



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен  $6 - 9x$ , шестой член равен  $(x^2 - 2x)^2$ , а десятый равен  $9x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $3y + 6x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$  и  $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$  равно  $11p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 6$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $10 \times 10$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 4$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

Пусть  $d$  — шаг арифметической прогрессии ( $a_4 = a_1 + 3d$ ,  $a_6 = a_1 + 5d$ ,

$$a_{10} = a_1 + 9d), \text{ тогда}$$

$$a_6 = x^2(x-2)^2 = a_4 + 2d = 3(2-3x) + 2d$$

$$a_{10} = 9x^2 = a_6 + 4d = x^2(x-2)^2 + 4d$$

$$\begin{cases} x^2(x-2)^2 = 3(2-3x) + 2d & (1) \\ 9x^2 = x^2(x-2)^2 + 4d & (2) \end{cases}$$

Умножим (1) на  $-2$  и сложим (1) и (2):

$$9x^2 - 2x^2(x-2)^2 = x^2(x-2)^2 - 6(2-3x)$$

$$3x^2(x-2)^2 = 9x^2 + 6(2-3x)$$

$$3x^2(x^2 - 4x + 4) = 9x^2 + 12 - 18x$$

$$P(x) = 3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

Разделим  $P(x)$  на  $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$

$$\begin{array}{r|l} 3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 & x^2 - 2x + 1 \\ - 3x^4 - 6x^3 + 3x^2 & \hline & -6x^3 + 0 + 18x \\ & - 6x^3 + 12x^2 - 6x \\ & \hline & -12x^2 + 24x - 12 \\ & - 12x^2 + 24x - 12 \\ & \hline & 0 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1 (продолжение)

$$\begin{aligned} \text{Тогда } P(x) &= (x-1)^2(3x^2-6x-12) = \\ &= 3(x-1)^2(x^2-2x-4) = 0 \end{aligned}$$

$$\text{Тогда } x=1 \quad \text{или} \quad x^2-2x-4=0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 20$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$$

Ответ: 1;  $1+2\sqrt{5}$ ;  $1-2\sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
7 ИЗ 2

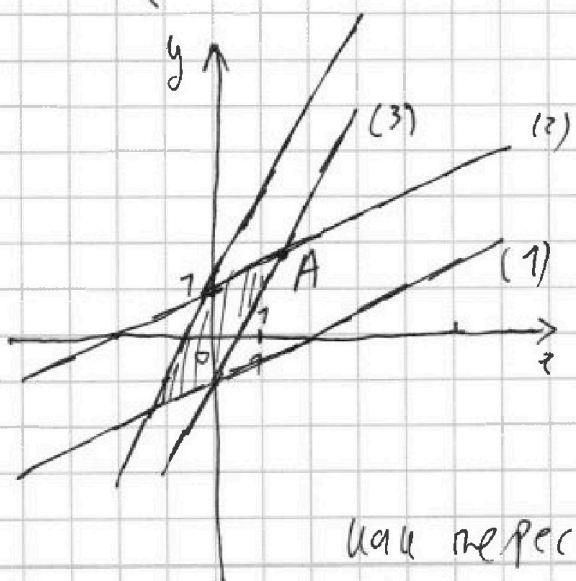
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2 Сделаем равносильный переход:

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y \leq 2 \\ x-2y \geq -2 \\ 2x-y \leq 1 \\ 2x-y \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y \leq 2 \\ x-2y \geq -2 \\ 2x-y \leq 1 \\ 2x-y \geq -1 \end{cases}$$

Это равносильно

$$\begin{cases} y \geq x/2 - 1 & (1) \\ y \leq \frac{x}{2} + 1 & (2) \\ y \geq 2x - 1 & (3) \\ y \leq 2x + 1 & (4) \end{cases}$$



Каждое из 4х неравенств можно представить как или мн-во точек в координатах: каждое является мн-вом выше/ниже той соответствующей прямой (если  $\geq$  - выше  $\leq$  - ниже)

