



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 + ud =$$

② Пусть a_1 - первый член, d - шаг, n - количество

$$a_1 + ud = 6x + 18$$

$$a_1 + 6d = (x^2 - 4x)^2$$

$$a_1 + 10d = -3x^2$$

$$a_1 = a_1 + ud + a_1 + 6d - a_1 - 10d = (x^2 - 4x)^2 + 6x + 18 + 3x^2$$

$$d = \frac{a_1 + 6d - a_1 - ud}{2} = \frac{(x^2 - 4x)^2 - 6x - 18}{2}$$

$$a_1 + ud = 6x + 18 = (x^2 - 4x)^2 + 6x + 18 + 3x^2 + (x^2 - 4x)^2 - 12x - 36 =$$

$$= 3(x^2 - 4x)^2 \quad \Downarrow$$

$$3(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 - 12x - 36 = 0 \quad | :3$$

$$(x^2 - 4x)^2 + (x^2 - 4x) - 12 = 0$$

Пусть $t = x^2 - 4x$, тогда

$$t^2 + t - 12 = 0$$

$$D = 1 + 48 = 49$$

$$t = \frac{-1 \pm 7}{2} = 3 \Rightarrow x^2 - 4x - 4 = 0 \Rightarrow$$

$$t = \frac{-1 - 7}{2} = -4 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow$$

$$I: t = -4 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$II: t = 3 \Rightarrow$$

$$\Downarrow$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$\boxed{x=2}$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$D = 16 + 12 = 28 = 2\sqrt{7}$$

$$x = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{2} = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$\lambda = \frac{4 - 2\sqrt{7}}{2} = 2 - \sqrt{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① Задача

~~Задача~~

Решение:

$$\text{т.к. } (x^2 - 4x)^2 \geq -3x^2, \text{ то } d \leq 0,$$

т.е.

$$d = \frac{a_1 + \text{огр. } a_1 - 4d}{6} = \frac{-3x^2 - 6x - 18}{6} \leq 0$$

$$-3x^2 - 6x - 18 \leq 0$$

$$x^2 + 2x + 6 \geq 0.$$

ВКВ - верно при всех x .

Ответ: 2, $2 - \sqrt{7}$, $2 + \sqrt{7}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

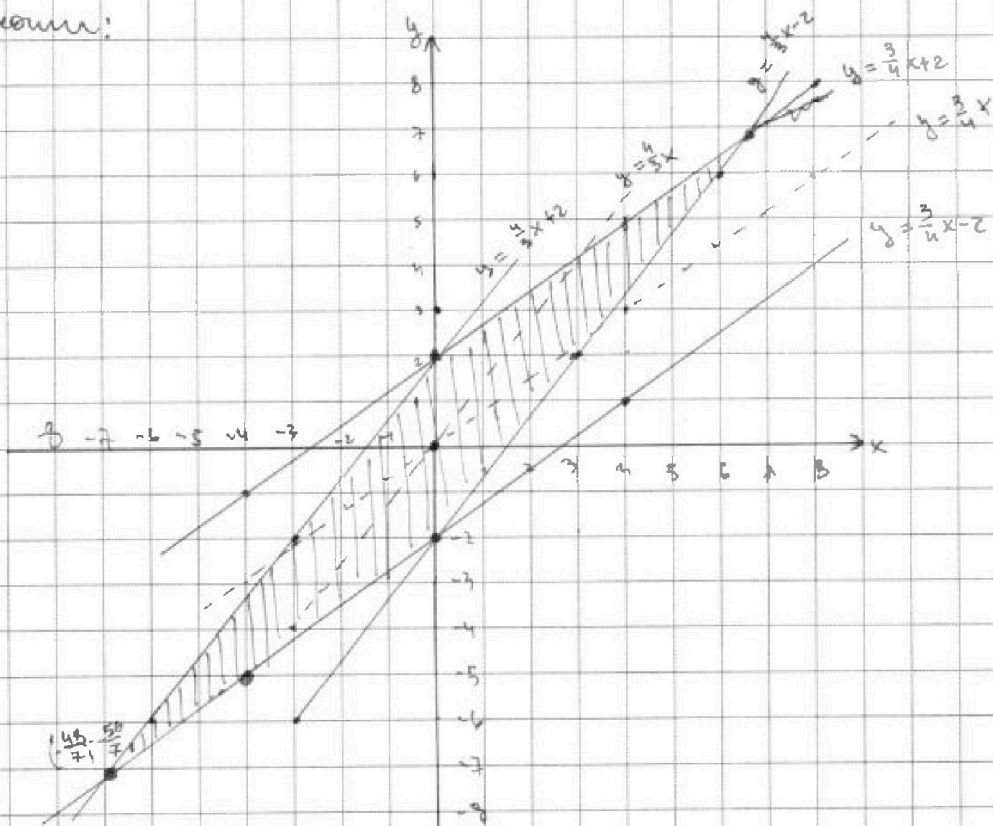
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

