

$$1) \quad 13x - 35 \geq 0$$

$$25 - 10x + x^2 = 13x - 35$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$(x-20)(x-3) = 0$$

$$x=20 \quad x=3$$

не подходит
 $x \leq 5$

$$2) \quad 13x - 35 \leq 0$$

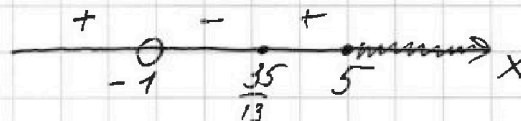
$$25 - 10x + x^2 = 35 - 13x$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x-2)(x+5) = 0$$

$$x=2 \quad x=-5$$

$$\begin{cases} \frac{13x-35}{(x+1)^2} \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases}$$



$$x \in (-\infty; -1) \cup \left[\frac{35}{13}; 5\right]$$

$x=2$ не подходит

Ответ: $x = -5$
" $x = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$$

Положим $t = \cos x$, $f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$
 $t \in [-1, 1]$

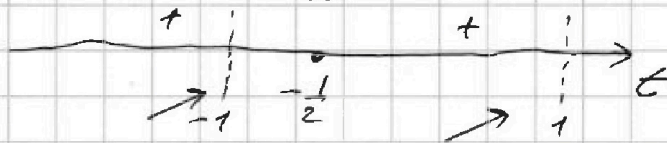
$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3$$

$$f'(t) = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$(2t + 1)^2 = 0$$

$$t = -\frac{1}{2}$$



$$f(-1) = -4$$

$$f(1) = 10$$

$$f(t) \in [-4; 10]$$

$$\Downarrow$$
$$p \in [-4; 10]$$

$$8\cos^3 x + 12\cos^2 x + 6\cos x - 6 = 2p$$

$$(2\cos x + 1)^3 - 7 = 2p$$

$$2\cos x + 1 = \sqrt[3]{2p + 7}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt[3]{2p + 7} - 1}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos x = \frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2}$$

$$x = \arccos\left(\frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $p \in [-4; 10]$

$$x = \arccos\left(\frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

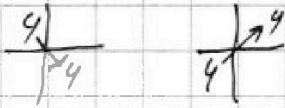
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~5.

200 × 250

1) центр силы

1)

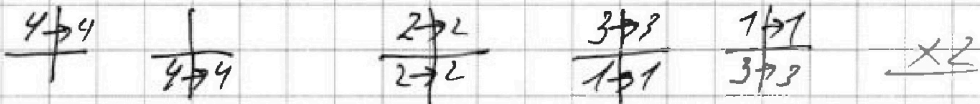


$$\frac{2 \cdot 12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12499}{4!}$$

2) $\frac{2 \cdot 2^2}{2 \cdot 2}$ $\frac{3 \cdot 3^1}{1 \cdot 3}$ $\frac{1 \cdot 3^3}{3 \cdot 4}$

$$\frac{12500^2 \cdot 12499^2}{4} + \frac{2 \cdot 12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498}{3!}$$

2) ~~центр~~ центр силы по ср сил



$$2 \left(2 \cdot \frac{12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12499}{4!} + \frac{12500^2 \cdot 12499^2}{4} - \frac{12500 \cdot 12499}{2} + 2 \cdot \frac{12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498}{3!} \right)$$

$$(1) + (2): \frac{12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12499}{4! \cdot 4} + 3 \cdot \frac{12500^2 \cdot 12499^2}{4} +$$

$$+ 12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498 - 12500 \cdot 12499 =$$

$$= 12500 \cdot 12499 \left(\frac{12498 \cdot 12497}{4} + \frac{3 \cdot 12500 \cdot 12499}{4} + \right.$$

$$\left. + 12500 \cdot 12498 - 1 \right) = 3125 \cdot 12499 \left(12498 (12497 + 4 \cdot 12500) + \right.$$

$$\left. + 3 \cdot 12500 \cdot 12499 - 4 \right) = 12500 \cdot 12499 \cdot 1249800002$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 3125 · 12499 · 1249800002