Системе удовлетворяет заштрихованный пар-грамм

Видно, что  $x$  и  $y$  максимальны в т. А

Найдем координаты т. А

как пересечение прямых  $y = \frac{x}{2} + 1$  и  $y = 2x - 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2 (продолжение)

$$2x - 1 = \frac{x}{2} + 1 = \frac{3}{2}x = 2 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\text{Тогда } y = 2 \cdot \frac{4}{3} - 1 = \frac{8}{3} - 1 = \frac{5}{3}$$

Тогда и  $3y + 6x = a$  максимум при таких  $x, y$

$$a = 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 5 + 8 = 13$$

Ответ: 13

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
7 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4  $\Delta X$ -ис.  $\Rightarrow \angle BAX = \angle CAX = \alpha, \angle BAC = 2\alpha$

Пр.  $l \cap AB = Z, l \cap AC = Y, l \parallel AX, \tau \cdot M \in l,$

$M$  - сер.  $BC$ .

$l$  и  $AX$  параллельны при соприкосновении  $AB \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BAX = \angle BZM = \alpha, \angle YZA = \angle BAX = \alpha$

$\angle BAC$  - внешн. угол  $\Delta AYZ \Rightarrow \angle BAC = \angle AYZ + \angle YZA \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\alpha = \alpha + \angle AYZ \Rightarrow \angle AYZ = \alpha \Rightarrow \Delta YAZ$  равнос.

т.к. углы при  $YZ$  равны  $\Rightarrow YA = Z$ .

По т. кос для  $\Delta YAZ$

$$4^2 = 3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cos \gamma$$

$$16 = 18 - 18 \cos \gamma \quad 76 = 18(1 - \cos \gamma)$$

$$\cos \gamma = 1/9, \sin \gamma = \sqrt{1 - \cos^2 \gamma} = \sqrt{1 - 1/81} = \frac{4\sqrt{5}}{9}$$

По т. син  $\Delta AYZ$   $\frac{3}{\sin \alpha} = \frac{4}{\sin \gamma} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{4} \sin \gamma = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$$4 = 3 \cdot \cos \alpha + 3 \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = 2/3$$

По кос  $BM = MC = x, BC = BM + MC = 2x$

т. син  $\Delta ABC$ :

$$\frac{AC}{\sin \beta} = \frac{2x}{\sin 2\alpha}, \text{ где } \beta = \angle ABC, 2\alpha = \angle BAC$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

14 (продолжение)

Тогда

$$\frac{6}{\sin \beta} = \frac{x}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$\angle YMC = \angle ABC + \angle BZM$   
Т.к. внешний  $\angle$  для  $\triangle ZMB$   
 $x = MC$

Т.  $\sin \angle YMC$ ;  $\frac{g}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{x}{\sin \alpha}$

Имеем:

$$\begin{cases} \frac{6}{\sin \beta} = \frac{x}{\frac{\sqrt{5}}{3}, \frac{2}{3}} \\ \frac{g}{\frac{\sqrt{5}}{3} \cos \beta + \sin \beta \cdot \frac{2}{3}} = \frac{x}{\frac{\sqrt{5}}{3}} \end{cases} \begin{cases} \frac{g}{3 \sin \beta} = \frac{x}{2\sqrt{5}} \\ \frac{g}{\sqrt{5} \cos \beta + 2 \sin \beta} = \frac{x}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

Тогда  $\frac{4}{3 \sin \beta} = \frac{g}{\sqrt{5} \cos \beta + 2 \sin \beta} \Rightarrow 4\sqrt{5} \cos \beta + 8 \sin \beta = 27 \sin \beta$

$19 \sin \beta = 4\sqrt{5} \cos \beta$

$\sin \beta = \frac{4}{19} \sqrt{5} \cos \beta$

$\sin^2 \beta = \frac{16}{361} \cdot 5 \cos^2 \beta \Rightarrow$  Т.к.  $\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1, \Rightarrow$

$(1 + \frac{80}{361}) \cos^2 \beta = 1 \Rightarrow \cos^2 \beta = \frac{281}{361} \Rightarrow \cos \beta = \frac{19}{21}$