② Чаша 1

$$\begin{cases} 4x - 3y \leq 6 \\ 3x - 4y \leq 8 \end{cases} \quad 4x + 7y \rightarrow \min.$$

Изобразим мно-во допустимых значений $(x; y)$ на плоскости:



$4x - 3y \leq 6$

(I: $4x - 3y \geq 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow y \leq \frac{4}{3}x.$

$4x - 3y \leq 6.$

$y \geq \frac{4}{3}x - 2.$

(II: $4x - 3y < 0$

$\Rightarrow y > \frac{4}{3}x$

$y \leq \frac{4}{3}x + 2.$

$3x - 4y \leq 8$

(I: $3x - 4y \geq 0$

$y \leq \frac{3}{4}x$

$3x - 4y \leq 8$

$y \geq \frac{3}{4}x - 2$

(II: $3x - 4y < 0$

$y > \frac{3}{4}x$

$y \leq \frac{3}{4}x + 2.$

мно. допустимых значений

~~не~~ Найдем

точки пересечения

прямых

$\begin{cases} y = \frac{4}{3}x + 2 \\ y = \frac{3}{4}x - 2 \end{cases}$

$y = \frac{3}{4}x - 2.$

$x = -\frac{48}{7}$

$y = -\frac{50}{7}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

② Часть 2.

При этом в точке $(-\frac{4b}{7}; -\frac{5b}{7})$ x достигает
минимального значения и y достигает
максимального значения. Найдите $14x+7y$ достигши
максимального значения. Найдите

$$\min 14x+7y \text{ это } -14 \cdot \frac{4b}{7} - 7 \cdot \frac{5b}{7} = -9b - 5b = -14b$$

Ответ: $-14b$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) ^{вариант 1}
 $m, n \in \mathbb{N}$

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

случаи I:

$$A = (m-n)(m-n+9) = 13p^2 = 13 \cdot p \cdot p$$

$$B = mn(m-n+3) = 3q^2 = 3 \cdot q \cdot q$$

правая часть имеет 3
кратных фактора,
а левая часть 5
факторов.

Предположим $m-n+3 = 1$, тогда $m-n+9 = 7 \Rightarrow 13p^2 = 7 \Rightarrow p = 7 \Rightarrow$

$$\Rightarrow m-n = 13 \cdot 7 = 91 \Rightarrow (m-n)(m-n+3) = 91 \cdot 94 - \text{кратное}$$

Выводим, что A делится на $(m-n)$ и на $(m-n+9)$,

т.е. рассмотрим 6 случаев

1) $m-n = 13 \Rightarrow p^2 = m-n+9 = 22$ - не возм.

2) $m-n = 1 \Rightarrow 3p^2 = m-n+9 = 10$ - невозм.

3) $m-n = p \Rightarrow \underbrace{m-n+9}_p = 13p \Rightarrow 9 = 12p$ - невозм.

