



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12 - 12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть <sup>№1</sup>  $a_1, a_2, a_3$  - подряд идущие члены арифм. прогрессии.

Тогда по определению арифм. прогрессии:

$a_2 = a_1 + d$      $a_3 = a_1 + 2d$      $a_4 = a_1 + 3d$ , где  $a_1$  - первый член, а  $d$  - разность прогрессии.

Тогда:

$$\begin{cases} a_1 + d = 12 - 12x & (1) \\ a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2 & (2) \\ a_1 + 7d = -6x^2 & (3) \end{cases}$$

Из (2) и (1):  $(x^2 + 4x)^2 - (12 - 12x) = 2d$

Из (3) и (2):  $-6x^2 - (x^2 + 4x)^2 = 4d$  (4)

Тогда  $2(x^2 + 4x)^2 - 2(12 - 12x) = 4d$  (5)

Из (4) и (5) получаем:

$$2(x^2 + 4x)^2 - 2(12 - 12x) = -6x^2 - (x^2 + 4x)^2$$

$$2(x^4 + 8x^3 + 16x^2) + 24x - 24 = -6x^2 - (x^4 + 8x^3 + 16x^2)$$

$$2x^4 + 16x^3 + 32x^2 + 24x - 24 = -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

Заметим, что  $-2$  корень. Тогда по Б.Безу:

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4) = 0 \quad \text{Но } +2 \text{ корень } x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0, \text{ тогда}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+2)^2(x^2+4x-2)=0$$

$$\downarrow D=16+8=24$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2} = \pm\sqrt{6}-2$$

Тогда всего корней 3:  $-2; \sqrt{6}-2; -\sqrt{6}-2$ .

Тогда членами прогрессии являются:

$$1) a_2 = 12 - 12 \cdot (-2) = 36 \quad a_4 = 16 \quad a_8 = -24$$

$$2) a_2 = 12 - 12(\sqrt{6}-2) = 36 - 12\sqrt{6} \quad a_4 = 4 \quad a_8 = 24\sqrt{6} - 60$$

$$3) a_2 = 12 - 12(-\sqrt{6}-2) = 36 + 12\sqrt{6} \quad a_4 = 4 \quad a_8 = -24\sqrt{6} - 60$$

Они действительно являются членами прогрессии, значит эти  $x$  нам подходят.

ОТВЕТ:  $-2; \sqrt{6}-2; -\sqrt{6}-2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3}

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) =$$

$$A = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2)$$

Пусть  $B = 17p^2$ , тогда если  $B$  расписать на множители, то оно состоит из 3 простых множителей. <sup>ЕГ</sup>

Допустим, что среди чисел  $m$ ,  $n$  или  $m - 2n - 2$  есть простое, тогда если мы будем рассматривать на множители, то оно будет состоять уже из более чем трех простых чисел (может одинаковых).

Но при расписывании  $B$  чисел возникает только 3, тогда  $m$ ,  $n$  и  $m - 2n - 2$  — простые. Рассмотрим случаи, если тогда каждому простому числу будет соответствовать <sup>1 и 2) 17</sup>

1)  $m = 17$   $n = p$   $m - 2n - 2 = p$ , тогда

$$17 - 2p - 2 = p \quad 15 = 3p \quad p = 5$$

Но тогда  $A = (17 - 2 \cdot 5)(17 - 2 \cdot 5 + 13) = 7 \cdot 20 = 140$ , что

не представимо в виде  $17p^2$ , т.к.  $A \not\equiv 0 \pmod{17}$

2)  $m = p$   $n = 17$   $m - 2n - 2 = p$ , тогда  $p - 36 = p$   $\emptyset$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3)  $m = n \geq p$  ~~и~~  $m - 2n - 2 = 17$ , тогда ~~и~~  $-p = 17$ , но раз  $m, n \in \mathbb{N}$ , то  $p \in \mathbb{N}$ , значит таких  $p$  нет.