$\sin \beta = \frac{4}{19} \sqrt{5} \cdot \frac{19}{21} = \frac{4\sqrt{5}}{21}$ ,  $x = \frac{4\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{1}{\sin \beta}$

$x = \frac{4\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{21}{4\sqrt{5}} = 7$  Ответ: 7

$BC = 2x = 14$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

Преобразуем 2е ур-ние:

$$x^3 + 3x - \sqrt{2}y = y^3 - \sqrt{2}x + 3y \quad \text{ДЗ: } x \geq 0, y \geq 0$$



$$(x-y)(x^2 + xy + y^2) + 3(x-y) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2 + 3) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

Пусть  $x > y$ , тогда первое слагаемое больше,

т.е.  $x^2 + xy + y^2 > 0$  (т.е.  $\frac{x^2 + y^2}{2} \geq xy$ ) и  $3 > 0$

Второе слагаемое также  $> 0$ , т.е.  $\sqrt{x} > \sqrt{y}$ , если  $x > y$   
 $\Rightarrow$  в таком случае нет решений

Аналогично не будет решений при  $y > x$

Тогда  $x = y$ , подставим  $x$  вместо  $y$  в 1е ур-е

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{x+7} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2} \quad (1)$$



$$\sqrt{x+2} + 7 = \sqrt{x+7} + 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

Разложим  $14+5x-x^2$  на множители

если  $14+5x-x^2 = 0$ , то  $x_1 = -2$ ,  $x_2 = 7$ , т.е.

$$D = 25 + 4 \cdot 14 = 81, \quad x_{1,2} = \frac{-5 \pm 9}{-2}$$

$$\text{Тогда } 14+5x-x^2 = -(x-7)(x+2)$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5 (продолжение)

В этом случае  $\sqrt{14+5x-y^2} = \sqrt{(x+2)(-x+7)}$

$$\sqrt{x+2} + 7 \geq \sqrt{7-x} + 2\sqrt{(x+2)(-x+7)} \quad \text{Р}$$

~~Р. Поскольку обе части полож~~

ОДЗ:  $x \geq -2$ ,  $x \leq 7$ , т.к.  $x \geq 0$ , то  $x \in [0; 7]$

Р. Поскольку обе части ур-я положительны, заметим выражение, возведя его в квадрат

$$(x+2) + 49 + 2\sqrt{x+2} \cdot 7 = (7-x) + 4(7-x)(x+2) + 4(7-x)\sqrt{x+2}$$

$$x+2+49+2\sqrt{x+2}(7+4(x-7)) = 7-x+4(14+5x-x^2)$$

$$2\sqrt{x+2}(4x-21) = \underbrace{-x-2-49+7-x+56+20x-4x^2}_{12+18x-4x^2}$$

см. пред.

$$14x \cdot 2(6+9x-2x^2)$$

В выражении (1) правая часть макс. при  $x$  и равна 8 в этом случае

Левая часть равна 7, когда  $x+2=7-x$

меньше 7, когда  $7-x > x+2$ , т.е.  $x < 2,5$

$$\left( \begin{aligned} x &= \frac{-2+7}{2} \\ &= 2,5 \end{aligned} \right)$$

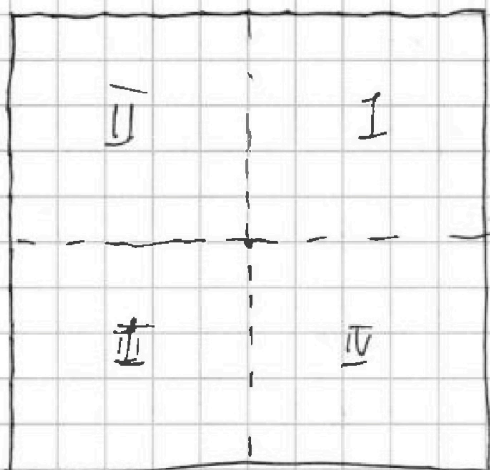


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 вершиной будем называть белый узел



Введём обозначения как на рисунке, трюм-робов четвертинки и квадрата.

