МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9

1. [3 балла] Найдите все значения параметра t, при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.

2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b.

3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M, пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D, что $AB = CD$. Найдите AB, если $BC = 12$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{1}{4}$.

4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):

   - он сидит на первой парте в ряду,
   - ближайшая парта перед ним пуста,
   - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

   Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E. Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE, лежит на отрезке CD. Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.

6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?

7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 [x] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№1

$x^2+2\sqrt{3}t+4t^2-4=0$

$D=12t^2-16t^2+16=$
$=16-4t^2$

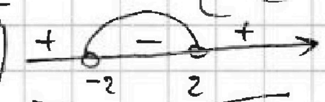
разл. 2 корня $\in R \Rightarrow D>0$

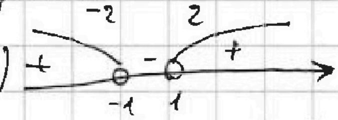
произведение $>0 \Rightarrow 4t^2-4>0$ (по теор. Виета

$\begin{cases} 16-4t^2>0 \quad |:4>0 \\ 4t^2-4>0 \quad |:4>0 \end{cases}$

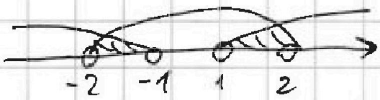
$\begin{cases} 4-t^2>0 \quad |\cdot(-1) \\ t^2-1>0 \end{cases}$

$\begin{cases} t^2-4<0 \\ t^2-1>0 \end{cases}$ $\begin{cases} (t-2)(t+2)<0 \quad (1) \\ (t-1)(t+1)>0 \quad (2) \end{cases}$

(1) 

(2) 

(1) и (2) $t\in(-2;-1)\cup(1;2)$



Ответ: при $t\in(-2;-1)\cup(1;2)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{cases} a+b=40 \\ a^2-2ab+b^2+15a-15b=17p^5 \end{cases} \quad \begin{cases} a+b=40 \\ (a-b)^2+15(a-b)=17p^5 \end{cases} \quad \begin{cases} a+b=40 \\ (a-b)(a-b+15)=17p^5 \end{cases}$$

$(a-b)(a-b+15)=17p^5$ Т.к p-простое, ~~оно~~ раскладывается на простые или $1\cdot p$ (17 - тоже простое)

~~Разумные варианты произведения, где a; b, p ∈ из двух чисел однозначно. Число справа должно быть больше числа слева ведь 15 > 0~~

$(a-b)(a-b+15)=17p^5$

одно из этих чисел четно (если $(a-b)$ - нечет, то $(a-b+15)$ - чет.; если $(a-b)$ - чет, то $(a-b+15)$ - нечет, ведь 15 - неч.)

всё произведение четно

$17p^5$ - четно.

Раз 17 - неч $\Rightarrow p^5$ - четно. 2 - единственное четное простое $\Rightarrow p=2$

$(a-b)(a-b+15)=17\cdot 32$

Пусть $a-b=t$ $\quad t^2+15t-544=0$

$D=225+4\cdot 544=2401=49^2$

$t=\frac{-15\pm\sqrt{2401}}{2}=\left[\begin{array}{l}\frac{49-15}{2}\\ \frac{-49-15}{2}\end{array}\right.=\left[\begin{array}{l}17\\ -32\end{array}\right.$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} a+b=40 \\ a-b=17 \end{cases} \\ \begin{cases} a+b=40 \\ a-b=-32 \end{cases}\end{array}\right.$$