Раз  $B \neq 17p^2$ , то  $B = 15q^2$   $A = 17p^2$

Тогда  $(m - 2n)(m - 2n + 13) = 17p^2$

$$\begin{cases} mn(m - 2n - 2) = 15q^2 & (2) \end{cases}$$

Заметим, что  $m - 2n$  и  $m - 2n + 13$  разной четности (очевидно).

Тогда один из них четный, но тогда  $17p^2 : 2$ ,

а раз  $17 \nmid 2$ , то  $p^2 : 2$ . Т.к.  $p$  - простое, то ~~это~~

$p = 2$  (т.к. это единственное простое число  $: 2$ ).

Пусть  $m - 2n = x$ , тогда  $x(x + 13) = 17 \cdot 4$

$$x^2 + 13x - 68 = 0 \quad D = 169 + 68 \cdot 4 = 169 + 272 = 441 = 21^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-13 \pm 21}{2} \quad x_1 = 4 \quad x_2 = -17$$

I) Если  $x = -17$ , то  $m - 2n = -17$   $m = 2n - 17$ .

Тогда из (2) получаем:  $(2n - 17)n \cdot (-13) = 15q^2$

$$15q^2 = (17 - 2n) \cdot n \cdot 13 \quad \text{Т.к. } 15q^2 : 13, \text{ но } 15 \nmid 13, \text{ то}$$

$q^2 : 13$ , но раз  $q$  - простое, то  $q = 13$ . Тогда:

$$15 \cdot 13 \cdot 13 = (17 - 2n) \cdot n \cdot 13 \Leftrightarrow 17n - 2n^2 = 15 \cdot 13$$

$$2n^2 - 17n + 15 \cdot 13 = 0 \quad D = 289 - 8 \cdot 15 \cdot 13 < 0, \text{ то есть нет таких } n$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II) Если  $x=4$ , то  $m-2n=4$   $m=2n+4$ , ТОГДА

Уг (2) ПОЛУЧАЕМ:  $15q^2 = (2n+4)n \cdot 2 = 4(n+2)n$

ТОЕСТЬ  $15q^2 : 2$ , А РАЗ  $15/2$ , ТО  $q^2 : 2$ , ПО РА)

$q$  - ПРОСТОЕ, ТО  $q=2$ .

ЗНАЧИТ  $15 \cdot 4 = 4(n+2)n$   $\Leftrightarrow n^2 + 2n - 15 = 0$ .

$D = 4 + 60 = 64$   $n = \frac{-2 \pm 8}{2} = \pm 3 - 1$   $n_1 = 3$   $n_2 = -5$

Но так,  $n \in \mathbb{N}$ , то  $n=3$ .  $m = 2 \cdot 3 + 4 = 10$

ТОГДА  $A = 4 \cdot 4$  и  $B = 10 \cdot 3 \cdot 2 = 60 = 15 \cdot 2^2$ .

СЛЕДОВАТЕЛЬНО КРОМЕ ПАРЫ  $(10, 3)$  ДРУГИХ НЕТ.

ОТВЕТ:  $(10, 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $XM = 6x$ . По ТЕОРЕМЕ ФАЛЕСА АИЛИ ЗМЦАХ:

$$\frac{AZ}{XM} = \frac{ZC}{MC} \Rightarrow MC = \frac{ZC \cdot XM}{AZ} = \frac{12 \cdot 6x}{6} = 12x.$$

Но т.к.  $BM = MC$  (по условию), то  $BM = 12x$  и  $BX = BM - XM = 6x$

По свойству БИССЕКТРИСЫ:  $\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC}$

$$XC = XM + MC = 18x \quad \text{Тогда } AB = \frac{BX \cdot AC}{XC} = \frac{6x \cdot 18}{18x} = 6$$