Рассмотрим случай, когда обе белые точки находятся в одной четверти; (в т.ч. и на границе)

Всего в четверти 36 узлов (границы учитываем)  $\rightarrow$  таких способов  $C_{36}^2$ , т.ч.

мы учитываем, что картинка, получающаяся поворотом одинакова.

Теперь случай, когда одна вершина лежит

в I четверти, а вторая внутри II, но она 2й узел ~~лежит~~ не должен при этом лежать на границе с I четвертью, т.ч. это мы уже посчитали в 1м случае.

Выбрав 1ю белую вершину, можно 36ю способами, а 2ю  $5 \cdot 6 = 30$ ю  $\Rightarrow$  всего  $36 \cdot 30$  способов с учётом, что картинка получается друг из друга поворотом.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

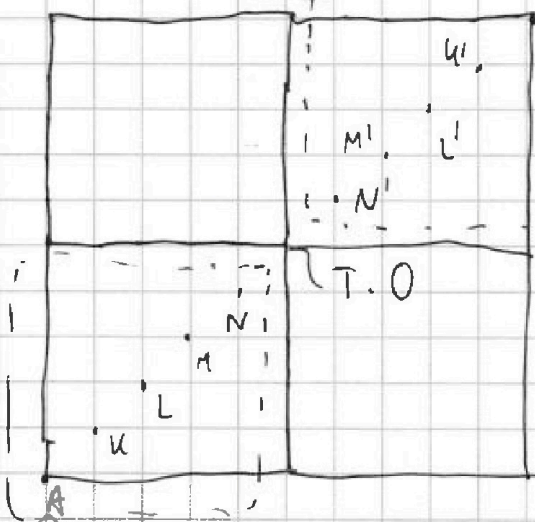
№6 (продолжение)

вершина

Теперь рассмотрим случаи, когда  $\Gamma$  лежит в I четверти, а  $\Pi$  вторая внутри III, причём и первая, и вторая не должны лежать на границах с II и IV четвертями, т.е.

Такие случаи мы уже считали. Тогда всего

25 вариантов



здесь для  $\Gamma$  и столько же для  $\Pi$ . МО!

Мы не учли, и то при повороте двойным повороте на  $90^\circ$  точки на  $\Gamma$  вершины, если они лежат на АВ и равноудалены от Т.О, то

они переходят друг в друга  $\Rightarrow$  вычтем один раз такие случаи, поскольку среди  $25^2$  случаев мы посчитали их 2 раза. Всего 5 таких вариантов:  $\Gamma$  либо А, либо К, либо L, либо М, либо N,  $\Pi$  ей симм. от Т.О.

Итого  $36^2 + 36 \cdot 30 + 25^2 - 5$  способов = 2330 способов

$$\frac{36!}{2 \cdot 34!} = \frac{36 \cdot 35}{2} = 630$$

Ответ: 2330



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2(x-2)^2 = 3(2-3x) + 2 \quad | \cdot 2 \Rightarrow -2x^2(x-2)^2 = -6(2-3x) + 4$$

$$9x^2 = x^2(x-2)^2 + 4$$

$$\sqrt{9x^2 - 2x^2(x-2)^2} = x^2(x-2)^2 - 6(2-3x)$$

$$3x^2(x-2)^2 = 9x^2 + 6(2-3x)$$

$$3 = 9 - 6$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{9x^2 - 2x^2(x-2)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{9x^2 - 2x^2(x^2 - 4x + 4)}$$

$$3x^2(x^2 - 4x + 4) = 9x^2 + 12 - 18x$$

$$3x^4 - 12x^3 + 12x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x^3(x^2 - 4x + 1) + 6x - 4 = 0$$

$$x^3(x^2 - 4x + 1) + 6x - 4 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \quad | \quad x - 1$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ \underline{x^4 - x^3} \\ -3x^3 + x^2 + 6x - 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \end{array}$$