4) $m-n = p^2 \Rightarrow \underbrace{m-n+9}_{p^2} = 13 \Rightarrow p^2 = 4 \Rightarrow p = 2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow m-n = 4 \Rightarrow mn(m-n+3) = 3q^2 \Rightarrow 7mn = 3q^2 \Rightarrow q = 7, \text{ т.е.}$$

$$mn = 21, \text{ и } m-n = 4.$$



1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⊕ ⊙

Часть 2

$$\begin{cases} mn = 21 \\ m - n = 4 \end{cases} \Rightarrow m = n + 4$$

$$n(n+4) = 21$$

В кануреловане подходин колосо $n = 3$.

$$\Rightarrow \boxed{n = 3, m = 7}$$

Еще возможны случаи

5) $m - n = 13p$, тогда $\underbrace{m - n + 9}_{13p} = p$ — невозможно

6) $m - n = 13p^2 \Rightarrow \underbrace{m - n + 9}_{13p^2} = 2$ — невозможно

Случаи II:

$$A = (m \cdot n)(m - n + 9) = 3q^2$$

$$B = mn(m - n + 9) = 13p^2$$

Возможно 6 случаев:

1) $m - n = 1 \Rightarrow \underbrace{m - n + 9}_2 = 3q^2 \Rightarrow 3q^2 = 10$ — невозможно

2) $m - n = 3 \Rightarrow \underbrace{m - n + 9}_{3 \cdot 2} = 3q^2 \Rightarrow 4q^2 = 2$ — невозможно

~~$mn \cdot 6 = 13p^2 \Rightarrow p = 2 \Rightarrow mn = \frac{13 \cdot 4}{3} = \frac{52}{3}$ — невозможно~~
 ~~$p = 3 \Rightarrow mn = \frac{13 \cdot 9}{3} = 39$ — невозможно~~

3) $m - n = 9 \Rightarrow \underbrace{m - n + 9}_9 = 3q \Rightarrow 9 = 2q$ — невозможно

4) $m - n = 9q \Rightarrow 3q + 9 = q \Rightarrow 9 = -2q$ — невозможно

5) $m - n = q^2 \Rightarrow \underbrace{m - n + 9}_{q^2} = 3$ — невозможно

6) $m - n = 3q^2 \Rightarrow \underbrace{m - n + 9}_{3q^2} = 2$ — невозможно

Итого ответ:
 $(m, n) = (7; 3)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$CM^2 = \cancel{8x+16} - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 8 \cdot 4 = 97 - 48 = 49 \Rightarrow CM = 7 \Rightarrow BC = 14$$

Черновик

Ответ: 14.

