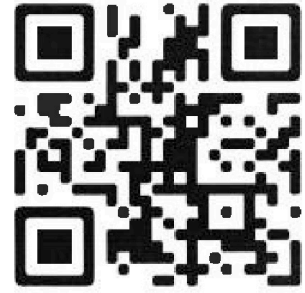




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



- [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что $a - b = 12$, а значение выражения $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$ равно $19p^4$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
- [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 6$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{3}{4}$.
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наибольшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 12$.
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$x^2 + 4\sqrt{2}x + 9t^2 - 9 = 0$$

$$D > 0 / D_1 > 0$$

$$x_1 x_2 > 0$$

$$D_1 = (2\sqrt{2}t)^2 - (9t^2 - 9) = 8t^2 - 9t^2 + 9 = 9 - t^2$$

$$9 - 28t^2 > 0 \Rightarrow 9 - t^2 > 0$$

$$9 - t^2 > 0$$

$$t^2 < 9$$

$$t^2 < 9$$

$$t < 3$$

$$t > -3$$

$$\begin{cases} t < 3 \\ t > -3 \end{cases}$$

т.ч. $D_1 > 0$ по Т. Виета

$$x_1 x_2 = 9t^2 - 9$$

$$x_1 x_2 > 0 \Rightarrow 9t^2 - 9 > 0$$

$$9t^2 > 9 \quad | :9$$

$$t^2 > 1$$

$$t > 1$$

$$t < -1$$

Учтем

$$\begin{cases} t > 3 \\ t < -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

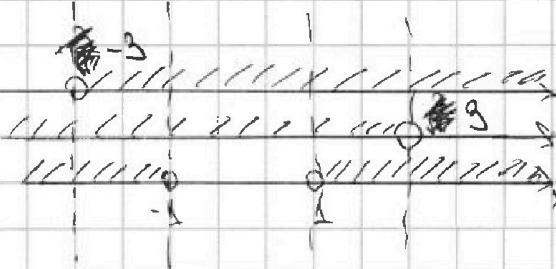
$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t < -1 \end{cases}$$



$$\begin{aligned} & \text{Ответ: } t \in (-3; -1) \cup (1; 3) \\ & \text{или } t \in (-3; -1) \cup (1; 3) \end{aligned}$$

$$\text{или } t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$$

$$\text{или } t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$$

$$\text{или } t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$$

$$\text{или } t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$$

$$\text{или } t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$$

$$\text{или } t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$$

$$\text{или } t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$$

$$\text{или } t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$ $a, b \in \mathbb{N}$

$$a - b = 12; a = b + 12 \quad (1)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 19p^4, \quad p - \text{простое}$$

$$(a+b)^2 + 3(a+b) = 19p^4$$

$$(a+b)(a+b+3) = 19p^4 \quad (2)$$

Подставим (1) в (2)

$$(b+b+12)(b+b+12+3) = 19p^4$$

$$2(b+b)(2b+15) = 19p^4$$

левая часть делится на 2, правая часть тоже делится на 2 $\Rightarrow 19p^4 : 2 \mid \Rightarrow p^4 : 2$

$$\begin{array}{l} 19 \cdot 2 \\ (19 \cdot 2) = 1 \end{array} \mid \Rightarrow p^4 : 2$$

Если $p \neq 2$, то $p^4 \neq 2$ (т.к. $(p, 2) = 1$, т.ч. $2 \nmid p^4$), значит, $p = 2$

$$p = 2 \mid \Rightarrow p = 2$$

$$2(b+b)(2b+15) = 19 \cdot 2^4 \quad | : 2$$

$$(b+b)(2b+15) = 19 \cdot 2^3$$

$$2b^2 + 12b + 15b + 15 \cdot 6 = 19 \cdot 8$$

$$2b^2 + 27b + 90 - 152 = 0$$

$$2b^2 + 27b - 62 = 0$$

$$D = 27^2 + 4 \cdot 2 \cdot 62 = 729 + 496 = 1225 = (5 \cdot 7)^2 = 35^2$$

$$b_1 = \frac{-27 - 35}{2 \cdot 2} < 0 \Rightarrow b_1 \notin \mathbb{N}$$

$$b_2 = \frac{-27 + 35}{2 \cdot 2} = \frac{8}{4} = 2$$

$$b = 2, \quad a = 2 + 12, \quad a = 14$$

Ответ: 14 и 2.

