



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен  $6x + 18$ , седьмой член равен  $(x^2 - 4x)^2$ , а одиннадцатый равен  $(-3x^2)$ . Найдите  $x$ .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $14x + 7y$  при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$  и  $B = m^2n - mn^2 + 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $3q^2$ , где  $p$  и  $q$  - простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 12$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[3]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[3]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $9 \times 9$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 26$ ,  $AN = 20$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

из этого можно сделать вывод, что

$$2((x^2 - 4x)^2 - 6x - 18) = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2, \text{ т.к. сумма}$$

разностей арифм. прогрессии, то  $(x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = 2d$ ,  
 $-3x^2 - (x^2 - 4x)^2 = 4d$

$$2(x^2 - 4x)^2 - 12x - 36 = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2$$

$$3(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$(x^2 - 4x)^2 + x^2 - 4x - \frac{12}{3} = 0$$

$$t = x^2 - 4x$$

$$t^2 + t - 12 = 0$$

по теореме Виета

$$\begin{cases} t = -4 \\ t = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4x = -4 \\ x^2 - 4x = 3 \end{cases} \begin{cases} x^2 - 4x + 4 = 0 \\ x^2 - 4x - 3 = 0 \end{cases}$$

~~решения~~

$$x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

~~решения~~

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 12}}{2}$$

$$(x - 2)^2 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{7}}{2}$$

$$x = 2$$

Ответ:  $x \in \{2 + \sqrt{7}, 2 - \sqrt{7}, 2\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (4x - 3y) \in [-6; 6] \\ (3x - 4y) \in [-8; 8] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (12x - 9y) \in [-18; 18] \\ (12x - 16y) \in [-32; 32] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (46x - 12y) \in [-24; 24] \\ (9x - 12y) \in [-24; 24] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7y \in [-50; 50] \\ 7x \in [-48; 48] \end{cases} \Rightarrow (14x + 7y) \in [-146; 146]$$

Ответ: -146, достигается при  $x = -\frac{48}{7}$ ,  $y = -\frac{50}{7}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\mathbb{P}$  - мн-во простых чисел. ~~большая~~

$$B = m^3 - mn^2 + 3mn = \frac{1}{2} mn (m-n+3)$$

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n+3)(m-n)$$

если  $A = 13p^2$ , то ~~каким~~  
~~образом~~

$$\begin{cases} m-n+3 = 13(m-n) \Rightarrow m-n \notin \mathbb{Z} \\ m-n = 13(m-n+3) \Rightarrow m-n \notin \mathbb{Z} \\ m-n = 13; m-n+3 \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \\ m-n+3 = 13, m-n = p^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-n = 13 \\ m-n+3 = p^2 \end{cases}$$

$$\sqrt{22} \notin \mathbb{P}$$

если  $m-n = 13$ , то  $m-n+3 = 12$ ; ~~не простое~~

если  $m-n+3 = 13$ , то  $m-n = 10$ ;  $2 \in \mathbb{P}$

проблема, что при  $m-n = 2 \nexists m, n \in \mathbb{N}: B = 3q^2$

$$\begin{cases} B = 5mn \\ m-n = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = 5n(n+2) \\ B: 3 \text{ делится} \end{cases}, \text{ т.к. } 5 \in \mathbb{P}, \text{ то } \begin{cases} n=5 \\ n+2=5 \Rightarrow \\ \dots \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n=5 \\ n=3 \end{cases} \text{ при } n=5 \quad B/3$$

$$\text{при } n=3 \quad B = 425 = 3 \cdot 5^2, \text{ т.к. как по условию } (5, 3)$$

если  $A = 3q^2$ , то аналогично ~~каким~~  
~~образом~~  $\begin{cases} m-n=3 \\ m-n+3=3 \end{cases}$

при если  $m-n = 3$ , то  $m-n+3 = 12$ ;  $\sqrt{12} \notin \mathbb{P}$

если  $m-n+3 = 3$ , то  $m-n = -6$ ;  $\sqrt{-6} \notin \mathbb{P}$

Ответ: (5, 3)