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

$a, b, c \in \mathbb{Z}$ p - простое число

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \neq 3 \\ (a - c)(b - c) = p^2 \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

Рассмотрим $(a - c)(b - c) = p^2$

Поймём, что т.к. p - простое число
есть всего несколько вариантов
расположения множителей по
скобкам:

1) $a - c = p$ $b - c = p$
 $a = b$ - противоречие

2) $a - c = -p$ $b - c = -p$
 $a = b$ - противоречие

3) $a - c = 1$ $b - c = p^2$
 $a = c + 1$ $b = c + p^2$
 $a > b$
 $c + 1 > c + p^2$
 $1 > p^2$ - неверно



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4) \quad a - c = -p^2 \quad b - c = -1$$

$$a = c - p^2 \quad b = c - 1$$

$$a > b$$

$$c - p^2 > c - 1$$

$$p^2 < 1 - \text{неверно}$$

$$5) \quad a - c = -1 \quad b - c = -p^2$$

$$c = a + 1$$

$$p^2 = c - b = a - b + 1$$

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \equiv 1 \pmod{3} \\ a - b + 1 = p^2 \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

$$x \equiv 0; 1; 2 \pmod{3}$$

$$x^2 \equiv 0; 1; 1 \pmod{3}$$

$$a - b + 1 \equiv p^2 \pmod{3} \equiv 0$$

$$a - b + 1 \equiv \begin{matrix} 1+1 \\ 2+1 \end{matrix} \pmod{3} \equiv \begin{matrix} 2 \\ 0 \end{matrix} \Rightarrow p^2 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$p = 3$$

$$\begin{cases} a - b + 1 = 9 \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

$$b^2 + b - 1 = 551$$

$$b^2 + b - 552 = 0$$

$$(b - 23)(b + 24) = 0$$

$$b = 23 \quad b = -24$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b=23$$

$$a-23+1=9$$

$$a=31$$

$$c=32$$

$$~~p=2~~ p=3$$

$$(31; 23; 32) \text{ и } (-16; -24; -15)$$

$$b=-24$$

$$a+24+1=9$$

$$a=-16$$

$$c=-15$$

$$p=3$$

$$6) \quad a-c=p^2 \quad b-c=1 \\ c=b-1$$

$$p^2 = a-c = a-b+1$$

$$p^2 \equiv_3 0$$

$$\Rightarrow p^2 \equiv_3 0$$

$$a-b+1 \equiv_3 0$$

$$p=3$$

$$\begin{cases} a-b+1=9 & (31; 23) \\ a+b^2=560 & (-16; -24) \end{cases}$$

$$(31; 23; 22) \text{ и } (-16; -24; -25)$$

$$\text{Ответ: } (31; 23; 32),$$

$$(-16; -24; -15),$$

$$(31; 23; 22),$$

$$(-16; -24; -25).$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

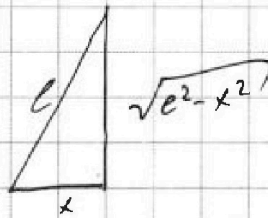
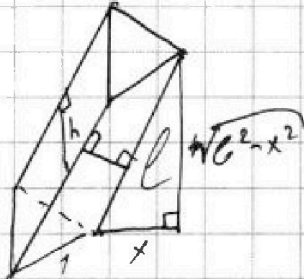
6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

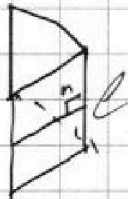
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 7.