Тогда по ТЕОРЕМЕ КОСИНУСОВ АИЛИ  $\Delta ABC$ :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC$$

$$BC^2 = 6^2 + 18^2 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 36 + 324 + 24 = 384$$

$$BC = \sqrt{384} = 8\sqrt{6}$$

ОТВЕТ:  $8\sqrt{6}$

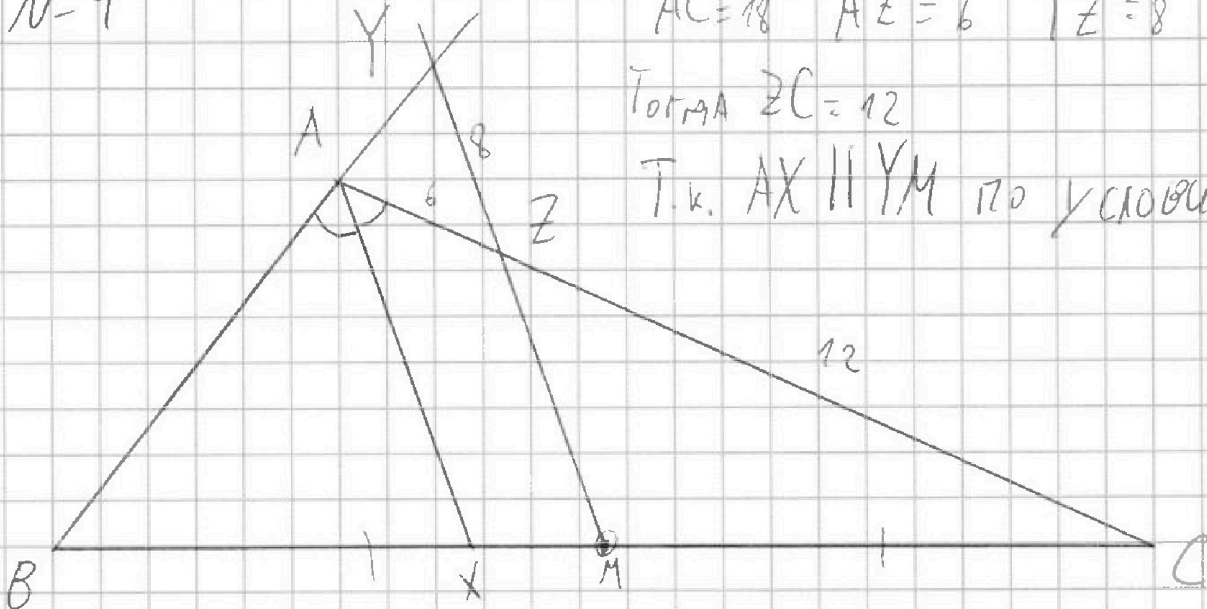


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4



$AC = 18$   $AZ = 6$   $YZ = 8$   
Тогда  $ZC = 12$   
Т.к.  $AX \parallel YM$  по условию,

то для секущей AY:  $\angle BAX = \angle BYM$

для секущей AZ:  $\angle XAC = \angle AZY$

~~по определению~~ По определению биссектрисы:

$$\angle BAX = \angle XAC \Rightarrow \angle BYM = \angle AZY$$

Пусть  $\angle BYM = \alpha$ , тогда  $\angle AZY = \angle BAX = \angle XAC = \alpha \Rightarrow$

$$\angle BAC = 2\alpha$$

$\triangle AYZ$  - равнобедренный т.к.  $\angle AYZ = \angle YZA$ .

Из определения следует:  $AY = AZ = 6$

Тогда по теореме косинусов для  $\triangle AYZ$ :

$$AY^2 = AZ^2 + YZ^2 - 2AZ \cdot YZ \cdot \cos \angle AZY$$

$$\cos \alpha = \frac{36 - 36 + 64}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$\text{ОДЗ: } 3 \geq x \geq 0$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{12-x-x^2} - 5 \quad (4)$$

$$12-x-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\text{из ОДЗ: } x \geq -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$$

$$2x > -1$$

$$x+4 > 3-x$$

$$\sqrt{x+4} > \sqrt{3-x} \quad \sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} > 0$$