$$\sqrt{x+6} + \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}$$

$$4x^2 + x - 5\sqrt{y} = 4y^2 - 5\sqrt{x} + y$$

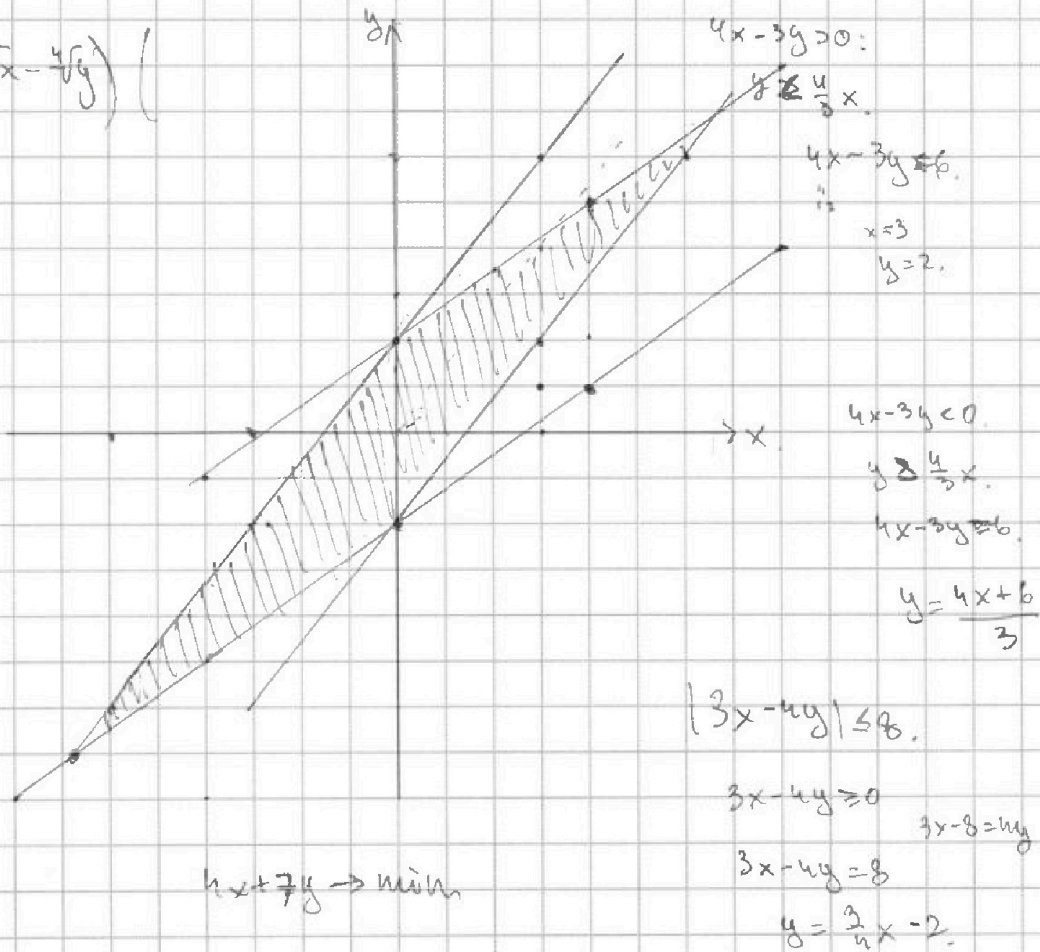
$$|8x - 6y| \leq 6$$

$$|6x - 8y| \leq 8$$

$$4(x^2 - y^2) + x - y + 5(\sqrt{x} - \sqrt{y}) =$$

$$\frac{(x^2 - y)(x + y)(x + y^2)}{}$$

$$= (\sqrt{x} - \sqrt{y}) ($$





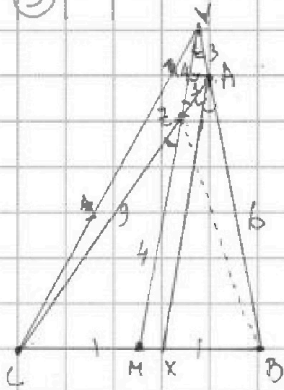
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5



Черновик.

М-середина: $AC=12$
 АХ-бис.: $AZ=3$
 $YB=11$

Найти: $BC=?$

Решение:

$$\angle YZA = \angle ZAX; \angle ZYA = \angle XAB \Rightarrow \Delta ZYA \sim \Delta XAB \text{ и } AZ = YA = 3$$

Заменим Т. Менелая для ΔBCA и прямой YM:

$$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YB} = 1;$$

$$1 \cdot 3 \cdot \frac{3}{YB} = 1$$

$$YB = 9 \Rightarrow AB = 6$$

Заменим Т. Менелая для ΔBYM и прямой AC:

$$\frac{BA}{AY} \cdot \frac{YM}{ZM} \cdot \frac{MC}{CB} = 1$$

$$2 \cdot \frac{4}{ZM} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$ZM = 4$$

Заменим Т. Менелая для ΔYAZ :

Проведем высоту AH из A на YZ в ΔYAZ : тогда $\cos \angle YZA = \frac{AZ}{ZY} = \frac{2}{3}$.

Заменим м. косинусов для ΔCZM :

$$CM^2 = CZ^2 + ZM^2 - 2CZ \cdot ZM \cdot \cos \angle CZM.$$

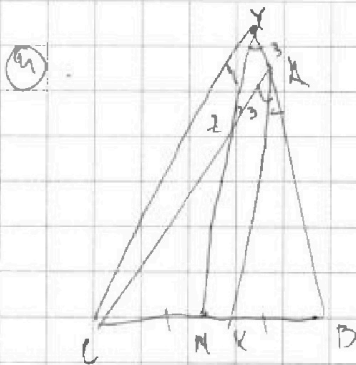


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



M - середина $AC=12$
 AX - биссектриса $AZ=3$
 $MN \parallel AX$ $YZ=4$
 Найти $BC=?$

Решение:

$$\angle YZA = \angle ZAX; \angle ZVA = \angle XAB \Rightarrow \triangle ZVA \sim \triangle XAB \text{ и } AZ = VA = 3$$