$2a=57 \quad a=28{,}5 \notin \mathbb{N}$

$2a=8 \quad a=4$

$b=36$

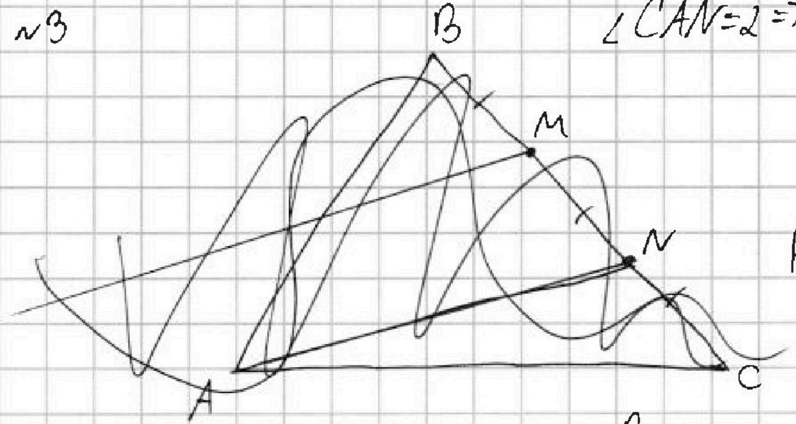
Ответ: $a=4 \quad b=36$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№3



$\angle CAN = \alpha \Rightarrow \cos 2\alpha = -\frac{1}{4}$ ($\angle MDC = \alpha$ соотв.)

$BC = 12$

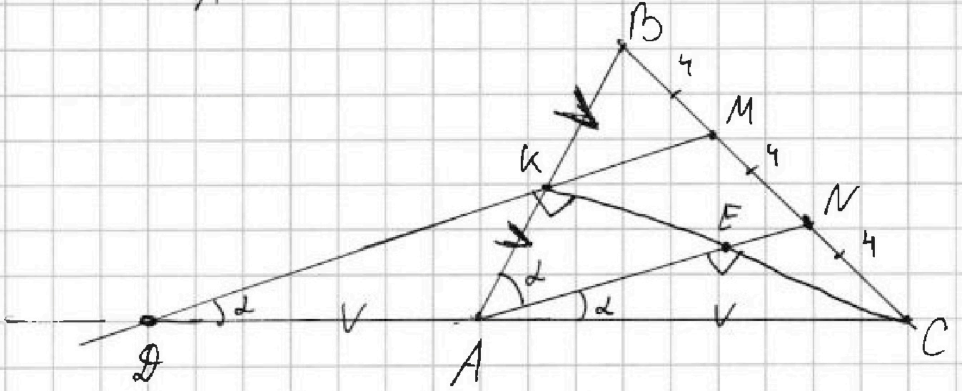
⇓

$BM = MN = NC = 4$

Раз $DM \parallel AN$ и $BM = MN$ $\Rightarrow KM$ — сред линия для $\triangle ABN$

⇓

$BK = AK$



Распишем теорему Менелая для $\triangle ABC$ и сек. DM: $\frac{CM\cdot BK\cdot AD}{BM\cdot AK\cdot DC}=1$

$\frac{4}{8}\cdot\frac{AD}{DC}=1$

$DC = 2AD$

⇓

$AD = \frac{DC}{2}$, значит и $AC = \frac{DC}{2}$

Значит $AD = AC$

Раз $DC = AB$, $\Rightarrow \frac{DC}{2} = \frac{AB}{2} = AD = AC = AK$ (кв")

В $\triangle DKC$, AK — медиана, но раз $AK = AD = AC$,

⇓

$\triangle DKC$ — прямоуг

⇓

$\angle DKC = 90°$

⇓

$\angle AEC = 90°$ ($DM \parallel AN$, соотв.)

$\triangle AKC$ — равноб ($AK = AC$), в нем AE — высота

⇓

AE — бисс

⇓

$\angle BAN = \alpha$.

Напишем теорему кос. для $\triangle ABC$:

$AB^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 - 2AB\cdot AC\cdot\cos 2\alpha = BC^2$

$AB^2 + \frac{AB^2}{4} - \cancel{2}\cdot AB\cdot\frac{AB}{\cancel{2}}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right) = 144$

$AB^2 + \frac{AB^2}{4} + \frac{AB^2}{4} = 144$

$\frac{3}{2}AB^2 = 144$

$AB^2 = 96$

$AB = 4\sqrt{6}$ Ответ: $4\sqrt{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 7 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

пусть множество ростов = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

№4

Хорошо видеть ⟺ есть Хорошо.

Т.к. порядок рядов не важен, то мы можем просто перемешать ряды и кол-во способов возрастет в 6 раз.