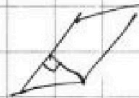


$$S_a = h \cdot l$$

$$S_k =$$



$$e \cdot h = 3$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

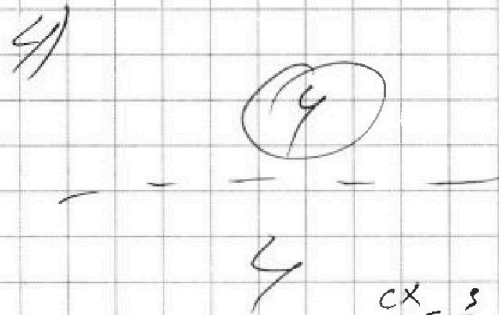
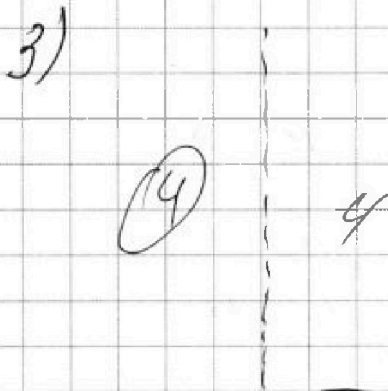
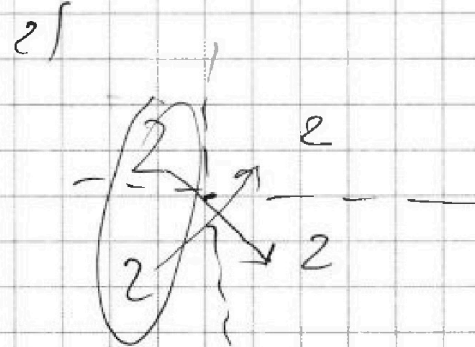
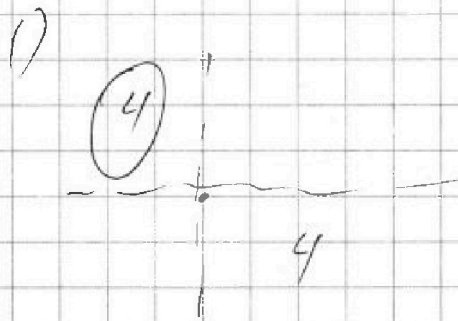
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

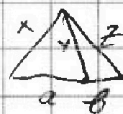
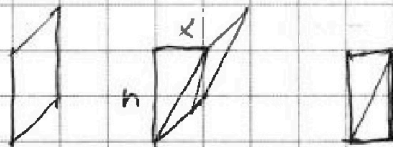
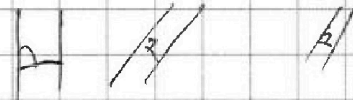
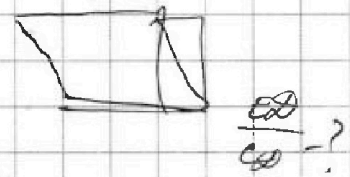
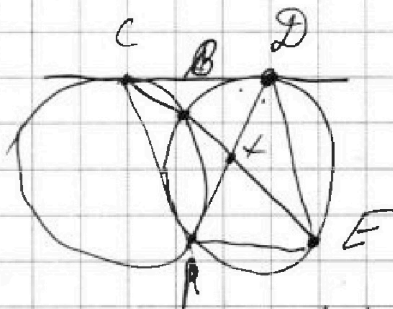
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① 2 ③ 4 5 ⑥ 7
3 5 4

$\angle = 12$
N7.



$$\frac{CX}{XE} = \frac{3}{10}$$



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{a}{b} = \frac{xy \sin \alpha}{yz \sin \beta} = \frac{x \sin \alpha}{y \sin \beta}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нб.