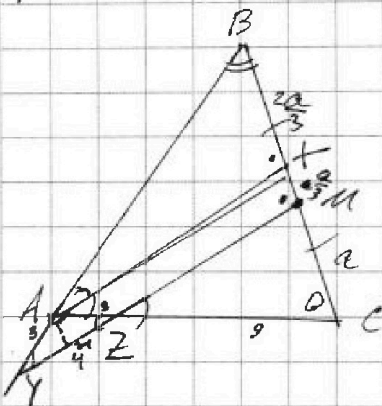
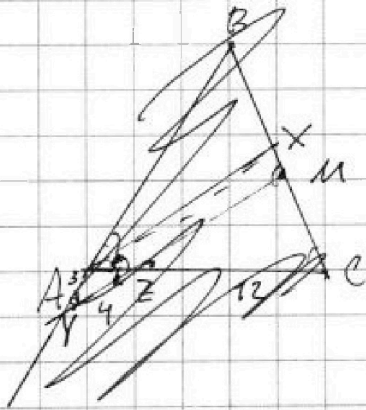


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Реш. Пусть  $\angle XAC = \alpha$ .

так как  $MY \parallel XA \Rightarrow \angle XAC = \angle MZC$   
 $\angle BAX = \angle BYM$

также  $\angle MZC = \angle AZY$  (вертикальные)

Реш. По условию:  $\angle BAX = \angle XAC = \alpha$ , тогда

$\angle XAC = \angle MZC = \angle BAX = \angle BYM = \alpha$ , тогда

$\triangle YAZ$  равнобедрен, тогда  $AY = AZ = 3$

По условию  $\cos \alpha = \frac{2}{3}$

проведем высоту  $AH$  в  $\triangle AYZ$ , тогда  $HZ = 2$

тогда  $\cos \alpha = \frac{HZ}{AZ} = \frac{2}{3}$  ~~по условию  $\cos \alpha = \frac{2}{3}$~~

так как  $AX \parallel ZM$ :  $\frac{CZ}{AC} = \frac{CM}{XC} \Rightarrow \frac{CM}{XC} = \frac{3}{4} \frac{AC - AB}{AC} = \frac{3}{4}$

$XM \parallel ZM \Rightarrow XM = \frac{1}{3} CM \Rightarrow \frac{BX}{CX} = \frac{CM - XM}{CM + XM} = \frac{1}{2}$ , тогда

по условию  $\frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = 24$

тогда  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cos \alpha \cdot AB \cdot AC = 576 + 144 - 576 \cdot (\frac{2}{3} - 1) =$

$= 576 + 144 - 576 \cdot (\frac{2}{3} - 1) = 576 + 144 + 64 = 784$

$BC = \sqrt{784} = 28$

Ответ: 28



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \\ 4x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 + y - 5\sqrt{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \\ 4x^4 + 5\sqrt{x} + x = 4y^4 + 5\sqrt{y} + y \end{cases}$$

$f(t) = 4t^{16} + 5t + t^4$  — определена только для  $t \in \mathbb{R}_+$  и есть взаимно однозначная соответствия  $t \leftrightarrow f(t)$

Рассм.  $f(t) = 4t^{16} + 5t + t^4$

Выводим, что при  $t \in \mathbb{R}_+$   $f(t)$  — возрастающая

функция на интервале  $(0; +\infty)$   $f(t)$  не имеет корней и строго возрастает

$4t^{16}$  при увеличении  $t$  на  $[0; +\infty)$  строго возрастает

$5t$  и  $t^4$ , тогда знаем на  $[0; +\infty)$   $f(t)$

строго возрастает, знаем есть взаимно однозначное

соответствие значений и аргумента, тогда

или  $f(\sqrt[16]{x}) = f(\sqrt[16]{y})$ , то  $x=y$ , тогда

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \quad x \geq 0$$

и  $\sqrt{x+6}$   $\sqrt{5-y}$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{x+6}\sqrt{5-x}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{x+6}\sqrt{5-x} - 5$$

$$\sqrt{x+6} + 5 - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{x+6}\sqrt{5-x}$$