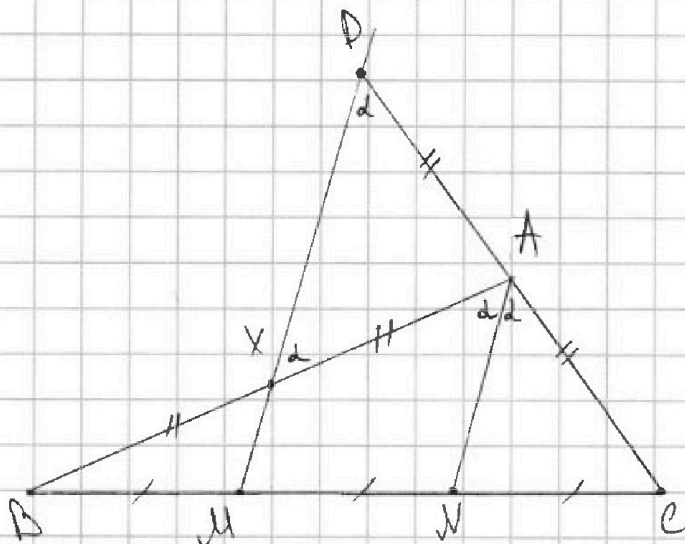


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:
 $\triangle ABC$
 $M, N \in BC$
 $BM = MN = NC$
 $MD \parallel AN$
 $MD \cap AC = D$
 $BC = 6$
 $\cos(2\angle CAN) = -\frac{3}{4}$
 $AB = CD$
 $AB = ?$

1. $\triangle CMD$:

$AN \parallel MD$
 $MN = NC$ $\Rightarrow AN$ - средняя линия $\Rightarrow CA = AD$
на отрезке

2. $X = MD \cap AB$

$\triangle BDM$:

$BM = MN$
 $XM \parallel AN$ $\Rightarrow XM$ - средняя линия $\Rightarrow BX = AX$
на отрезке

3. $BX = AX = \frac{1}{2}AB$ (по условию)

$CA = AD = \frac{1}{2}CD$ (по условию) $\Rightarrow AC = AD = BX = AX$

$AB = CD$ (по усл.)

4. Пусть $\angle CAN = \alpha$, тогда $\angle CDM = \alpha$, т.к. $AN \parallel MD$ (соот. углы при пересечении)

$\triangle XAD$ - \triangle , т.к. $AX = AD \Rightarrow \angle ADX = \alpha = \angle AXD$

$\angle AXD = \angle XAM = \alpha$ (как накрест или $AN \parallel DM$)

Итак, $\angle BAC = 2\alpha = 2 \cdot \angle CAN \Rightarrow \cos(2\angle CAN) = \cos(\angle BAC)$

5. Пусть $AC = AD = AX = BX = x$, тогда

по \cos косинусов для $\triangle ABC$:

$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos(\angle BAC)$, $AB = AX + BX = 2x$

$6^2 = x^2 + (2x)^2 - 2 \cdot x \cdot 2x \cdot (-\frac{3}{4})$

$36 = x^2 + 4x^2 + \frac{2 \cdot 3 \cdot 2}{4} \cdot x^2$

$36 = 5x^2 + 3x^2$

$8x^2 = 36 \quad | :8$

Обозначим: $x > 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 = \frac{36}{8}$$

$$x^2 = \frac{9}{2}$$

$$x = \frac{3}{\sqrt{2}}; x = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$x = -\frac{3}{\sqrt{2}} < 0 \Rightarrow x \notin \mathbb{D} \text{ задачи}$$