Тогда из (4):  $2\sqrt{12-x-x^2} - 5 > 0$ , значит равносильно

$$\text{переходим: } (\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x})^2 = (2\sqrt{12-x-x^2} - 5)^2$$

$$x+4 + 3-x - 2\sqrt{x+4} \cdot \sqrt{3-x} = 4(12-x-x^2) - 20\sqrt{12-x-x^2} + 25$$

$$7 - 2\sqrt{12-x-x^2} = 4(12-x-x^2) - 20\sqrt{12-x-x^2} + 25$$

$$18\sqrt{12-x-x^2} - 4(12-x-x^2) - 18 = 0 \quad \text{Пусть } \sqrt{12-x-x^2} = t \geq 0,$$

$$\text{тогда } 12-x-x^2 = t^2 \text{ и}$$

$$18t - 4t^2 - 18 = 0$$

$$2t^2 - 9t + 9 = 0$$

$$D = 81 - 8 \cdot 9 = 9$$

$$t_{1,2} = \frac{9 \pm 3}{4} \quad t_1 = 3 \quad t_2 = 1,5$$

$$1) \text{ Если } t = 3, \text{ то } 12-x-x^2 = 9 \quad 3-x-x^2 = 0 \quad x^2+x-3 = 0 \quad D = 1+12 = 13$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}, \text{ но т.к. } x \geq 0, \text{ то } x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

ОДЗ:  $x \geq 0$

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 & (2) \end{cases}$$

Рассмотрим (2) отсюда:

$$2x^5 - 2y^5 + 4x^2 - 4y^2 + \sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y} = 0$$

$$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + \sqrt[4]{3}(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

Пусть  $\sqrt[4]{x} = a$  и  $\sqrt[4]{y} = b$ , тогда  $a, b \geq 0$  и

$$2(a^{20} - b^{20}) + 4(a^8 - b^8) + \sqrt[4]{3}(a - b) = 0$$

~~$$(a-b) \left( 2 \frac{a^{20} - b^{20}}{a-b} + 4 \frac{a^8 - b^8}{a-b} + \sqrt[4]{3} \right) = 0$$~~

Или  $a=b$  или  $a+b=0$ , т.е.  $a=b=0$

$$2 \frac{a^{20} - b^{20}}{a-b} + 4 \frac{a^8 - b^8}{a-b} + \sqrt[4]{3} = 0 \quad (3)$$

Но если  $a > b$ , то  $a^{20} > b^{20}$  и  $a-b > 0 \Rightarrow \frac{a^{20} - b^{20}}{a-b} > 0$

и  $\frac{a^8 - b^8}{a-b} > 0$

А если  $b > a$ , то  $a^{20} < b^{20}$  и  $a-b < 0 \Rightarrow \frac{a^{20} - b^{20}}{a-b} > 0$

и  $\frac{a^8 - b^8}{a-b} > 0$

и  $\sqrt[4]{3} > 0$ . Значит (3)  $> 0$ . Тогда  $a=b$ .

$\sqrt[4]{x} = \sqrt[4]{y} \Leftrightarrow x=y$  при  $x, y \geq 0$  (это верно по ОДЗ)

Тогда из (1):



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Если  $t = 1,5$ , то  $12 - x - x^2 = 1,5^2$   $12 - x - x^2 = 2,25$

$x^2 + x - 12 = -2,25$   $x^2 + x - 9,75 = 0$   $D = 1 + 4 \cdot 9,75 =$

$= 1 + 39 = 40$   $x_{3,4} = \frac{-1 \pm 2\sqrt{10}}{2}$ , но т.к.  $0 \leq x \leq 3,70$

$x = \sqrt{10} - 0,5$

значит изначальной системе удовлетворяют

решения  $(\sqrt{10} - 0,5; \sqrt{10} - 0,5)$  и  $(\frac{\sqrt{13} - 1}{2}; \frac{\sqrt{13} - 1}{2})$

и только они, т.к. ~~в~~ (2) удовлетворяют все

$x = y$ , а (1) т.к.  $x = y$  только эти два.