или на стороне  $\rightarrow$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x+6-2\sqrt{x+6}\sqrt{5-x}+5-x = 4(x+6)(5-x) - 20\sqrt{6+x}\sqrt{5-x} + 25$$

$$4(x+6)(5-x) - 16\sqrt{x+6}\sqrt{5-x} + 14 = 0$$

$$t = \sqrt{x+6}\sqrt{5-x}, t \geq 0$$

$$4t^2 - 16t + 14 = 0$$

$$2t^2 - 8t + 7 = 0$$

по теореме Виета

$$\begin{cases} t=1 \\ t=\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{(x+6)(5-x)} = 1, x \in [-6; 5] \\ \sqrt{(x+6)(5-x)} = \frac{7}{2}, x \in [-6; 5] \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30-x-x^2 = 1 \\ 30-x-x^2 = \frac{49}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+x-29=0 \\ x^2+x-\frac{71}{4}=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+x-29=0 \\ x^2+x-\frac{71}{4}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+29}}{2} \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+\frac{71}{4}}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{1+29}}{2} > \frac{-1 + \sqrt{29}}{2} > 14,75 \\ x = \frac{-1 - \sqrt{1+29}}{2} < \frac{-1 - \sqrt{29}}{2} < -15,6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{72}}{2} > 7,075 \\ x = \frac{-1 + \sqrt{22}}{2} < \frac{-1 + \sqrt{24}}{2} = -5 \end{cases}$$

Итого:  $x \in \emptyset$ , но  $\frac{-1 - \sqrt{72}}{2}$  не абс. корнем

Ответ:  $\left( \frac{-1 + \sqrt{72}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{72}}{2} \right)$



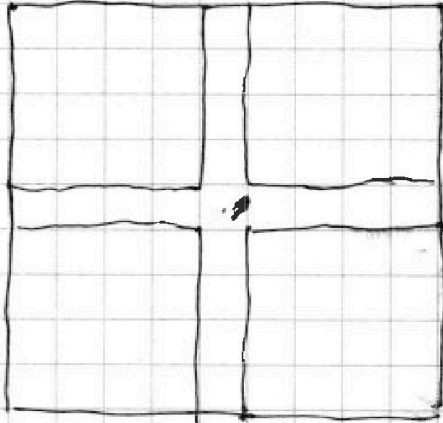


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Разобьем квадрат так, как на рисунке. Тогда нам нужно найти кол-во способов покрасить два узла в двух соседних, в одном и в не граничащих квадратах ~~и всего~~

$$C_{4,4}^2 + 8C_{4,4}^1 \cdot C_{4,4}^1 + \cancel{C_{4,4}^1 \cdot C_{4,4}^1} + C_{4,4}^1 \cdot C_{4,4}^1 = 2 \cdot 16 + \frac{15 \cdot 16}{2} =$$
$$= \cancel{(4+15)} \cdot 8 = 152$$

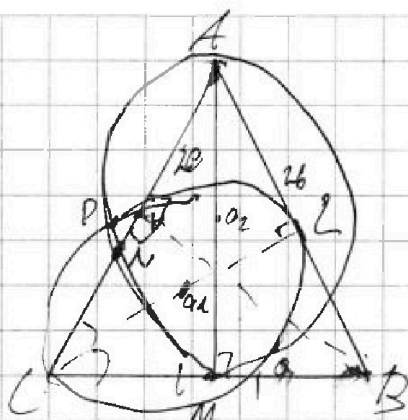


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$O_1$  и  $O_2$  - центры <sup>кругов</sup> касания  $\omega$  и  $\Omega$