$$\text{Иском, } Ax = Bx = \frac{3\sqrt{2}}{2}, \text{ значит, } AB = 2 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{Ответ: } 3\sqrt{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что на $3 \cdot 4 = 12$ с учетом 11 знаков равно
 одна карта детей свободна. Сначала ~~выбираем~~ с места $3 \cdot 4$
~~на~~ $3 \cdot 4$ карта детей свободна. Сначала ~~выбираем~~ с места $3 \cdot 4$
 свободными $3 \cdot 4$ карта детей свободна. Сначала ~~выбираем~~ с места $3 \cdot 4$
 карта в выбранном ряду можно $3 \cdot 4$ свободными. То
 есть $3 \cdot 4$ карта детей свободна. Сначала ~~выбираем~~ с места $3 \cdot 4$
 даем. На ряду, в котором $3 \cdot 4$ карта детей свободна, сидят
 еще 2 человека. Заметим, что если ~~карта~~ свободна
 карта детей не передедет, то пассажиры ~~идут~~ одно-
 значна, т.е. один сидит за другим, а ~~то~~ может быть
 только тот, кто ~~был~~ там же карта детей по
 середине, то $3 \cdot 4$ пассажиры детей $3 \cdot 4$
 пассажиры детей на ~~ряд~~ $3 \cdot 4$ с учетом выбора $3 \cdot 4$
 между $2 \cdot 1 \cdot C_{11}^2 + 1 \cdot 2 \cdot C_{11}^2 = 4 \cdot C_{11}^2 (2+2) = 4 \cdot 4 \cdot C_{11}^2$ свобод-
 даем. Теперь оставшихся 2 человек можно посадить на
 3 ряда. Выбираем один ряд и ~~туда~~ трех детей
 между $3 \cdot C_3^3$ свободными. Заметим, что для людей 3
 детей ~~такая~~ существует единственная $3 \cdot 4$
~~та~~ в ряду 3 человек, при котором все дети
 доску, т.е. дети $3 \cdot 4$ роста, т.е. если перед сидит
 на $3 \cdot 4$ человек, то $3 \cdot 4$ сидит, то он не ви-
 деть доску, значит, он сидит на 1 карте; если перед
 сидит $3 \cdot 4$ человек, то $3 \cdot 4$ человек не ви-
 деть, значит, средний сидит перед $3 \cdot 4$ человек, значит,
 он сидит на 3 карте, а $3 \cdot 4$ человек на 3 . Значит,
 $3 \cdot 4$ человек из $3 \cdot 4$ человек на один $3 \cdot 4$
 там $3 \cdot 4$ $3 \cdot 4$ $3 \cdot 4$ $3 \cdot 4$ $3 \cdot 4$ $3 \cdot 4$ $3 \cdot 4$
~~три~~ $3 \cdot 4$ $3 \cdot 4$ $3 \cdot 4$ $3 \cdot 4$ $3 \cdot 4$ $3 \cdot 4$ $3 \cdot 4$
~~два~~ $3 \cdot 4$ можно посадить $2 \cdot C_6^3$ свободными, а $3 \cdot 4$
~~три~~ $3 \cdot 4$ $3 \cdot 4$ $3 \cdot 4$ $3 \cdot 4$ $3 \cdot 4$ $3 \cdot 4$ $3 \cdot 4$
 или детей можно посадить так, чтобы $3 \cdot 4$
 были доску $4 \cdot 4 \cdot C_{11}^2 \cdot 3 \cdot C_3^3 \cdot 2 \cdot C_6^3 = 4 \cdot 4! \cdot C_{11}^2 \cdot C_3^3 \cdot C_6^3$
 свободными