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \neq 3 \end{cases}$$

$$(a, b, c) \in \mathbb{Z}$$

$$(a-c)(b-c) = p^2 \quad p - \text{простое}$$

$$a + b^2 = 560$$

$$a + b^2 = 560$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ 20 \end{array}$$

$$(a-t)(b-t) = p^2$$

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ a > 0 \end{array}$$

$$\times 1) \quad a-c = b-c = p$$

$$a = b - \text{неверно}$$

$$a-c = b-c = -p$$

$$a = b - \text{неверно}$$

$$\leftarrow 2) \quad a-c = 1 \quad b-c = p^2$$

$$a = c+1 \quad b = c+p^2$$

$$\begin{array}{l} a - b \neq 3 \\ 1 + p^2 \neq 3 \end{array}$$

$$c+1 > c+p^2$$

$$1 > p^2$$

\emptyset

$$3) \quad a-c = -1 \quad b-c = p^2$$

$$a = c-1$$

$$b = c+p^2$$

$$\begin{array}{l} c+1 > c+p^2 \\ p^2 < 1 \end{array}$$

$$a = c-1 \quad b = c-p^2$$

$$4) \quad a-c = p^2 \quad b-c = 1$$

$$a = c+p^2 \quad b = c+1$$

$$p^2 > 1 \quad \text{верно}$$

$$5) \quad a-c = p^2 \quad b-c = -1$$

$$a = c+p^2 \quad b = c-1$$

$$-p^2 > -1$$

$$p^2 < 1$$

\emptyset



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \div 3 \\ (a - c)(b - c) = p^2 \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{r} x^2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{array}$$

1) $a - c = -1$ $b - c = -p^2$

$c = a + 1$ $p^2 = c - b = a - b + 1$

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \div 3 \\ -1 - (b - a - 1) = a - b + 1 \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} x^2 \equiv 0 \pmod{3} \\ x^2 \equiv 1 \pmod{3} \end{array} \quad p = 3$$

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \div 3 \\ a + b^2 = 560 \\ a - b + 1 = p^2 \end{cases}$$

x1) $b^2 = 0$ $a = 560$ $a - b \div 3$ $b = 0$ ✗

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ 23 \\ \hline 72 \\ 48 \\ \hline 552 \end{array}$$

2) $b^2 = 1$ $a = 559$

$a - b = 558$ ✗ $a = 559$ ✗
 560 ✓ $b = -1$ ✗

3) $b^2 = 4$ $a = 556$

$a - b = 554$ ✓ $a = 556$ ✗
 558 ✗ $b = 2$ ✗



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 2) \quad a - c &= p^2 \\ a &= p^2 + c \\ a > b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b - c &= 1 & -c &= 1 - b \\ b &= c + 1 \\ p^2 &= a - c = a - b + 1 \end{aligned}$$

$$a - b \neq 3$$

~~$$p^2 \cdot 1 = p^2$$~~

$$p^2 = a - c = a - b + 1$$

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \neq 3 \\ a - b + 1 = p^2 \end{cases} \quad \begin{matrix} 0 \\ 2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \equiv \\ \equiv \\ \equiv \end{matrix} \quad \begin{matrix} a - b + 1 \\ a - b + 1 \\ a - b + 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \equiv \\ \equiv \\ \equiv \end{matrix} \quad \begin{matrix} p^2 \\ p^2 \\ p^2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \equiv \\ \equiv \\ \equiv \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} a + b^2 = 560 \\ a - b + 1 = 9 \end{cases} \quad \begin{matrix} p^2 \equiv 0 \\ p = 3 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} a - b + 1 = 9 \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

$$b^2 + b - 1 = 551$$

$$b^2 + b - 552 = 0$$

$$(b - 23)(b + 24) = 0$$

$$b = 23 \quad b = -24$$

$$a - b + 1 = 9$$

$$a - b + 1 = 9$$

$$a - 23 + 1 = 9$$

$$a - (-24) + 1 = 9$$

$$a = 31$$

$$a = -16$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$4) b^2 = 9$$

$$a = 551$$

$$a - b = \begin{array}{r} 548 \\ 554 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a=551 \\ b=9 \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{l} a=551 \\ b=-9 \end{array} \quad \times$$

$$a=392 \quad a=551$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ \times 29 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$5) b^2 = 16$$

$$a =$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ -16 \\ \hline 560 \end{array}$$