тогда  $O_1L \perp AB$   
 $O_2M \perp CB$  (радиусы к касательным)

тогда  $CL$  - высота и биссектриса  
 $AM$  - медиана и высота  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ABC$  равнобедренный  $\Rightarrow AB = AC = BC = 26$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

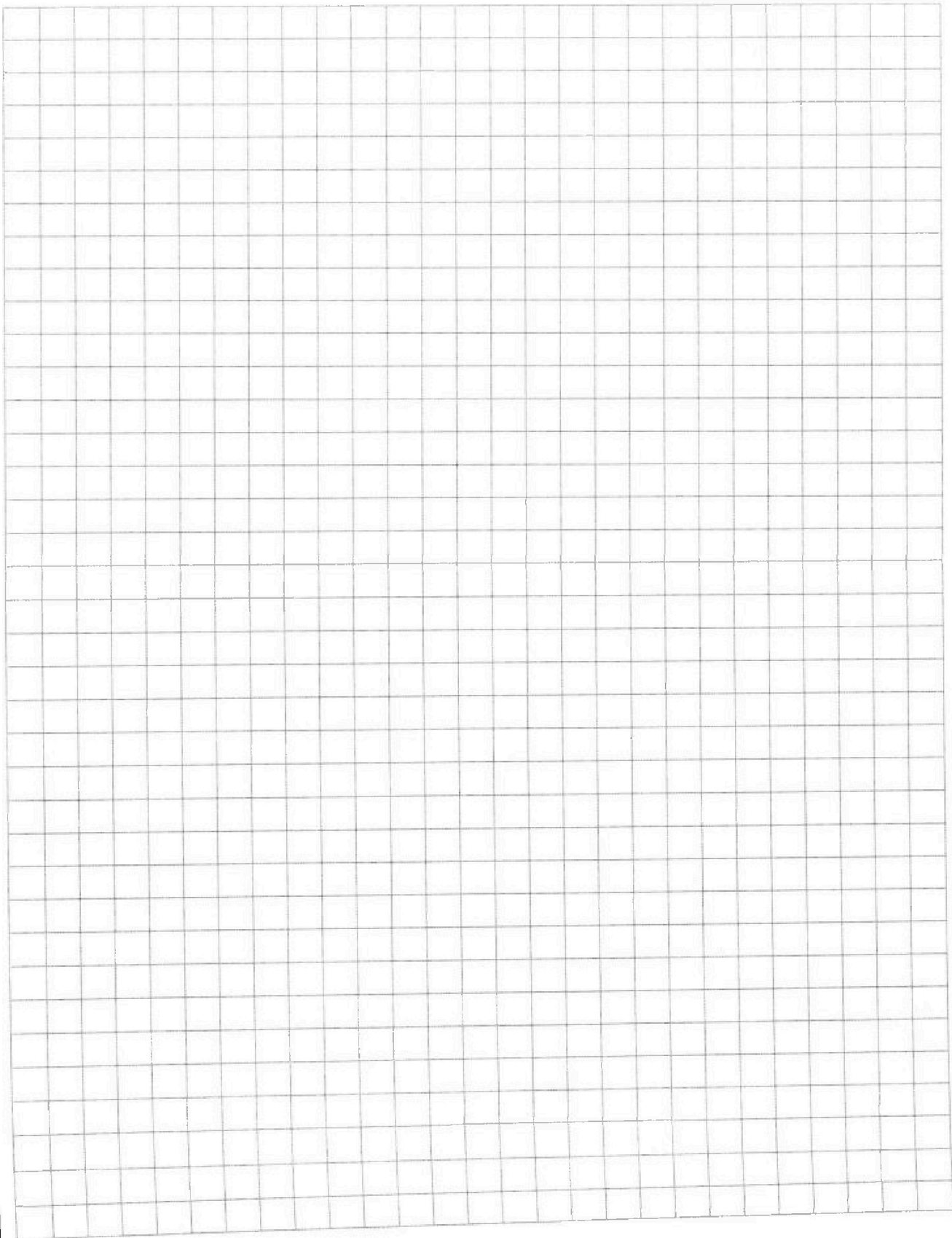
5

6

7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4a^{16} + a^4 + 5a = 4a^{16} + a^4 + 5a \quad 3+4+4+4+5+5 = \underline{\underline{25}}$$