Заметим \sim меньшие для $\triangle BCA$ и линии YM :

$$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YB} = 1$$

$$1 \cdot 3 \cdot \frac{3}{YB} = 1$$

$$YB = 9 \Rightarrow AB = 6$$

Заметим \sim меньшие для $\triangle BYM$ и линии AC :

$$\frac{BA}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{MC}{CB} = 1$$

$$2 \cdot \frac{4}{ZM} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$ZM = 4$$

Проведем высоту из A на YZ в $\triangle YAZ$: тогда $\cos \angle YZA = \frac{2}{3}$

Заметим \sim косинусов для $\triangle CZM$:

$$CM^2 = CZ^2 + ZM^2 - 2 \cdot CZ \cdot ZM \cdot \cos \angle CZM = 81 + 16 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 8 \cdot 4 = 97 - 48 = 49 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CM = 7 \Rightarrow BC = 14$$

Ответ: $\textcircled{14}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6

Рассм. неизменяемо линейные расширения. $a+d = -3$.

~~Есть $a+d = 15$ и $5d = a+d = 9$~~ и $a+d = -3$

(Выбираем одну, основываясь на ~~только~~, не первая и

неизменяемо линейные): Тогда было ^{тогда} расширения с

~~поворотом~~ поворотом $\frac{100-98}{2} = 1$, и.к. все расширения поворотом уменьш но и разн.

Или расшир. линейные расширения.

и.к. $\frac{100}{2} = 50$. Три этом для пошли каждому

расширению по 2 раза. т.е. всего $\frac{50}{2} = 25$.

$$\text{Итого } \frac{100-98}{2} + 25 = 12,5 \cdot 98 + 25 = 25 \cdot 49 + 25 = 25(49+1) = 1250.$$

Ответ: 1250

$$\begin{aligned} * a+4d &= 6x+18 \\ a+6d &= (x^2-4x)^2 & x=3 \\ a+d &= -3x^2 \end{aligned}$$

$$a = (x^2-4x)^2 + 6x + 18 + 3x^2$$

$$d = \frac{(x^2-4x)^2 - 6x + 18}{2}$$

$$6x + 18 = (x^2-4x)^2 + 6x + 18 + 3x^2 + 2(x^2-4x)^2 - 18x + 36$$

$$x^2 - 4x - 4$$

$$9 = 16 + 16 = 32 = 4\sqrt{2}$$

$$12 - 6\sqrt{7} + 18 > 0 \quad 35^2 = 1225$$

$$2 - \sqrt{7} + 3 > 0$$

$$5 > \sqrt{7}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ + 35 \\ + 175 \\ + 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) Значит, нецентральная развертка.

Без учета поворотов их $\frac{100 \cdot 98}{2}$ (Выбираем одну, она будет не первой и не центральной разверткой)

$$\text{тогда в. с учетом поворотов их } \frac{100 \cdot 98}{2} : 4 =$$
$$= 49 \cdot 25 = 1225$$

тогда же рассел. центрально-симметричные

развертки, их $\frac{100}{2}$, а с учетом поворотов

$$\frac{100}{2} : 2 = 25.$$

Значит всего $1225 + 25 = 1250$.

Ответ: 1250

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

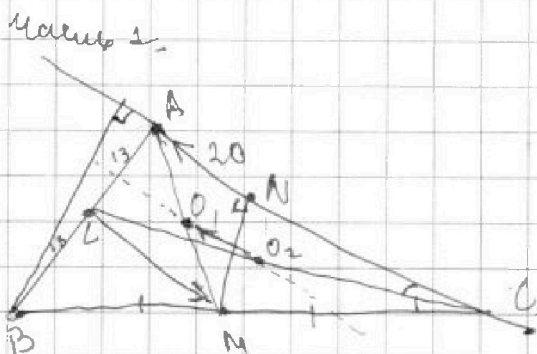


- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

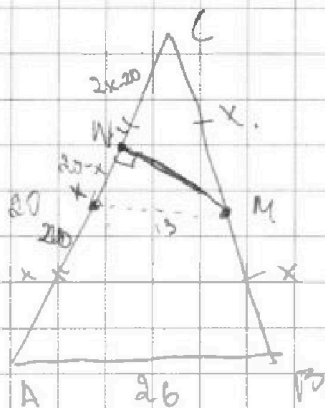
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