Ответ: $4 \cdot 4! \cdot C_{11}^2 \cdot C_3^3 \cdot C_6^3$



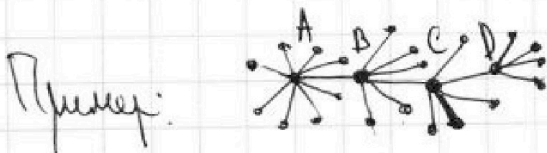
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть остров это царь, деревья - вершины царя, а дороги - реки. Заметим, что из каждой деревни, кроме той, что это царь, выведет и без выходов, это дерево. Пусть из деревни А выведет 3 дороги, из деревни В 2 дороги, из деревни С - 6 дорог, а из D - 5 дорог. Рассмотрим A и B 9 деревьев, между C и D 5 связей. Заметим что каждая из этих деревьев имеет выходы из каждой деревни A, B, C и D, либо из каждой деревни B, C и D. Во второй ситуации эти деревни, в каждой из которых есть путь от A, B, C и D, то есть, если путь от A, B, C и D, то мы можем соединить их друг с другом, в одну из точек есть A, B, C и D, то есть, как царь, связи, так же может быть. А именно, ~~деревья~~ B, C и D также связаны хотя бы с одной из оставшихся. При этом, если A связана с B и C, то B и C не связаны, между собой и т.д. Если же деревья, имеющие m и n связей, образуют систему, соединим, то общее количество деревьев, в которых они соединены $m+n-1$. Т.е. каждая из деревьев A, B, C и D, соединена хотя бы с одной из оставшихся. Третье, в среднем между каждой деревней, кроме той, что это царь, выведет $5+6+5-3=24$



Ответ: 24



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-x-y-1} = 2$$

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} = 2 - \sqrt{1-x-y-1} \quad |^+2$$

~~$$2x-2y-x^2-y^2 = 4+1-|x-y-1| = 4\sqrt{1-x-y-1}$$~~

~~$$4\sqrt{1-x-y-1} = 5 - |x-y-1|$$~~

$x-y-1 \geq 0 \Rightarrow 1-x-y-1 \geq 0, 1 \geq x-y-1$
 $x-y \geq 1, 2 \geq x-y$

Т.к. x, y - целые, $x-y$ - тоже целые, значит

$$\begin{cases} x-y=1 & (1) \\ x-y=2 & (2) \end{cases} \begin{cases} x-y \geq 1 \\ x-y \leq 2 \end{cases}$$

(1) $x=y+1$

~~$$\sqrt{2(y+1)-2y-y^2-2y-1-y^2} + \sqrt{1-(y+1)-y-1} = 2$$~~

~~$$\sqrt{-2y^2-2y+1} + \sqrt{1-y-1-y-1} = 2$$~~

~~$$\sqrt{-2y^2-2y+1} + 1 = 2$$~~

~~$$\sqrt{-2y^2-2y+1} = 1$$~~

~~$$-2y^2-2y+1 = 1$$~~

~~$$2y+2y = 0$$~~

~~$$y+y = 0; y(y+1) = 0$$~~

~~$$y = 0$$~~

~~$$y = -1$$~~

$y=0, x=1$ (+)

$\sqrt{2-1} + \sqrt{1-1-1} = \sqrt{1} + \sqrt{1} = 1+1 = 2$ - верно (+)

$y=-1, x=0$ (+)

$\sqrt{2-1} + \sqrt{1-1-1} = \sqrt{1} + \sqrt{1} = 1+1 = 2$ - верно



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) $x = y + 2$

$$\sqrt{2y+4-2y-y^2-4y-4-y^2} + \sqrt{1-1y+2-y-1} = 2$$

$$\sqrt{-2y^2-4y} + \sqrt{1-1} = 2$$

$$\sqrt{-2y^2-4y} = 2 \quad | \wedge 2$$

$$-2y^2-4y = 4$$

$$-y^2-2y = 2$$

$$y^2+2y+2 = 0$$

$$D_1 = 1 - 2 < 0 \text{ - нет корней}$$

2) $x - y - 1 < 0 \Rightarrow \begin{cases} x - y < 1 \\ x - y \geq 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x - y < 1 \\ x - y \geq 0 \end{cases}$$