~~$4a^{16} + a^4 + 5a$~~

$$a(4a^{15} + a^3 + 5a)$$

$$a = -1$$

$$a(a+1)$$

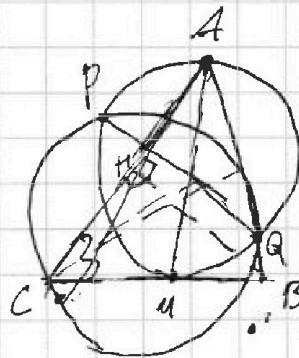
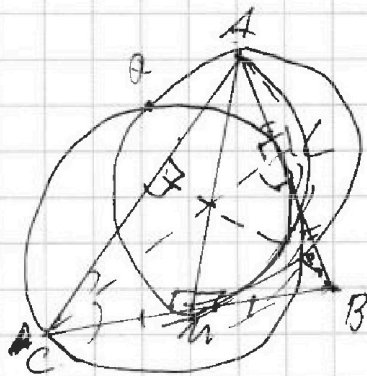
$$4a^{15} + a^3 + 5 \mid a+1$$

$$4a^{14} + 4a^{13} + 4a^{12} + \dots + 4a^5 + 5a^2 - 5a + 5$$

~~$a = 0$~~

$$a = -1$$

17





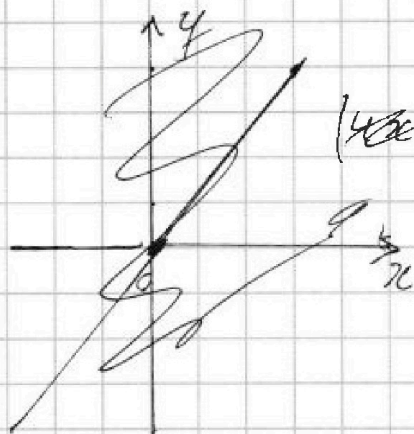
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|4x - 3y| \leq 6 \text{ для } 4x - 3y \leq 6 \text{ и } 4x - 3y \geq 0$$



$$4x - 3y \leq 6$$

$$\begin{cases} 4x - 3y - 6 \leq 0 \\ 4x - 3y \geq 0 \end{cases}$$

$$4x - 3y \in [0, 6] \cup$$

$$4 \cdot 4x - 3y \in [-6, 6]$$

$$3 \cdot 3x - 4y \in [-9, 9]$$

$$7x \in [-24, 24] \text{ и } 7y \in [-24, 24]$$

$$12x - 9y \in [-18, 18] \text{ и } x \in [-\frac{24}{7}, \frac{24}{7}]$$

$$3x - 4y \in [-9, 9] \text{ и } x \in [-\frac{48}{7}, \frac{48}{7}]$$

$$12x - 16y \in [-32, 32] \text{ и } 7y \in [-50, 50]$$

$$7y \in$$

$$7y \in [-50, 50]$$

$$14x = -96$$

$$7y = -50$$

$$4 \cdot (-\frac{48}{7}) - 3 \cdot (-\frac{50}{7}) = -146$$

$$\frac{1}{7} (-48 \cdot 4 + 150) = \frac{1}{7}$$

$$100 + 192$$

$$|3x - 4y| = \left| \frac{1}{7} (-144 + 150) \right|$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 \quad | \quad x^2 - 4x - 3 \\ - (x^4 - 4x^3 - 3x^2) \\ \hline -4x^3 + 20x^2 - 4x - 12 \\ - (4x^3 + 16x^2 + 12x) \\ \hline -36x^2 - 16x - 12 \\ - (36x^2 + 36x + 12) \\ \hline 4x^2 - 16x - 12 \end{array}$$

$$(x-1)(x-3)(x^2-4x-3)=0$$

$$t(t+1) = 12$$

$$t^2 + t - 12 = 0$$

$$\left[ \begin{array}{l} t = -4 \\ t = 3 \end{array} \right] \Rightarrow \begin{array}{l} x^2 - 4x = -4 \\ x^2 - 4x = 3 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2$$