$$b^2 + b - 1 = 551$$

$$b^2 + b - 552 = 0$$

$$D = 1 + 2208 = 2209$$

$$\begin{array}{r} 552 \\ \times 4 \\ \hline 2208 \end{array}$$

$$b^2 + b - 23 \cdot 24 = 0$$

$$(b - 23)(b + 24) = 0$$

$$b = 23$$

$$b = -24$$

$$\begin{array}{r|l} 552 & 2 \\ \hline 276 & 2 \\ 138 & 2 \\ 69 & 3 \\ 23 & \\ \hline & 23 \cdot 24 \end{array}$$

$$1) a - b + 1 = p^2$$

$$a - b + 1 = 9$$

$$a - 23 + 1 = 9$$

$$a = 31$$

$$31 > 23$$

$$31 - c = -1 \quad c = 32$$

$$23 - c = -9 \quad c = 32$$

$$(31 - 32)(23 - 32) = 9$$

$$31 + 23^2 = 529 + 31 = 560$$

$$2) a - b + 1 = p^2$$

$$a - b + 1 = 9$$

$$a + 24 + 1 = 9$$

$$a = -16$$

$$-16 > -24$$

$$\begin{cases} -16 - c = -1 & c = -15 \\ -24 - c = -9 & c = -15 \end{cases}$$

$$-24 - c = -9 \quad c = -15$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

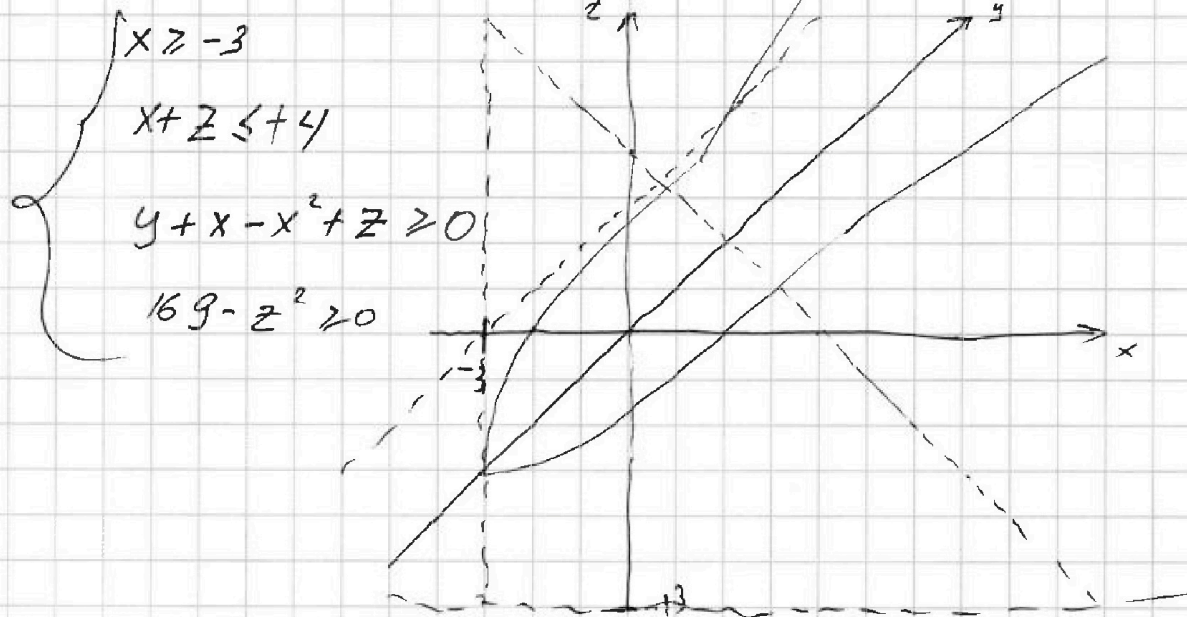
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~2.

$$\begin{cases} -\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} \\ 14+11+3(9-12) = \sqrt{169-z^2} \end{cases}$$



$$y - x^2 + 4 \geq 0$$

$$y \geq x^2 - 4$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - 3$$

~3.