Т.к. $x - y$ - целое, ~~то~~ системы следует,
что

$$x - y = 0; \quad x = y$$

$$\sqrt{2x-2x-x^2-x^2} + \sqrt{1-10-1} = 2$$

$$\sqrt{-2x^2} + \sqrt{1-1} = 2$$

$$\sqrt{-2x^2} = 2 \quad | \wedge 2$$

$$-2x^2 = 4$$

$$x^2 = -2 \text{ - нет решений}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Итак, если $x - y - 1 \geq 0$, то $y = 0, x = 1$ — решение;
если $x - y - 1 < 0$, то $x = 0, y = -1$ — решение;
Ответ: $(0, -1), (1, 0)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solution on grid paper. The top part shows a geometric diagram of a triangle with points A, B, C, D, E, O, P, Q, R, S, T and various lines. Below the diagram are several arithmetic calculations, a system of equations, and three smaller diagrams of circles with inscribed triangles. The calculations include: 1) $1000000 / 100000 = 10$, 2) $1000000 / 10000 = 100$, 3) $1000000 / 1000 = 1000$, 4) $1000000 / 100 = 10000$, 5) $1000000 / 10 = 100000$, 6) $1000000 / 1 = 1000000$. The equations are: $2(y+z) - 2y = (y+z)^2 - y^2 = y^2 + 4y - y^2 = 4y$, and $2(y+z) - 2z = (y+z)^2 - z^2 = y^2 + 4z - z^2 = 4z$. The inequalities are: $2y < 90$, $2z < 45$, $2y + 2z < 180$, and $2y + 2z < 90$.

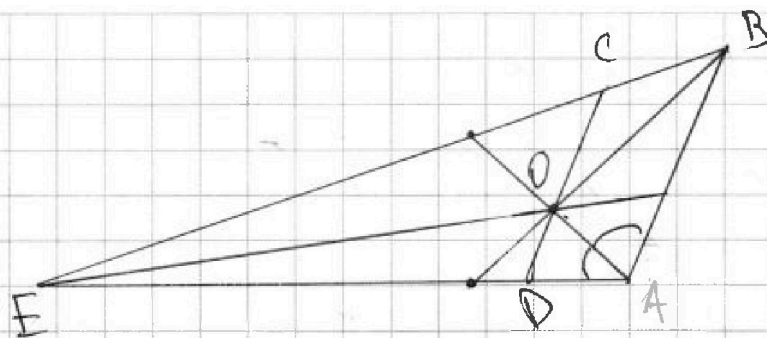


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. Т.к. ABCD - вписанный ~~в окружность~~ ~~то ABED - трапеция~~

~~то~~ AB и CD параллельны от $\angle AEB$

~~то~~ $\angle ECD = \angle EAB$
 $\angle EDC = \angle EBA$

~~то т.к. EO - диагональ $\triangle AEB$, EO - медиана $\triangle AEB$,
 $\angle OCE = \angle OEA$~~