~~$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18 = -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2$$~~

~~$$2(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 - 6x - 18 = 0 \quad 36 \cdot 64 =$$~~

~~$$(x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = x(-3x^2 - 6x - 18)$$~~

~~$$x(x^2 - 4x)^2 = 6x^2 - 6x - 18$$~~

~~$$x(-6x^2 - 6x - 18) - 6x - 18 + 3x^2 - 6x - 18 = 0 \quad 7x^2 =$$~~

~~$$-12x^2 - 12x - 36 + 3x^2 - 6x - 18 = 0 \quad 4970 + 71 = 5041$$~~

~~$$-9x^2 - 18x - 54 = 0$$~~

~~$$x^2 + 2x + 6 = 0$$~~

~~$$-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{5057}{64}}$$~~

~~$$x(x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = x(-3x^2 - 6x - 18)$$~~

~~$$x^4 - 8x^3 - 6x^2 - 18x - 18 = -6x^2 - 6x - 18$$~~

~~$$-6x^2 - 12x - 36 - 6x^2 - 6x - 18 + 3x^2 = 0$$~~

~~$$-9x^2 - 18x - 54 = 0$$~~

~~$$x^2 + 2x + 6 = 0$$~~

~~$$-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{5057}{64}} \leftarrow -6$$~~

~~$$6(x^2 - 4x)^2 - 12x - 36 = 2(x^2 - 4x)^2 - 3x^2$$~~

~~$$2(x^2 - 4x)^2 - 12x - 36 = (x^2 - 4x)^2 - 3x^2$$~~

~~$$3(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 - 12x - 36 = 0$$~~

~~$$(x^2 - 4x)^2 + x^2 - 4x - 12 = 0$$~~

~~$$(x^2 - 4x)(x^2 - 4x + 1) - 12 = 0$$~~

~~$$x^2 - 4x = 3$$~~

~~$$x^2 - 4x - 3 = 0$$~~

~~$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 12}}{2} = 2 \pm \sqrt{7}$$~~

~~$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 4x - 12 = 0$$~~

~~$$x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 4x - 12 = 0$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = 0 \quad (1)$$

$$-3x^2 - (x^2 - 4x)^2 = 0 \quad (2)$$

- 0 → 0
- 1 → 1
- 2 → 4
- 3 → 9
- 4 → 3
- 5 → 12
- 6 → 10
- 7 → 10
- 8 → 12
- 9 → 3

- 10 → 9
- 11 → 4
- 12 → 1

$$-3x^2 - 6x - 18 = 0$$

$$2(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 + 6x - 18 = 0$$

$$-3x^2(x^2 - 4x)^2 = -3x^2 - 6x - 18$$

$$-6x^2(x^2 - 4x)^2 = -3x^2 - 6x - 18$$

$$2(x^2 - 4x)^2 - 12x - 36 = -3x^2 - 6x - 18$$

$$2(x^2 - 4x - 3)(x^2 - 4x + 3) + 3x^2 - 6x = 0$$

$$4(x^2 - 4x - 3)(x + 1)(x + 3) + 3x^2 - 6x = 0$$

$$4(x^4 - 6x^3 + 16x^2) + 3x^2 - 6x = 0$$

$$4x^4 - 24x^3 + 64x^2 + 3x^2 - 6x = 0$$

$$2x^4 \dots - 18 = 0$$

$$x^4 \dots - 9 = 0$$

$$\left(\frac{x}{2} - 2\right)^2 =$$

$$x = \pm 1 \quad x = \pm 3$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn$$