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\cos(2x+x) = 2\cos^3 x - \cos x + 2\sin^2 x \cos x =$$

$$= 2\cos^3 x - \cos x - 2(1-\cos^2 x)\cos x =$$

$$= 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(6n) - geom. nra.

$$\begin{cases} b_9^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^2}} & (1) \\ b_9^{12} = 5-x & (2) \\ b_9^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} & (3) \end{cases}$$

(3) : (1)

$$9^8 = (x+1)^2$$

$$9^4 = |x+1|$$

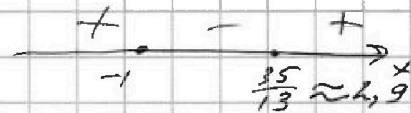
$$9^{12} = |x+1|^3$$

$$b = \frac{5-x}{|x+1|^3}$$

~~$$b > 0$$~~
~~$$5-x > 0$$~~
~~$$|x+1|^3 > 0$$~~

~1.

$$(13x-35)(x+1) \geq 0$$



$$5-x \geq 0$$

$$x \leq 5$$

$$b_9^6 \geq 0$$

$$b \geq 0$$

$$b_9^{12} = 5-x$$

$$20 \geq 0$$

$$5-x \geq 0$$

(1) · (3)

$$b_9^{20} = \frac{13x-35}{|x+1|}$$

$$9^{20} = |x+1|^6$$

$$b^2 = \frac{13x-35}{(x+1)^6}$$

$$b = \frac{\sqrt{13x-35}}{|x+1|^3}$$

$$5-x = \sqrt{13x-35}$$

$$25-10x+x^2 = 13x-35$$

$$1) 13x-35 \geq 0$$

$$25-10x+x^2 = 13x-35$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$(x-20)(x-3) = 0$$

$$x=20 \quad x=3$$

$$2) 13x-35 \leq 0$$

$$25-10x+x^2 = 35-13x$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$D = 9 + 40 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm 7}{2} = -5; 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left. \begin{array}{l} \text{]} \cos x = t, \quad t \in [-1; 1] \end{array} \right\}$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

$$8t^3 + 12t^2 + 6t - 6 = 4p$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{]} f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 \end{array} \right\}$$

$$f'(t) = 12t^2 + 6t + 3$$

$$f'(t) = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$(2t+1)^2 = 0$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

$$2t^2 + t - 1 = 0$$

$$(2t-1)(t+1) = 0$$

$$f(0) = -3$$

$$f(1) = 10$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - 3 =$$

$$-\frac{5}{4} = -1,25$$

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{16} + \frac{3}{8} + \frac{3}{4} - 3 =$$

$$-\frac{11}{8} = -1,375$$

$$f\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{64} + \frac{3}{16} + \frac{3}{8} - 3 =$$

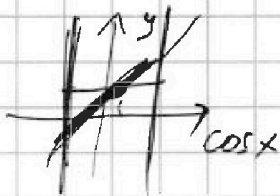
$$-\frac{11}{8} = -1,375$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{3}{2} - 3 = -3,5$$

$$f(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10 \quad f\left(\frac{1}{8}\right) =$$