ОТВЕТ:  $(\sqrt{10} - 0,5; \sqrt{10} - 0,5)$ ,  $(\frac{\sqrt{13} - 1}{2}; \frac{\sqrt{13} - 1}{2})$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

I	II
IV	III

рис. 1

Представим каждый узел как клетку, тогда рассмотрим квадрат  $8 \times 8$ . Разобьём его на 4 равные части как показано на рис. 1. Назовём их I, II, III и IV сектора в соответствии с рисунком. Тогда если клетка находится в одной секторе, то при 1 повороте она обязательно переместится в следующий, а при 2 поворотах в противоположный (рассматривать большее кол-во поворотов не имеет смысла, т.к. они аналогичны 0, 1 и 2 поворотам).

Разделим все существующие раскраски на два вида: марные и немарные. Марные — это те, которые через 2 поворота переходят в себя. Немарные — это те, которые при <sup>1 или 2</sup> поворотах <sup>не</sup> переходят в себя. А тех, что переходят в себя через 1 поворот нет. Т.к. если такие есть, то 1-я точка переходит в другую, а 2-я в 1-ю, но такого не может быть

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поскольку каждая клетка переходит в соседний сектор и в одну сторону.

Пусть  $x$  - все существующие раскраски непарные,  $y$  - все существующие парные раскраски.

Примечание: раскраска - некоторая комбинация двух ~~белых~~ клеток. Но мы считаем все эти  $x$  и  $y$  различными. Тогда чтобы посчитать кол-во раскрасок, которые учитываются одинаковыми при поворотах, надо сложить  $\frac{x}{4}$  и  $\frac{y}{2}$ . Т.к. ~~тогда мы учтем~~ ~~каждую~~ каждой непарной раскраске будут соот. ставлены 3 другие, а парной (исходя из определения) только 1.

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{2} = \frac{x+y}{4} + \frac{y}{4}$$

$x+y$  - кол-во ~~раз~~ вообще всех раскрасок без учета поворотов. Чтобы их посчитать мы выбираем одну из 64 клеток, и вторую из 63, но с <sup>310</sup> меньш. кол-во, т.к.

2, т.к. каждой паре соответствует другая пара, но клетки поменять местами. То есть  $\frac{63 \cdot 64}{2} = 63 \cdot 32$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

А у можно посчитать так: из I и II секторов  
выбирается ~~каждая~~ клетка (их всего 32) и ей уже  
сопоставляется одно значо другая ~~каждой~~ симметричная

из определения марных раскрасок.

Тогда  $y=32$

$$\text{Значит } \frac{x}{4} + \frac{y}{2} = \frac{x+y}{4} + \frac{y}{4} = \frac{63 \cdot 32}{4} + \frac{32}{4} = 8(63+1) = 64 \cdot 8 =$$

$= 512.$

ОТВЕТ: 512

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$\begin{cases} 2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2 \\ 2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + \sqrt{3}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0 \end{cases}$$

$12-x-y^2 \geq 0$   
 $0 \leq y \leq 3$      $x \geq 0$   
 $x+y^2 \leq 12$

$$\sqrt{x} = a \quad \sqrt{y} = b$$

$$2(a^5 - b^5) + 4(a^2 - b^2) + \sqrt{3}(a - b) = 0$$

$$(a-b)(2(a^4 + a^2b + a^2b^2 + a^2b^3 + a^2b^4) + 4(a+b) + \sqrt{3}) = 0$$

1)  $x=y=0$      $x, y \in \mathbb{R}$

$$9 \frac{3}{4} = 36 + 3 = 39$$

$x=2$      $2 - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-y^2}$

1)  $x=0$

$$2 - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-y^2}$$

$$7 - \sqrt{3-y} = 2\sqrt{12-y^2}$$

$$49 - 14\sqrt{3-y} + 3-y = 48 - 4y^2$$

$$4y^2 - y + 4 = 14\sqrt{3-y}$$

$$y=1 \quad \sqrt{4+4} = 14 \cdot 2$$

$$y=2 \quad 16 - 2 + 4 = 14$$

$$16y^4 + y^2 + 16 - 8y^3 - 8y + 32y^2 =$$

$$= 196 \cdot 3 - 196y$$

$$16y^4 - 8y^3 + 33y^2 + 188y - 196 \cdot 3 = 0$$

$$(a-b)(2(a^4 + a^2b + a^2b^2 + a^2b^3 + a^2b^4) + 4(a+b) + \sqrt{3}) = 0$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$\sqrt{x+4} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} + \sqrt{3-x}$$