Рассмотрим ряд ~~и случая также~~ где нету свободных мест.

~~1) нету свободных~~

I ☐
II ☐
III ☐

Чтобы всем было хорошо, росты должны идти по ~~возр~~ возрастанию от I парты до III.

Это кол-во способов выбрать неупорядоченную тройку из ростов. ведь из 6 возможных перестановок для тройки только одна идет по возрастанию для различных чисел.

Для другого полного ряда мы выбираем тройку из $8-3=5$ оставшихся возрастов, это C_5^3 способов

C_8^3

Рассматриваем ряд с пустым местом. Есть 3 случая.

Осталось $5-3=2$ роста.

1) ▨ ▨ – сюда распределить ост. росты по возрастанию. 1 ~~случай~~ вариант
☐

2) ☐
▨ ▨ – сюда распределить росты по возрастанию 1 вариант.

2 случая

3) ▨ – этому всегда хорошо, он на I парте.
☐
▨ – этому тоже всегда хорошо он за пустой партой.

Для ряда с пустым местом 4 варианта.

Всего способов: $6 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot 4 =$

$= \cancel{24} \cdot \cancel{\frac{8! \cdot 5!}{5! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 2!}} = \cancel{\frac{8!}{3!} \cdot 8} = \frac{8! \cdot 4!}{4! \cdot 3} = \frac{8!}{3}$

Ответ: $\frac{8!}{3}$

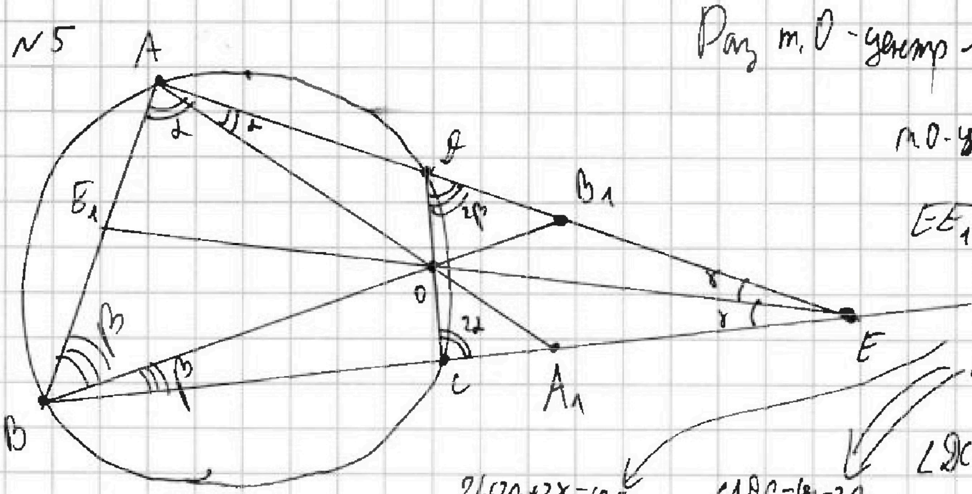
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА 8 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№5



Раз т. O - центр впис в $\triangle ABE$

⇓

т. O - ~~центр~~ точка пересеч. бис

⇓

EE_1, AA_1, BB_1 - бис.

пусть

$\angle A = 2\alpha$, $\angle B = 2\beta$

$\angle E = 2\gamma$

⇓

$\angle DCB = 180 - 2\alpha$ (впис 4-х)

⇓

$\angle DCE = 2\alpha$

$2\alpha + 2\beta + 2\gamma = 180°$

$\alpha + \beta + \gamma = 90°$

$\angle ADC = 180 - 2\beta$

(впис 4-х уг)

⇓

$\angle EDC = 2\beta$ $\Rightarrow \triangle EDC \sim \triangle EBA$

⇓

$\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{AE}{CE} = \dfrac{BE}{DE}$

$\overset{\frown}{ADC} = 4\beta$ $\quad \overset{\frown}{ABC} = 360° - 4\beta$

$\overset{\frown}{DCB} = 4\alpha$ $\quad \overset{\frown}{DAB} = 360 - 4\alpha$

Т.к. EO и EE_1 бисс, то $\dfrac{OD}{OC} = \dfrac{DE}{CE}$; $\dfrac{AE_1}{BE_1} = \dfrac{AE}{BE}$