$$-3x^3 + x^2$$

$$-3x^3 + 3x^2$$

$$-2x^2 + 6x$$

$$-2x^2 + 2x$$

$$4x - 4$$

$$-4x - 4$$

$$0$$

$$1 - 3 - 2 + 4 = 0$$

$$2x^2 + 2x$$

$$-4x - 4$$

$$-4x - 4$$

$$0$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3+a^2b+ab^2-b^3$$

$$\begin{array}{l} -x^2 < x^2 \\ -x^2 < 2x^2 \\ -x^2 < 3x^2 \\ -x^2 < 4x^2 \end{array}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{9x^2 - 2x^2(x-2)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{9x^2 - 2x^2(x^2 - 4x + 4)}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{9x^2 - 2x^4 + 8x^3 - 8x^2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{-2x^4 + 8x^3 - 8x^2 + 9x^2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{-2x^4 + 8x^3 + x^2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{-2x^2(x^2 - 4x - 0.5)}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{-2x^2(x^2 - 4x + 2)}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{-2x^2(x-2)^2 - 2x^2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{-2x^2(x^2 - 4x + 2) - 2x^2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{-2x^2(x^2 - 4x + 2 + 1)}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{-2x^2(x^2 - 4x + 3)}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{-2x^2(x-1)(x-3)}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{-2x^2(x-1)(x-3)}$$

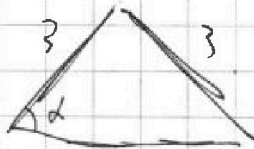


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$2 \cdot 3 \cdot \cos \alpha = 4^2$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\frac{6}{\sin \beta} = \frac{2x}{\sin \alpha}$$

$$\frac{9}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{x}{\sin \alpha}$$

$$\frac{6}{\sin \beta} = \frac{18}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$3 \sin \beta = \sin(\alpha + \beta)$$

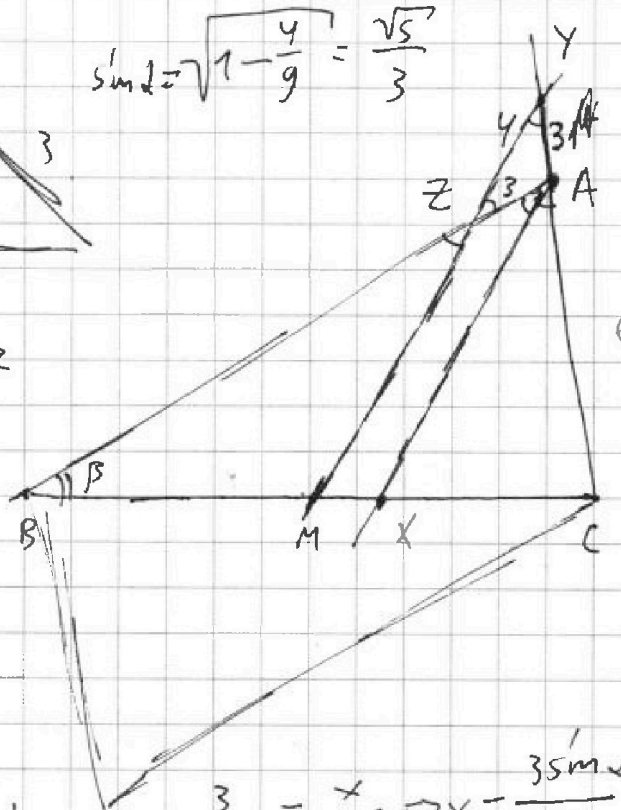
$$3 \sin \beta = \frac{\sqrt{5}}{3} \cos \beta + \frac{2}{3} \sin \beta$$