$a=b$   
 $(x+4)(3-x)$   
 $3x - x^2 + 12 - 4x$   
 $12 - x - x^2$   
 $x+4 \geq 3-x$   
 $2x \geq -1$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{12-x-x^2} - 5$$

$$x+4 + 20x - 2\sqrt{12-x-x^2} = 4(12-x-x^2) - 10\sqrt{12-x-x^2} + 25$$

$$8\sqrt{12-x-x^2} = \frac{-1 + 2\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10} - 0,5$$

$(3,5)^2 = 3^2 + 3 + 0,25$   
 $3,5 > \sqrt{10}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_1 = 12 - 12x$   
 $a_4 = (x^2 - 4x)^2$   
 $a_8 = -6x^2$

$a_2 = a_1 + d$   
 $a_4 = a_1 + 3d$   
 $a_8 = a_1 + 7d$

$a_1 + d = 12 - 12x$   
 $a_4 + 3d$

$2d = (x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x$   
 $4d = -6x^2 - (x^2 - 4x)^2$   
 $2d = x^4 + 8x^3 - 16x^2 - 12 + 12x$   
 $4d = -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2$   
 $4d = 2x^4 + 16x^3 + 32x^2 - 24 + 24x$

$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4) = 0$   
 $4-8$

$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 \mid x+2$   
 $x^3 + 2x^2$   
 $4x^2 + 6x$   
 $4x^2 + 8x$   
 $-2x - 4$

$(x+2)^2(x^2 + 4x - 2) = 0$   
 $4(+)=24$   
 $\frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$

$(x-2)(x^3 + 10x^2 + 38x - 8) = 0$   
 $416 + 8 \cdot 8 = 184$   
 $16 - 8 \cdot 8 + 18 \cdot 4 - 8 \cdot 2 + 8$   
 $8(2 - 8 + 9 - 2 + 1)$

$x^3 + 8x^2 + 18x^2 + 8x - 8$   
 $x^3 + 10x^2$

$x^3 + 8x^2 + 18x^2 + 8x - 8 \mid x-2$   
 $x^3 + 10x^2$   
 $10x^2 + 18x^2$   
 $10x^2 - 20x^2$   
 $38x^2 + 8x$

$(x+2)(x^3 - 6x^2 + 12x - 4)$   
 $x^3 - 6x^2 + 12x - 4 \mid x+2$   
 $x^3 + 2x^2$   
 $-6x^2 + 12x^2$   
 $-6x^2 + 18x^2$   
 $-6x^2 + 8x$   
 $6x^2 + 12x$   
 $-4x - 8$

$d = \frac{32 + 12\sqrt{6}}{2} = 16 + 6\sqrt{6}$   
 $4 - 4(16)$

1)  $a_2) 36$   
 $a_4) 16$   $d = 10$   $16 - 4d = 40 - 4d$   
 $a_8) -24$

2)  $a_1) 12 - 2\sqrt{6} + 24 = 36 - 2\sqrt{6}$   $x = \sqrt{6} - 2$   
 $a_4) 4$   
 $a_8) 24\sqrt{6} - 60$   $x^2 = 6 - 4\sqrt{6} + 4 = 10 - 4\sqrt{6}$   
 $4x = 4\sqrt{6} - 8$   
 $d = \frac{32 - 32 + 12\sqrt{6}}{2} = 6\sqrt{6} - 16$   
 $-6(10 - 4\sqrt{6}) = 24\sqrt{6} - 60$   
 $a_4) x^2 = 6 + 4\sqrt{6} - 4 = 10 + 4\sqrt{6}$   
 $4x = -4\sqrt{6} - 8$   
 $a_8) =$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