Т.к. AA_1 - бисс, то $\dfrac{BA_1}{EA_1} = \dfrac{AB}{AE}$

Т.к. BB_1 - бисс, то $\dfrac{AB_1}{EB_1} = \dfrac{AB}{BE}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА 4 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№6

Раз из любых 2 деревень существует маршрут, при чем единственный, значит соседние деревни соединены только одной дорогой, а граф из всех деревень должен получится деревом.

Рассмотрим наши деревни. Суммарное кол-во дорог выходящих из них это $3+4+5+7=19$. 3 дороги из них уходят на соединение каких-то трёх рассматриваемых деревень с ~~другой~~ одной оставшейся. Эти дороги должны быть, иначе рассматриваемые деревни не будут соединены, и в них нельзя будет попасть. Через другие не рассматриваемые (побочные) деревни тоже не выйдет, ведь там только 1 дорога — соединение с главными (рассматриваемыми) деревнями. Остается $19-3=16$ дорог. При оставшееся главной деревни соединены одной дорогой с самой главной деревней, значит вычитаем еще 3 дороги. $16-3=13$ дорог осталось, они ведут в побочные деревни из всех главных, при чем не повторяются, иначе нарушится единственность маршрутов. Получается всего побочных деревень 13 и плюс 4 главные деревни, итого $13+4=17$ деревень на острове

Ответ: 17 деревень.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 6 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№7

Продолжение. Случай 2): $\begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2=1 \;\Big|\cdot(-1) \\ 1-|x+y-2|=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+y^2-2x-2y=-1 \;\Big|+1+1 \\ |x+y-2|=1 \end{cases}$

$\begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2=1 \\ \left[\begin{array}{l} x+y-2=1 \\ x+y-2=-1 \end{array}\right. \end{cases}$ $\longrightarrow$ Квадраты целые и $\overset{\geq 0}{\cancel{\text{неот}}}$ по аналогичным причинам.

единственный способ получить 1 это $0+1=1$

$\begin{cases} (x-1)^2=0 \\ (y-1)^2=1 \end{cases}$ или $\begin{cases} (x-1)^2=1 \\ (y-1)^2=0 \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} x+y=3 \\ x+y=1 \end{array}\right.$

$\begin{cases} x-1=0 \\ \left[\begin{array}{l} y-1=1 \\ y-1=-1 \end{array}\right. \end{cases}$ или $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x-1=1 \\ x-1=-1 \end{array}\right. \\ y-1=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x=1 \\ \left[\begin{array}{l} y=2 \\ y=0 \end{array}\right. \end{cases}$ или $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=0 \end{array}\right. \\ y=1 \end{cases}$

Все пары $(x;y)$: $(1;2)$, $(1;0)$, $(2;1)$, $(0;1)$

$x+y=3$ ✓ $x+y=1$ ✓ $x+y=3$ ✓ $x+y=1$ ✓

Пары для случая 2: $(1;2)$, $(2;1)$, $(0;1)$, $(1;0)$

Ответ: $(0;2)$, $(2;0)$, $(1;2)$, $(2;1)$, $(0;1)$, $(1;0)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 5 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№7

$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2}+\sqrt{1-|x+y-2|}=1$. Раз $x,y\in\mathbb{Z}$, то под корнями тоже целые числа, сами корни всегда >0, и если подкорнем будет число >2, то сам корень >1 и сумма никак не сложится ведь корни >0

Получается под корнями только числа 0 и 1, при чем не одновременно под двумя корнями.

1 случай: $\begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2=0 \quad |\cdot(-1) \\ 1-|x+y-2|=1 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-2x+y^2-2y=0 \quad |+1+1 \\ |x+y-2|=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2-2x+1+y^2-2y+1=2 \\ \cancel{x}\ x+y-2=0 \end{cases}$ $\begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2=2 \\ x+y=2 \end{cases}$

квадраты >0
~~и~~ сами квадраты ~~целые~~ целые
$\Uparrow$
Под квадратами цел. числа
$\Downarrow$
Единственный способ получить 2 из суммы ~~из~~ двух цел. квадратов это $1+1=2$

$0+2$ не подойдет ведь $\sqrt{2}$ нецел.
остальные варианты с числами $\neq 0$.