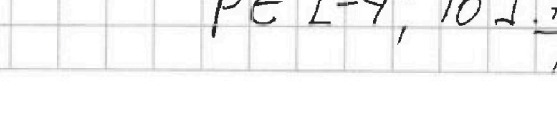
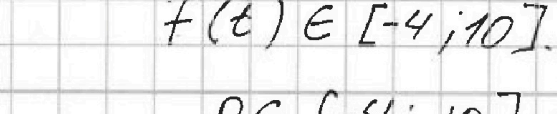
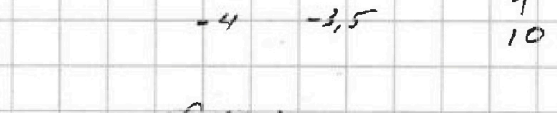
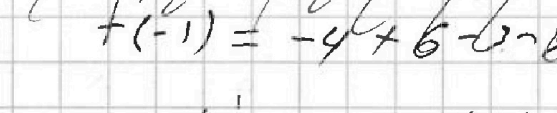
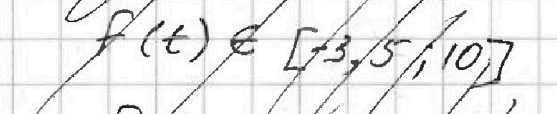
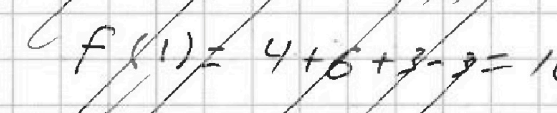
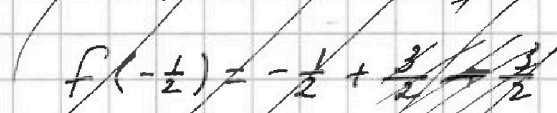
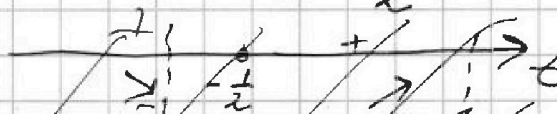
$$f(t) \in [-3,5; 10]$$

$$f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4$$



$$p = a$$

$$\cos x = b$$



$$f(t) \in [-4; 10]$$

$$p \in [-4; 10]$$

$\times 12499$
 37500
 00000
 00000
 62495
 87493
 37497
 46871
 $+ 28108$
 1249800002

$\times 62997$
 12498
 499976
 562473
 299988
 124994
 62497
 781087506
 $\times 12500$
 3
 $\times 12500$
 $\times 12499$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$$

$$3\cos x = t$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

$$t^3 + \frac{3}{2}t^2 + \frac{3}{4}t - \frac{1}{4} = \frac{p}{4}$$

~~$$(t+a)^3 = t^3 + 3at + 3a^2t + a^3$$~~

~~$$2t^2 + 2t$$~~

~~$$8t^3 + 12t^2 + 8t - 6 = 2p$$~~

$$8t^3 + 12t^2 + 6t - 6 = 2p$$

$$-7 + (2t+1)^3 = 8t^3 + 12t^2 + 6t + 1 - 7$$

$$(2t+1)^3 - 7 = 2p$$

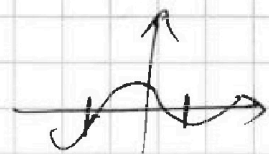
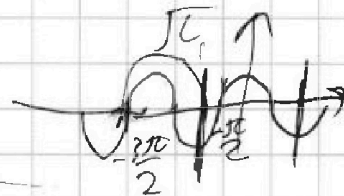
$$(2t+1)^3 = 2p + 7$$

$$2t+1 = \sqrt[3]{2p+7}$$

$$t = \frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2}$$

$$x = \arccos\left(\frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



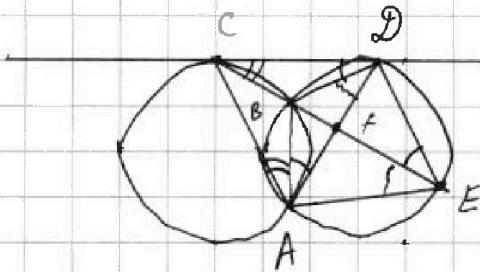


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



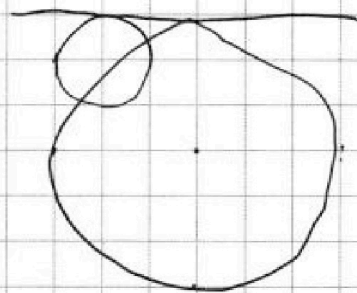
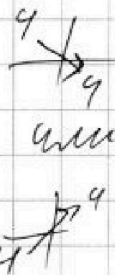
$$\frac{50000}{12997} = 62999$$