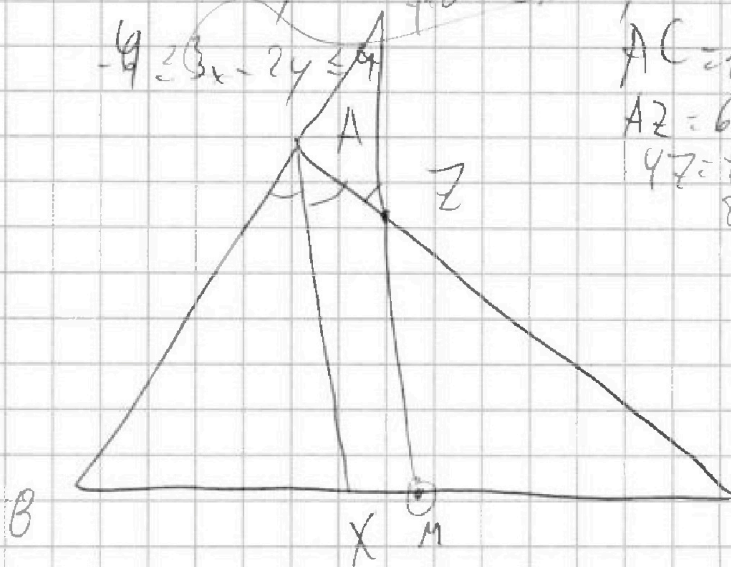
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|2x - 3y| \leq 6$$

$$|3x - 2y| \leq 4$$

$$-6 \leq 2x - 3y \leq 6 \quad 4 \leq 5x - 5y \leq 10$$

$$-4 \leq 3x - 2y \leq 4$$



$$|a| \leq b \Leftrightarrow -b \leq a \leq b$$

$$a \leq b$$

$$\begin{array}{r} + 18^2 \\ 72 \\ + 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$192 \cdot 2$$

$$96$$

$$256 \cdot 3$$

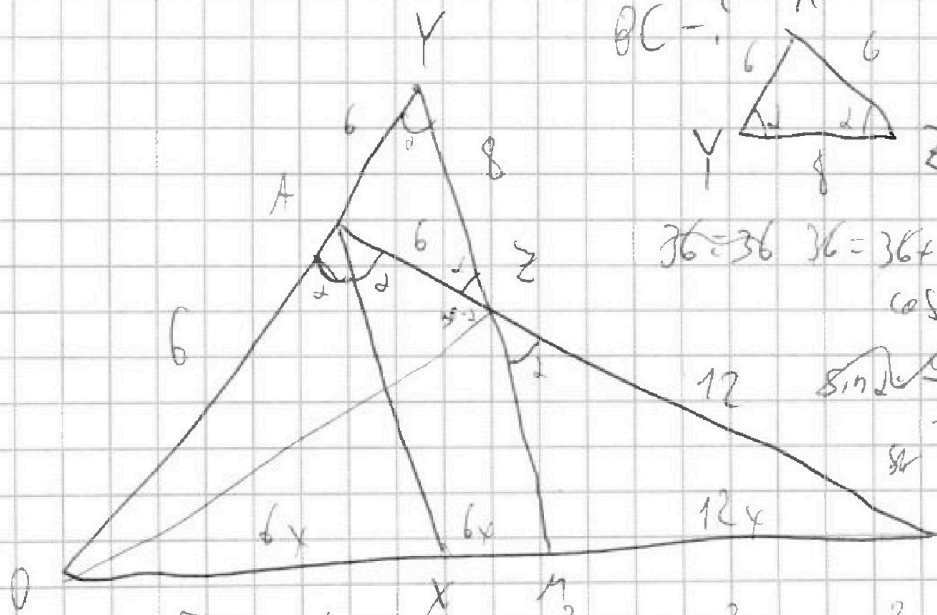
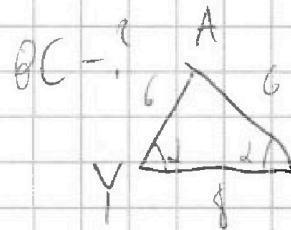
$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