$\begin{cases} (x-1)^2=1 \\ (y-1)^2=1 \\ x+y=2 \end{cases}$

$2+2\neq 2$
$0+0\neq 2$
$2+0=2$
$0+2=2$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x-1=1 \\ x-1=-1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y-1=1 \\ y-1=-1 \end{array}\right. \\ x+y=2 \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=0 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y=2 \\ y=0 \end{array}\right. \\ x+y=2 \end{cases}$

Для случая 1 возможные пары $(0;2)$ и $(2;0)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
[x]	[x]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]	[ ]

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

1) $\begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2=0 \quad | -2 \\ 1-|x+y-2|=1 \end{cases}$ $\begin{cases} -x^2+2x-1-y^2+2y-1=-2 \\ |x+y-2|=0 \end{cases}$ $\begin{cases} -(x-1)^2-(y-1)^2=-2 \\ x+y-2=0 \end{cases}$

$\begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2=2 \\ x+y=2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ y-1=1 \end{cases}$ или $\begin{matrix} x-1=-1 \\ y-1=-1 \end{matrix}$ $\left[\begin{matrix} x=2 \\ x=0 \\ y=2 \\ y=0 \end{matrix}\right.$

1) $(0;2)$ и $(2;0)$

$\begin{matrix} x=1 \\ y=2 \end{matrix}$ $\begin{matrix} x=2 \\ y=1 \end{matrix}$

$\begin{cases} x-1=0 \\ y-1=1 \end{cases}$ и $\begin{cases} x-1=1 \\ y-1=0 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2=1 \\ 1-|x+y-2|=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+y^2-2x-2y=-1 \quad | +2 \\ |x+y-2|=1 \end{cases}$ $\begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2=1 \\ \left[\begin{matrix} x+y-2=1 \\ x+y-2=-1 \end{matrix}\right. \end{cases} \leftrightarrow \left[\begin{matrix} x+y=3 \\ x+y=1 \end{matrix}\right.$

2) $(1;2)$ и $(2;1)$

$\dfrac{a-b \qquad a-b+15}{}$

а) $17p$ $\quad p^4$

б) $-17p$ $\quad -p^4$

в) $17p^2$ $\quad p^3$

г) $-17p^2$ $\quad -p^3$

$\times\dfrac{17}{4}$ = 68

240

108

54

$\begin{cases} (a-b)(a-b+15)=17p^5 \\ a+b=40 \end{cases}$

$74 \mid 2$, 37

$34+15=49$

~~а)~~ $a-b=17p$, $a+b=40$, $2a=40+17p$, $a=37$ $p=2$, $b=3$

~~б)~~ $a-b=-17p$, $a+b=40$, $2a=40-17p$, $a=3$ $p=2$, $b=37$

в) $a-b=17p^2$, $a+b=40$, $2a=40+17p^2$, $p=2$ $a=54$ $b=$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
x	x	x				

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2

$\frac{OD+DE}{DE} = \frac{OC}{CE} + 1$

$\frac{OD}{DE} = \frac{OC}{CE}$ $\frac{CD}{AB} = \frac{CE}{12}$

$a+b=40$

$\frac{8! \cdot 4!}{3! \cdot 3! \cdot 2!}$

$a+b=40$

$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5$

$(a-b)(a-b+15) = 17p^5$

$\frac{AE_1}{AE} = \frac{BE_1}{12}$

$1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot1\cdot7\cdot8\cdot8\cdot3$ 6

$1\cdot2\cdot3\cdot1\cdot7\cdot3 \cdot 1\cdot2$

$1\cdot2\cdot3\cdot8\cdot7\cdot3\cdot1\cdot2$

±1, ±17, $\pm p$, $\pm17p^2$, $\pm17p^3$, $\pm17p^4$, $\pm17p^5$, $+1$, $+17$, $+17p$, $17p^2$, -47