$$A = (m-n+9)(m-n)$$

$$B = mn(m-n+3)$$

$$p^2 = A + 4B, \text{ если } A \neq B$$

$$p^2 = B - 4A, \text{ если } B \neq A$$

$$(m-n+9)(m-n) + 4mn(m-n+3) = p^2$$

$$(m-n+9)(m-n) + 4mn(m-n+3) = p^2$$

$$(m-n+9)(m-n) + 4mn(m-n+3) = p^2$$

$$A = 13p^2, \text{ если}$$

$$m-n : 13$$

$$m \equiv n \pmod{13} \Rightarrow m-n+9 \equiv 9 \pmod{13}$$

$$\text{или } m-n+9 : 13$$

$$m \equiv n+4 \pmod{13} \Rightarrow m-n+3 \equiv 3 \pmod{13}$$

$$B = 3q^2, \text{ если}$$

$$m-n+3 : 3, \text{ т.е. } m \equiv n \pmod{3} \Rightarrow m-n+9 \equiv 9 \pmod{3}$$

$$m : 3, \text{ т.е. } m \equiv 0 \pmod{3}$$

$$n : 3, \text{ т.е. } n \equiv 0 \pmod{3}$$

$$\text{если } A = 13p^2, \text{ то}$$

$$p^2 \equiv 9 \pmod{13} \Rightarrow p \equiv 3 \pmod{13}$$

$$p^2 \equiv 4 \pmod{13} \Rightarrow p \equiv 2 \pmod{13}$$

$$p \equiv 4 \pmod{13}$$

$$\text{если } B = 3q^2, \text{ то}$$

$$n(3-n) \equiv q^2 \pmod{3}, \text{ т.е. } -n^2 \equiv q^2 \pmod{3}$$

$$m(3-m) \equiv q^2 \pmod{3}$$

$$-m^2 \equiv q^2 \pmod{3}$$

$$mn \equiv q^2 \pmod{3}$$

или

$$m = n + 4$$

$$\text{где } 4 \cdot 13$$

$$n + 4 + 13k, k \in \mathbb{Z}$$

$$13(k+1) \cdot (4+13k) = 13p^2$$

$$(k+1)(4+13k) = p^2$$

$$n(4+13k)(7+13k) = 3q^2$$

$$3(k+13q)$$

$$k+1 = 4+13k$$

$$k \in \mathbb{Z}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m-n+9)(m-n)$$

$$B = mn(m-n+3)$$

~~если m-n=~~

$$\begin{cases} m=3 \\ n=3 \\ m-n+3=3 \\ m=1 \\ n=1 \\ m-n+3=1 \end{cases}$$

$$\frac{m-n+9}{2} = \frac{m-n}{2}$$

~~13=13~~

~~13=13~~

$$13 = 13 \frac{1}{2}$$

$$13 + 117 = t$$

$$t = 130$$

$$m-n+9 = 13(m-n)$$

$$m-n = 13(m-n+9) \Rightarrow 0$$

$$2(m-n) + 117 = 0$$

$$2(n-m) = 117$$

$$117 / 2$$

$$m-n+9 = 3(m-n)$$

$$m-n = 3(m-n+9)$$

$$2(n-m) = 9$$

576

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}$$

$$4x^4 + x + 5\sqrt{2} = 4y^4 + y + 5\sqrt{y}$$

$$4t^{16} + t^4 + 5t = 4$$

$$4t^{16} + t^4 + 5t = 4$$

$$30 - x - y^2 =$$

$$(x+6)(5-y) = 5x + 30 - xy - 6y$$

$$25^2 = 625$$

$$30^2 = 900$$

$$28 \cdot 28 = 560 + 24$$

$$\begin{array}{r} 576 \overline{) 9} \\ 54 \phantom{00} \\ \hline 36 \phantom{00} \\ 36 \phantom{00} \\ \hline 0 \end{array}$$