$$7 \sin \beta = \sqrt{5} \cos \beta$$

$$49 \sin^2 \beta = 5 \cos^2 \beta$$

$$-5 + 5 \sin^2 \beta = 5 \cos^2 \beta$$

$$5 = 54 \sin^4 \beta \Rightarrow \sin \beta = \sqrt{\frac{5}{54}}$$



рав.  
длит. дпр.  
учило  
M Y C  
и BMZ равны

$$\frac{6}{\sin \beta} = \frac{9}{\sin \alpha}$$

$$\frac{6x}{380} = \frac{9}{19}$$

$$\frac{3}{\sin \beta} = \frac{x}{\sin \alpha} \Rightarrow x = \frac{3 \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{3 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}}{\sqrt{\frac{5}{54}}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{\frac{5}{54}}} = \sqrt{54}$$

$$\sqrt{\frac{80}{81}} = \frac{\sqrt{80}}{9} = \frac{\sqrt{16 \cdot 5}}{9} = \frac{4\sqrt{5}}{9}$$

$$\frac{6}{\sin \beta} = \frac{2x}{\sin 2\alpha} \quad \frac{9}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{x}{\sin \alpha}$$

$$\frac{3}{\sin \alpha} = \frac{4}{\sin \beta}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{4} \sin \beta = \frac{3}{4} \cdot \frac{4\sqrt{5}}{9} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$369 + 80 = 449$$

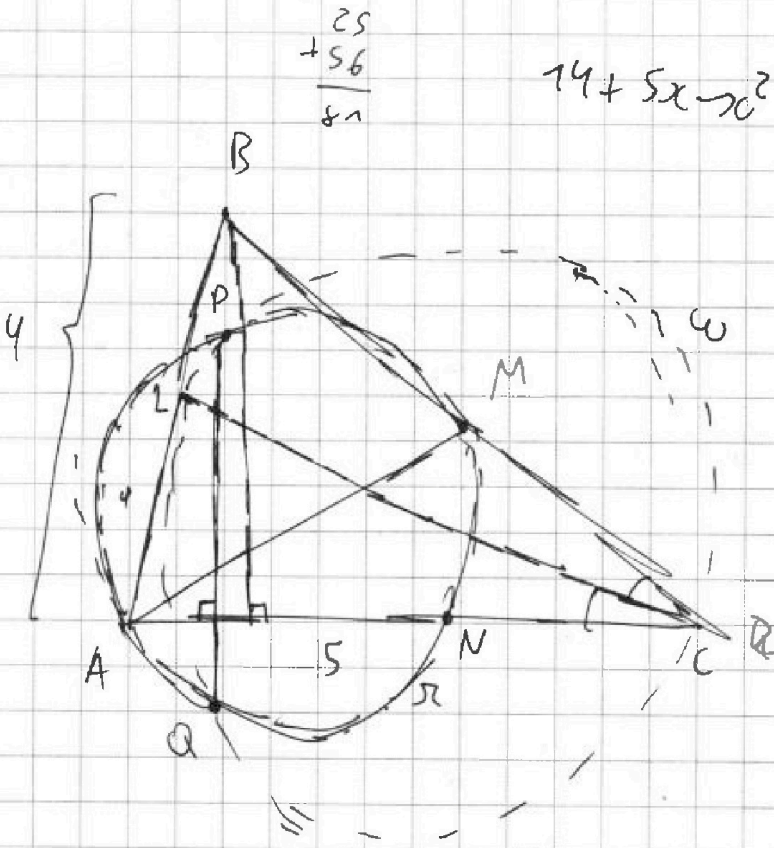


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА \_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{25}{56} \frac{56}{81}$$

$$14 + 5x - x^2$$

$$-x^2 + 5x + 14 = 0$$

$$D = 25 + 4 \cdot 14 = 81$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 9}{-2}$$