$\pm17p^5$, $\pm17p^5$, $\pm p^3$

$\frac{OD}{OC} = \frac{DE}{CE}$ $\frac{AE_1}{BE_1} = \frac{AE}{BE}$

$\cos2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = -\frac{1}{4}$

$2\cos^2\alpha = \frac{3}{4}$

$\cos^2\alpha = \frac{3}{8}$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

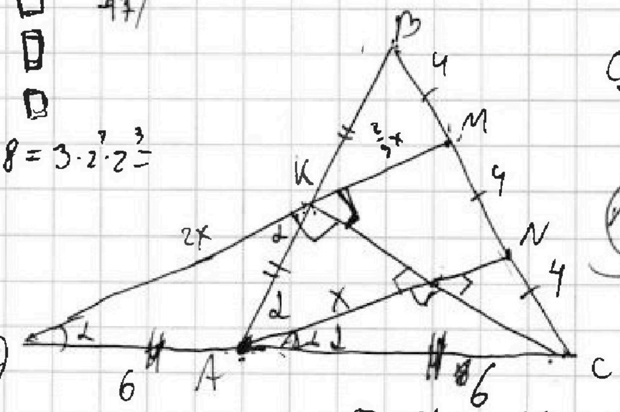
$\cos2\alpha = -\frac{1}{4}$ $\alpha \in [45; 135]$

1 2 3 4 5 6 7 8 $\frac{1\,2\,3}{3\,2\,1}$

$\frac{8!}{3!}$

$\frac{3}{2}AB^2 = 144$

$CD = AB$



$12\cdot8 = 3\cdot4\cdot8 = 3\cdot2^2\cdot2^3 =$

$AB = 12$

$288 : 3 = 96$ $32\cdot3$ $16\cdot6$

$\frac{CD}{OC} =$

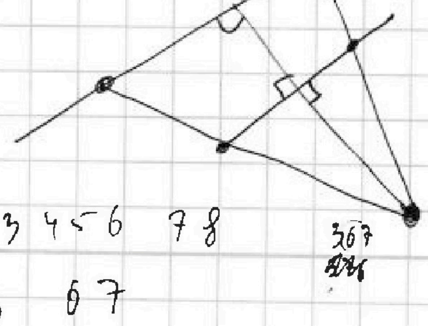
$\cos\alpha = \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{DK}{CD} = \frac{x}{AC}$

$-\frac{1}{4}$

$y^2 + 4y^2 + 2\cdot y\cdot 2y\cdot\cos2\alpha = 144$

$5y^2 - y^2 = 144$ 36

$y = 6$



1 2 3 4 5 6 7 8

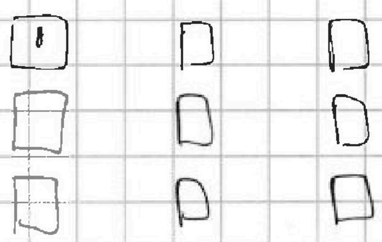
3 6 7

367

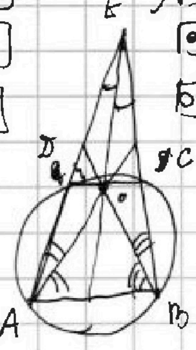
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7	СТРАНИЦА __ ИЗ __
X	X	X					

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



1) 2) 3)