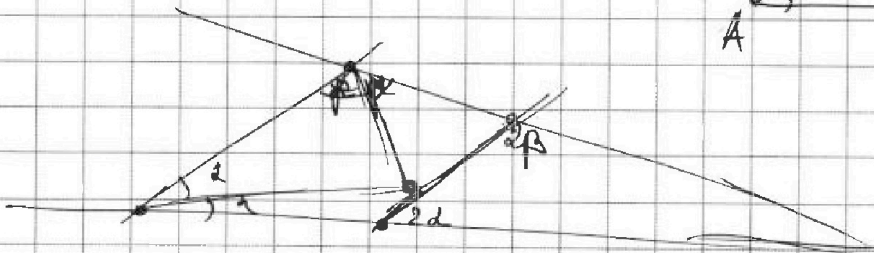
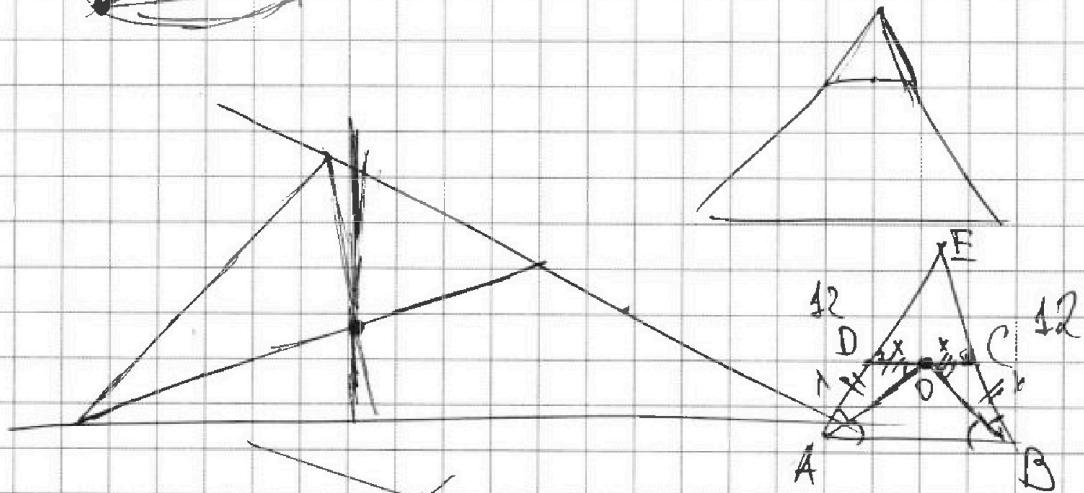
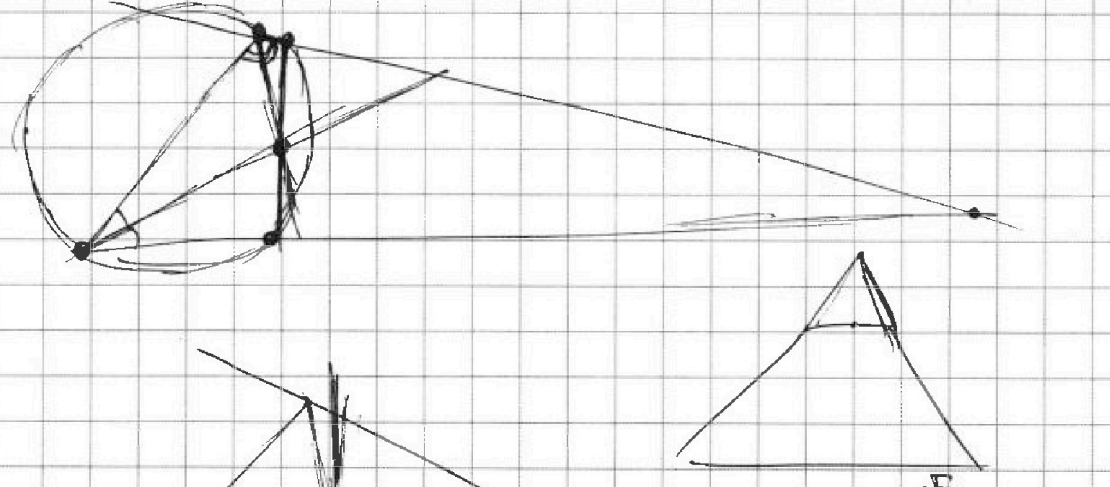
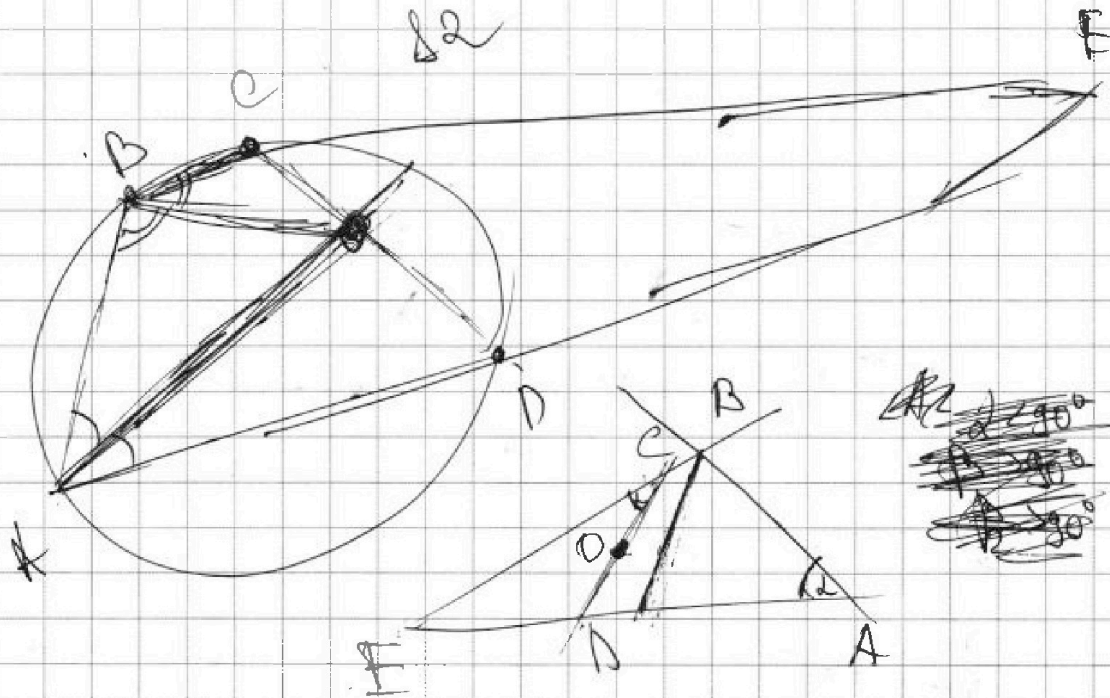