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = 7$$

$$\sqrt{14}$$

$$\sqrt{2} \cdot \frac{(x-2)\sqrt{14}}{2} + \sqrt{2} \cdot \frac{(x-7)\sqrt{14}}{2} = \sqrt{2} \cdot \frac{(x-2)\sqrt{14}}{2} + \sqrt{2} \cdot \frac{(x-7)\sqrt{14}}{2}$$

$$\sqrt{x+2} + 7 \geq \sqrt{14+5x-x^2} + \sqrt{7-x}$$

$$x+2+49 + 2\sqrt{x+2} = 14+5x-x^2 + 7-x + 2\sqrt{(7-x)(14+5x-x^2)}$$

$$\sqrt{2} - \sqrt{7} + 7 \geq \sqrt{14}$$

$$(x-2)(x^2 + xy + y^2) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$x^2 + xy + y^2 > 0$$

$$(4-8)b + (4+b)^2 = 3$$

$$5-8b + 8b + b = 9b^2 + 16 - 8b = 3$$

$$9b^2 - 8b + 13 = 0$$

$$a + 7 = b + 2 \Rightarrow b = a + 5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

$$x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y$$

$$D = 81 + 4 \cdot 6 \cdot 7$$

$$= 81 + 48 = 129$$

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{129}}{2}$$

$$(x-y)(x^2+xy+y^2) + 3(x-y) + \sqrt{2}(\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 71p^2 = m(m+4n-7) + n(4n-7)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = 75q^2 = mn(m+2n+9)$$

$$mn(m+2n+9) \neq 75q^2$$

$$+ 30,25$$

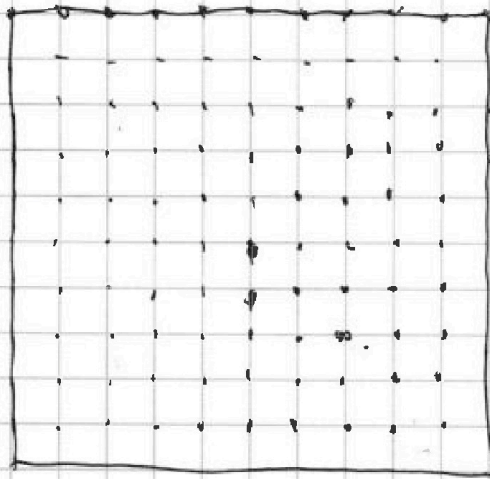
$$+ 27,5$$

$$+ 57,75$$

$$+ 14$$

$$77,75$$

$$5,5 \cdot 5,5 = 27,5$$



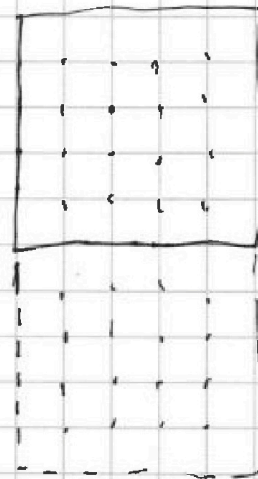
$$55$$

$$55$$

$$275 \text{ B}$$

$$275$$

$$3025$$



$$x-y < 0$$

$$71,75$$

$$4$$

$$C^2$$

$$36$$

$$28 \cdot 100$$

$$C^2$$

$$36$$

$$30$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 7 + 2\sqrt{ab}$$

$$x_1 = 7 + 2\sqrt{x}$$

$$x_2 = 5$$

$$x_3 = 2$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = \sqrt{14+5x-x^2}$$

$$-\sqrt{5} + 7 = 11AAS \quad 9 - \sqrt{5}$$

$$\sqrt{7} - \sqrt{2} + 7$$

$$2\sqrt{14+10-x} = 2\sqrt{20}$$

$$2\sqrt{14} =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{1} \quad a_4 = 6 - 9x = 3(2 - 3x)$$

$$a_6 = (x^2 - 2x)^2 = \cancel{x(x-2)}^2 = x^2(x-2)^2$$

$$a_{10} = 9x^2$$

$$a_6 = x^2(x-2)^2 = a_4 + 2d = 3(2-3x) + 2d$$

$$a_{10} = 9x^2 = a_6 + 4d = x^2(x-2)^2 + 4d$$

$$\text{2 уравн} \quad a_{10} = a_4 + 6d \Rightarrow 9x^2 = 3(2-3x) + 6d$$

$$3x^2 = 2 - 3x + 6d$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ 52 \\ \hline 104 \end{array}$$