5) 17

27 + 422 = 189

54, 23 × 23 = 69

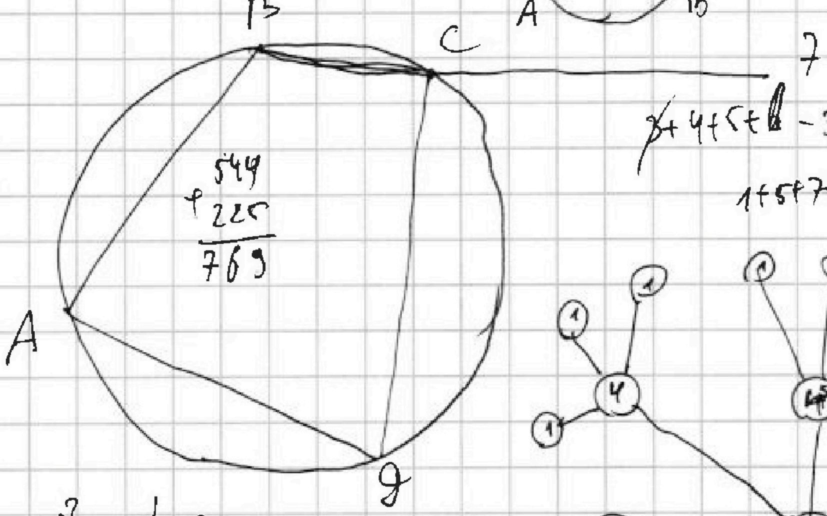
46, 29

1) V
2)
3) V
4)
5)
6) V
7) V

1 2 3 4 5 6 7 8

17 × 32 = 24

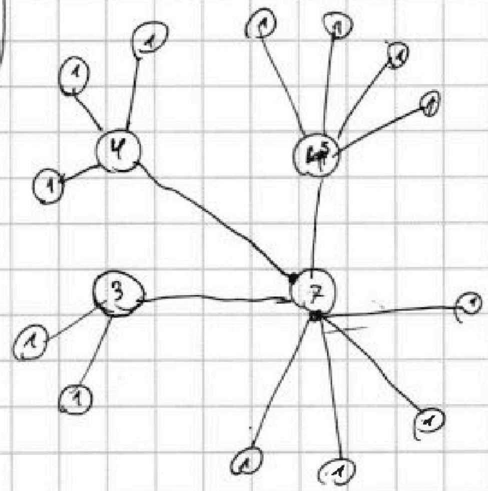
51, 544



544 + 225 = 769

$\cancel{3}+4+5+6-3-1-1-1+4$

$1+5+7+4=17$



$\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}$

$\sqrt{a}+\sqrt{b}=1$

$t^2+15t-17\cdot32=0$

$D=225+17\cdot32$

$t=-15$

$\begin{cases}a=0\\b=1\end{cases}$ $\begin{cases}a=1\\b=0\end{cases}$

32 + 17 = 224, 32, 544 + 225 = 769

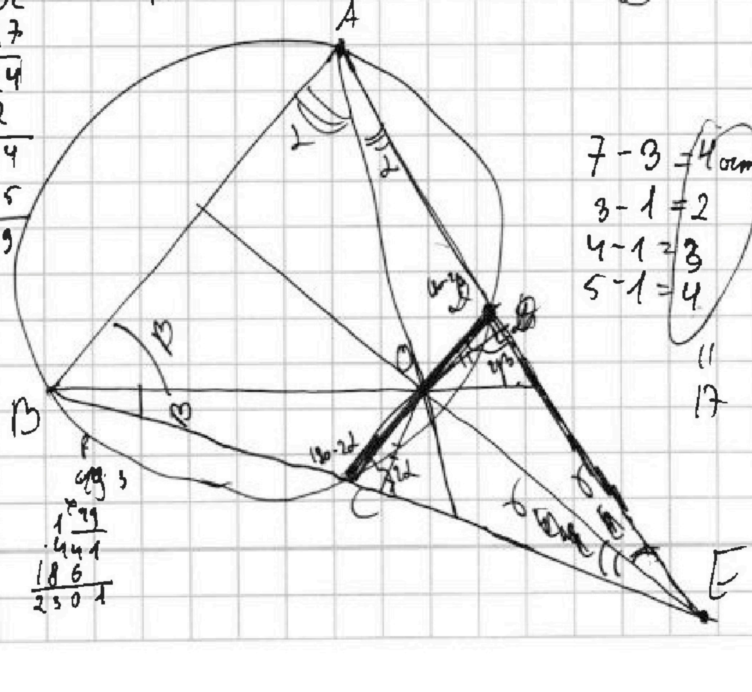
11

544 × 114 = 2176 + 225 = 2401

49 × 49 = 1

49·3

149, 441, 186, 2301



7 − 3 = 4 ст.
3 − 1 = 2
4 − 1 = 3
5 − 1 = 4
+4

11
17

3 − 3 = 0
7 − 1 = 6
5 − 1 = 4
4 − 1 = 3
+4

4
17

4 − 3 = 1
7 − 1 = 6

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
X	X	X		X	X	X

СТРАНИЦА __ ИЗ __

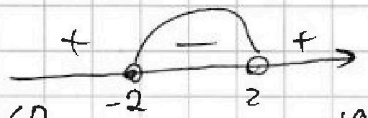
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\begin{cases} D>0 \\ 4t^2-4>0 \end{cases}$ $\begin{cases} 12t^2-4(4t^2-4)>0 \\ 4t^2-4>0 \end{cases}$ $\begin{cases} 12t^2-16t^2+16>0 \\ t^2-1>0 \end{cases}$