77



$$\begin{aligned} AC &= ? \\ BC &= ? \\ AB &= 26 \\ AN &= 20 \end{aligned}$$

Пусть центр ΔB это O_1 , а центр ΔC это O_2 .
 Тогда $AO_1 \perp BC$ и $AO_2 \perp AC$ (радиусы перпендикулярны хорде \perp линии центров) \Rightarrow
 $\Rightarrow O_1O_2 \perp AC$. Также видно пересечение линий центров AO_1 и AO_2 в точке M .
 Вектор $\vec{O_1O_2} = \frac{\vec{AC} + \vec{AM}}{2}$, т.е. $\vec{LM} = 2\vec{O_1O_2} - \vec{AC}$,
 т.е. $\vec{O_1O_2} \perp AC$ коллинеарно, то их линейная комбинация тоже коллинеарна им, т.е. $LM \parallel O_1O_2 \parallel AC$.
 Т.к. M - середина хорды BC , но L - тоже середина хорды BC \Rightarrow
 $\Rightarrow \Delta ABC - \text{равнобедренный} (BC=AC)$.



Омнем к на AC точку K так что $KM \parallel AB$, тогда K - середина AN .

Пусть $AK=x$, тогда $KN=20-x$,

$$KM=13, CM=x, CN=2x-20,$$

$$NM^2 = x^2 - (2x-20)^2 \quad \text{и}$$

$$KM^2 = 169 = (20-x)^2 + x^2 - (2x-20)^2 =$$

$$= 400 - 40x + x^2 + x^2 - 4x^2 + 80x - 400 = 400 - 40x + 6x^2 + 80x - 400 =$$

$$= -2x^2 + 40x = 169$$

$$6x^2 + 40x - 169 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⑧

Часть 2

$$2x^2 - 40x - 169 = 0$$

$$D = 40^2 + 8 \cdot 169 \neq$$

$$x = \frac{40 \pm \sqrt{400}}{4}$$
$$x = \frac{40 \pm \sqrt{400 + 8 \cdot 169}}{4}$$



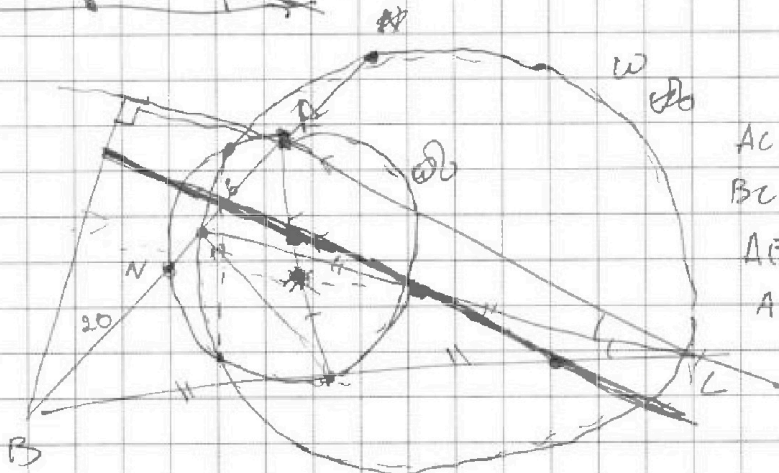
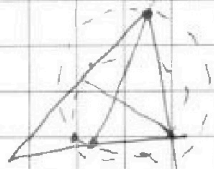
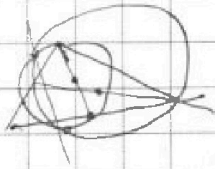
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