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



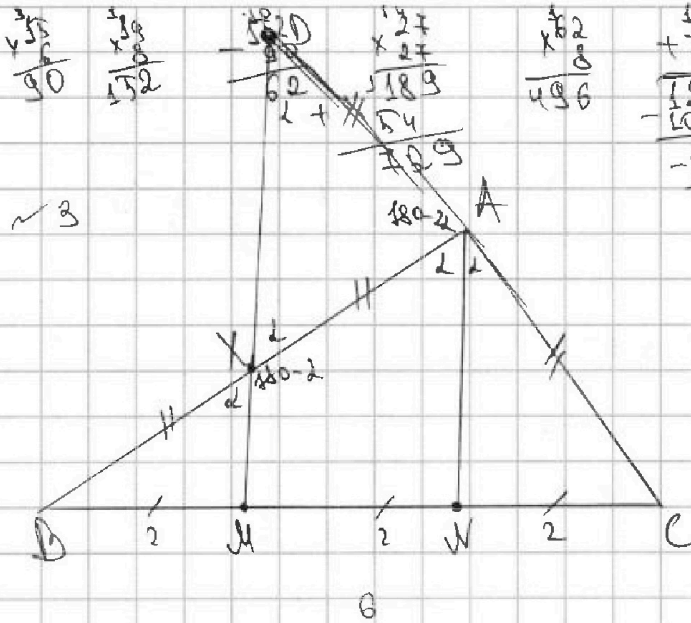


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

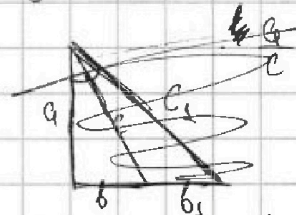
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AB = CD$$

$$\cos(2\angle CAN) = -\frac{3}{4}$$

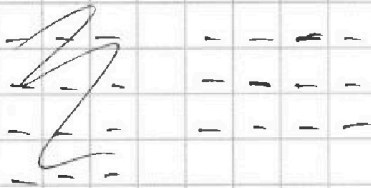


$$\begin{aligned} \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - 1 \\ -\frac{3}{4} &= \cos^2 \alpha - 1 \\ \cos^2 \alpha &= \frac{1}{4} \\ \cos \alpha &= \pm \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos 60^\circ &= \frac{1}{2} \\ \cos 30^\circ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 - 2 \cdot \cos^2 30^\circ &= 1 - \frac{2 \cdot 3}{4} \\ &= 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

и 4 пути к вершине по 3 пути к вершине

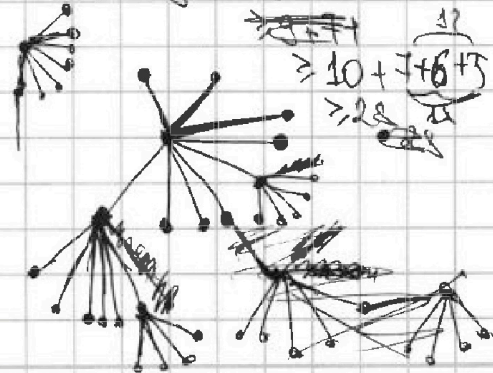
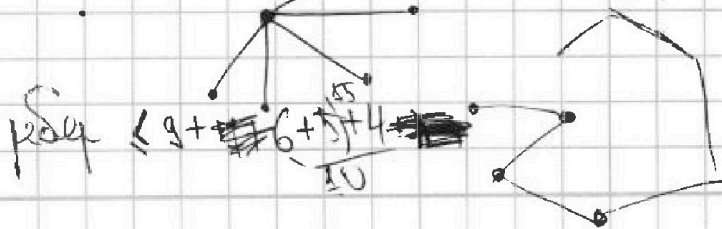
- 1 путь
- путь через две вершины
- путь через одну вершину и ребро