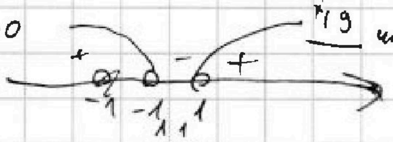
$16-4t^2>0$ $(2-t)(2+t)$

$(t-1)(t+1)>0$

$(t-2)(t+2)<0$



$(t-1)(t+1)>0$



$t^2+15t-544=0$

$D=225+4\cdot 544=$

Ответ: $(-2;-1)\cup(1;2)$

$t(t+15)=544$

$t(t+15)=544$

$a+b=40$

$a^2-2ab+b^2+15a-15b=17p^5$

$(a-b)^2+15(a-b)=17p^5$

$(a-b)(a-b+15)=17p^5$

~~1~~	~~$17p^5$~~
~~17~~	~~p^5~~
$17p$	p^4
$17p^2$	p^3
~~$17p^3$~~	~~p^2~~
~~$17p^4$~~	~~p^1~~
~~$17p^5$~~	~~1~~

$a+b=40$

$a-b=1$

$D=381$

$t=\frac{-15\pm 19}{2}$

$t=2$

$a+b=40$

$a-b=17p$

p - ... - ...

$2a=40-17p$

$2a=40-172$

$2a=6$

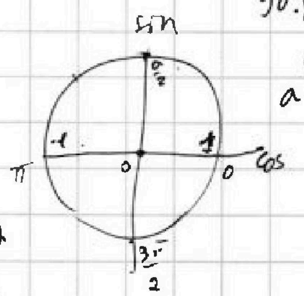
$\boxed{a=3 \\ b=37}$ $a=37$ $b=3$

$(50-1)^2=2500-100+1$

$t=\frac{\sqrt{2401}-15}{2}$

$a+b=40$

$a-b=\frac{\sqrt{2401}-15}{2}$



$2\alpha>90$ $2\alpha<270$

$\alpha>45$

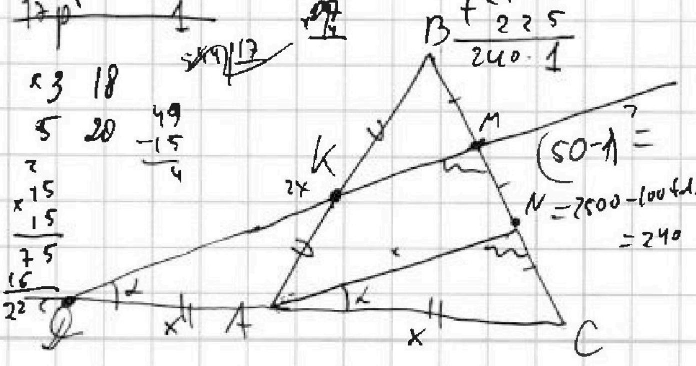
$AB=CD$

$\cos 2\alpha=-\frac{1}{4}$

$17=\frac{-15+\sqrt{D}}{2}$

$34=-15+\sqrt{D}$

$\sqrt{D}=49$



$\frac{CM}{BM}\cdot\frac{BK}{AK}\cdot\frac{AD}{CD}=1$

$BK=AK$