$$\frac{CX}{XE} = \frac{3}{10}$$

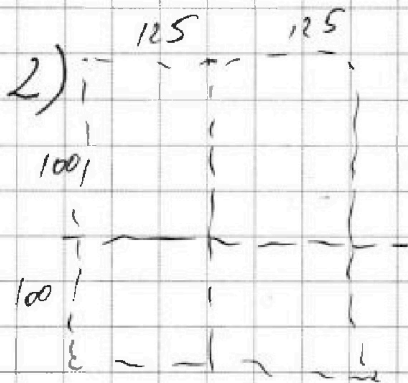
$$\frac{DE}{DC} = ?$$

√5

200 × 250

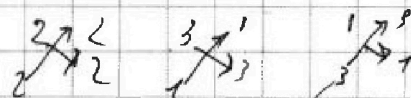


$$2 \cdot 12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12497 / 4!$$



$$12500^2 \cdot 12499^2 / 4$$

$$2 \cdot 12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498$$



3) ~~12498~~

$$\begin{array}{r} 12498 \overline{) 4} \\ 12 \\ \underline{04} \\ 4 \\ \underline{09} \\ 8 \\ \underline{18} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12498 \overline{) 4} \\ 12 \\ \underline{04} \\ 4 \\ \underline{09} \\ 8 \\ \underline{18} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12500 \overline{) 4} \\ 12 \\ \underline{05} \\ 100 \end{array}$$

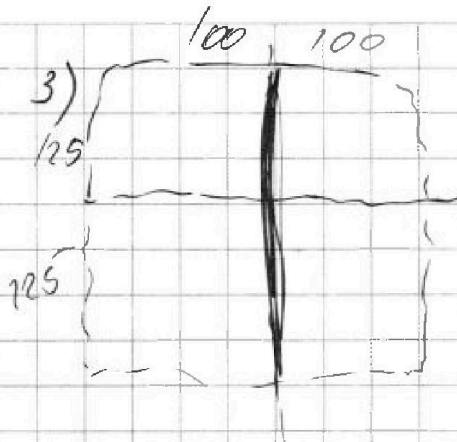
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~(2x)~~

~~474~~

~~474~~

$$2 \cdot 12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12497$$

$$\begin{array}{r} 12498 \quad | \quad 3 \\ \underline{12} \\ 04 \\ \underline{2} \\ 19 \\ \underline{18} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 62497 \\ 4166 \\ \hline 374982 \\ 374982 \\ 62497 \\ \hline 249988 \\ \hline 260362502 \end{array}$$

2) $2 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 2$

$$12500^2 \cdot 12499^2$$

$$- 12500 \cdot 12499$$

3) $1 \rightarrow 1$

$3 \rightarrow 3$

$$2 \cdot 12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498$$

$$2 \cdot 12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12497 + \frac{12500^2 \cdot 12499^2}{4} + 2 \cdot \frac{12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498}{3!}$$

$$+ 2 \cdot \frac{12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12497}{4!} + \frac{12500^2 \cdot 12499^2}{4} - \frac{12500 \cdot 12499}{2}$$

$$+ 2 \cdot \frac{12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498}{3!} =$$

$$= \frac{12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12497}{3!} + \frac{12500^2 \cdot 12499^2}{2} + \frac{4 \cdot 12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498}{3!} - \frac{12500 \cdot 12499}{2}$$

$$= \frac{12500 \cdot 12499}{2} \left(\frac{12498 \cdot 12497}{3} + \frac{4 \cdot 12500 \cdot 12498}{3} - 1 \right) =$$

$$4166(12497 + 4 \cdot 12500) = 6250 \cdot 12499 \cdot 260362502$$

$$\begin{array}{r} 50000 \\ + 12497 \\ \hline 62497 \end{array}$$