$$6d = 3x^2 + 3x - 2 \Rightarrow 2d = x^2 + x - \frac{2}{3}$$

$$x^2(x-2)^2 = x^2 \left( x^2 - 4x + \frac{4}{3} \right) + 6 - 9x$$

$$\begin{array}{r} 1080 \\ + 630 \\ \hline 1710 \\ + 620 \\ \hline 2330 \end{array}$$

$$x^2(x-2)^2 + 9x^2 = \frac{x^2(x-2)^2 + 9x^2}{2} + 6 - 9x =$$

$$(3x-1)^2$$

$$6 - 9x = a_1 + 3d$$

$$= 9x^2 - 6x - 1$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \cdot 3 \\ \hline 243 \\ + 0 \\ \hline 243 \end{array} \quad (x^2 - 2x)^2 = x^2(x-2)^2 = a_1 + 5d$$

$$9x^2 = a_1 + 9d$$

$$3x$$

$$2a_1 + 2d = 9x^2 + 6 - 9x = 3(3x^2 - 3x + 2)$$

$$9x^2 - 9x + 6$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x-2y \leq 2 \\ x-2y \geq -2 \end{cases} \\ \begin{cases} 2x-y \leq 1 \\ 2x-y \geq -1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y \leq 2 \quad (1) \\ x-2y \geq -2 \quad (2) \\ 2x-y \leq 1 \quad (3) \\ 2x-y \geq -1 \quad (4) \end{cases}$$

Тогда  $(1) \wedge (3) \Rightarrow 3x-3y \leq 3 \quad (5)$

$(2) \wedge (4) \Rightarrow 3x-3y \geq -3 \quad (6)$

~~$3x-3y \leq 3$~~   ~~$3x-3y \geq -3$~~

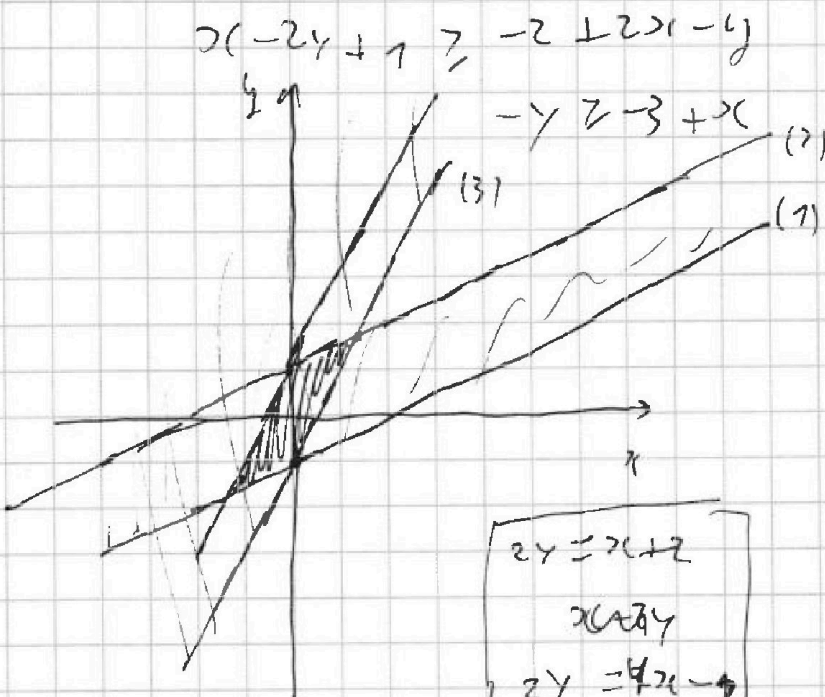
$x-y \leq 1$   
 $x-y \geq -1$

$2y \geq 2x-1$

~~$2y \leq x+2$~~

$2y \leq x+2$   
 $y \leq \frac{x}{2} + 1$

$y \geq 2x-1$   
 $y \leq 2x+1$



$x+2 - 4(x+2) = 0$   
 $-3x+4 = 0 \quad x = \frac{4}{3}$