$$\begin{aligned} &4 \cdot C_{11}^2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot C_9^3 \cdot 2 \cdot C_6^3 = \\ &= 4! \cdot 3 \cdot C_{11}^2 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \end{aligned}$$

и 6

с) дерево



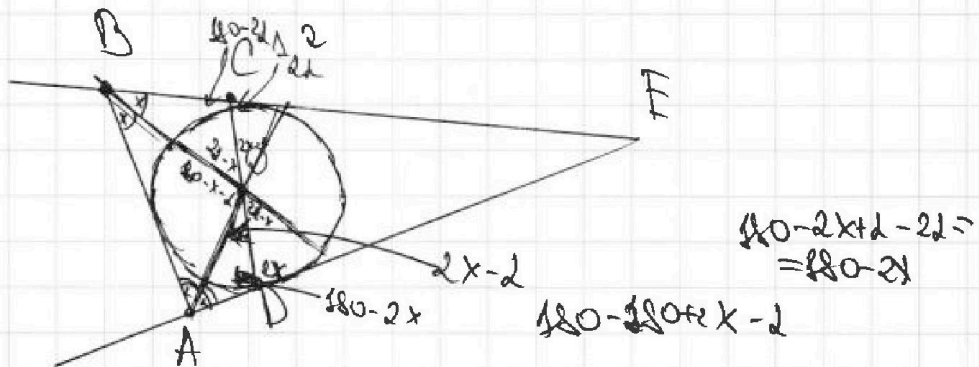
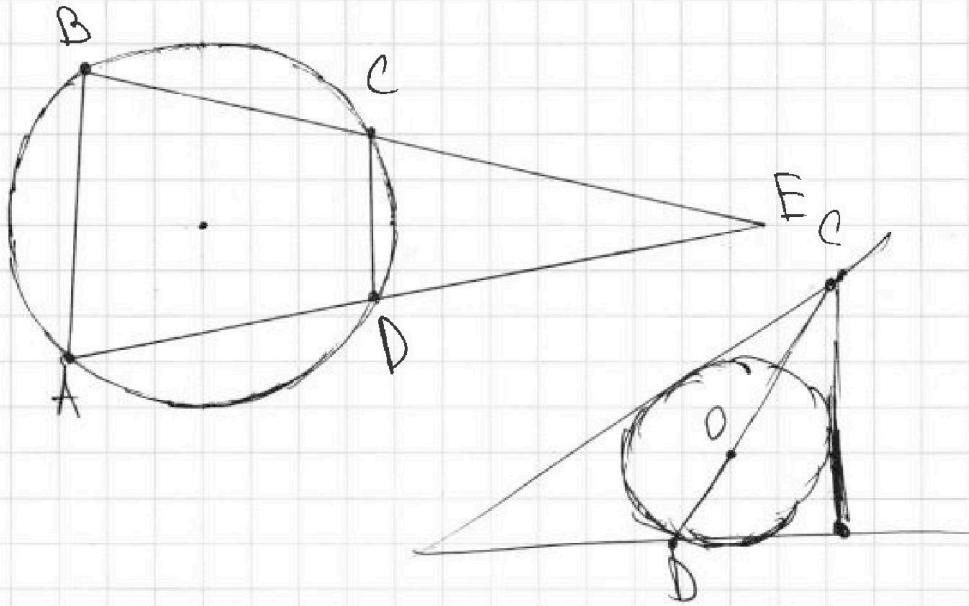


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$EC \cdot 12 = ED \cdot AF$$

$$12 = \frac{DE \cdot AF}{CE}$$