$$\sqrt{384} = 2\sqrt{96} = 4\sqrt{24}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 6 \\ \hline 384 \end{array}$$



$$36 = 36 \quad 36 = 36 + 6^2 - 12 \cdot 6 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{35}}{6}$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cdot \frac{1}{6} - 1 = -\frac{2}{3}$$

$$\frac{8}{3} - 1$$

$$\frac{1}{3}$$

$$BC = \sqrt{384} = 2\sqrt{96} = 4\sqrt{24}$$

$$BC^2 = 36 + 18^2 + 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \frac{1}{6}$$

$$= 4\sqrt{48} \cdot 8\sqrt{12} = 36(1+9) = 60+18 = 384$$

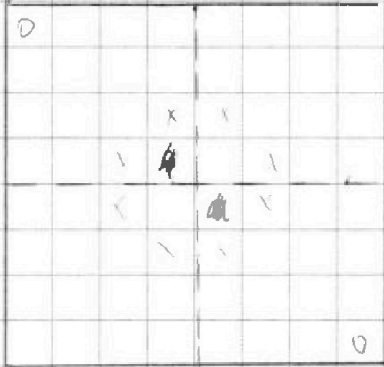


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{b}{4} + \frac{c}{2} = \frac{b+c}{4} = \frac{c}{4}$$

$$\frac{64 \cdot 63}{4 \cdot 2} = \frac{16+16}{4}$$

$$\frac{8 \cdot 63 + 4 \cdot 4}{64 \cdot 8} = \frac{232}{441}$$

$$m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$$

$$\frac{64}{8} = 8$$

$$m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2)$$

$$15q^2 = 5 \cdot 3q^2$$

$$B: m \quad B: n \quad B: (m - 2n - 2)$$

$$1) \quad m = 17, n = 5, m - 2n - 2 = 0$$

$$289 = 4 \cdot$$

$$m=17 \quad n=5$$

$$(m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = 15q^2$$

$$15 - 2n = p, \quad 15 - 2p = p, \quad p = 5, \quad n = 5$$

$$49 + 13 \cdot 7 = 7 \cdot 20 = 140$$

$$2) \quad n = 17, m = p$$

$$mn(m - 2n - 2) = 15q^2$$

$$3) \quad m = n = p, \quad m - 2n - 2 = 17, \quad -p = 19$$

$$(m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = 17p^2$$

$$p=2, \quad m-2n+13=1, \quad n-2n=1, \quad n-2n+1=1, \quad m-2n=1$$

$$mn(m - 2n - 2) = 15q^2$$

$$(m - 2n)(m - 2n + 13) = 17p^2 = 17 \cdot 4$$

$$17 \cdot (1, 17, 4)$$

$$mn(m - 2n - 2) = 15q^2$$

$$m = 2n - 13, \quad m = 2n - 17$$

$$m - 2n = x, \quad -13 \pm 21, \quad x = 4, \quad x = -17$$

$$x(x+13) = 17 \cdot 4, \quad x^2 + 13x - 17 \cdot 4 = 0, \quad 169 + 16 \cdot 17 = 21^2, \quad 232$$

$$\frac{15}{120}$$

$$\frac{120}{19}, \quad \frac{120}{19}, \quad \frac{12}{1280}, \quad \frac{12}{1280}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$AB = 6$   
 $AN = 5$

$64 - 63$   
 $4 \cdot 2$

$16 + 16 = 32$

$16 \cdot$

$\frac{64 - 63}{4 \cdot 2} + 16 =$

$\frac{64 - 63}{4} + \frac{64}{4} = \frac{64 - 63 + 64}{4} = \frac{125}{4}$