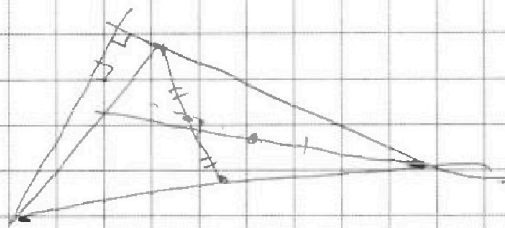
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$AC = ?$
 $BC = ?$
 $AB = 26$
 $AN = 20$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Чертавилер

$$\frac{6+14}{2 \cdot 4} + \frac{16}{4} =$$

$$= 2 \cdot 14 + 8 = 36.$$

$$4+5+4+6+5$$

$$2 \cdot \frac{4 \cdot 2}{2} = 4.$$

$$+ \frac{4}{2}$$

$$KM^2 =$$

$$x^2 - (2x+20)^2$$

$$|4x-3y| \leq 6$$

$$|4x+3y| \leq 6$$

$$y = -3x$$

$$4x - 3y > 0$$

$$4x - 3y = 6$$

$$x = 0; y = -2$$

$$y = 0$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$4x + 3y \leq 6$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

$$x = 0; y = 2$$

$$y = 3; y = 2$$

$$y = 0 = x$$

$$24 - 18$$

$$y = -2$$

$$y = -2$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$289 -$$

$$63x$$

$$x = 5;$$

$$y = 4$$

$$y = \frac{4}{3}x$$

$$x = 1;$$

$$y = 2$$

$$y = 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

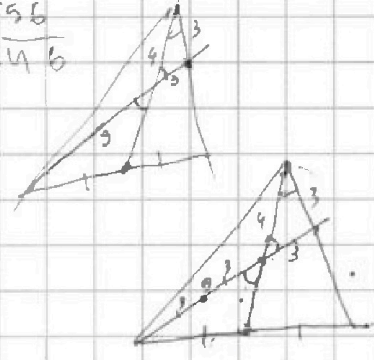
- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

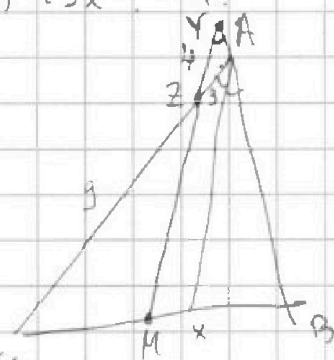
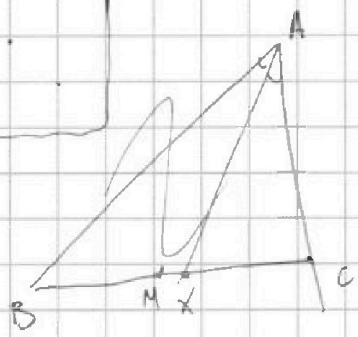
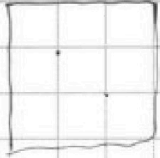
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a_1 a_2 a_3 a_5 z_2 $a_{1\phi}$
 $a_1 + d$ $a_1 + 2d$ $a_1 + 4d$ $a_1 + 6d$ $a_1 + 10d$
 $6x + 18$ $(x^2 - 4x)^2$ $-3x^2$

50
 $+55$
 $\hline 105$

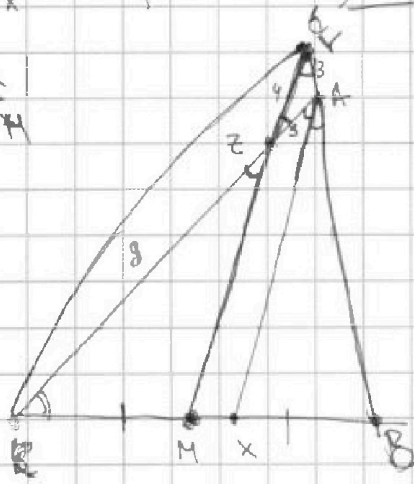


$a_5 + a_2 = a_{10} = 2a_1 = a_1 + a_1 =$
 $= 6x + 18 + (x^2 - 4x)^2 + 3x^2 = a_1$



$AC = 12$ $1 \cdot 2 \cdot 3$
 $AZ = 3$
 $YZ = 4$
 $BC = ?$

$\frac{12}{3} = \frac{BX}{BM}$
 $\frac{12}{3} = \frac{AX}{AM}$



$a_1 + 4d = 6x + 18$
 $a_1 + 6d = (x^2 - 4x)^2$
 $a_1 + 10d = -3x^2$

$x = ?$

$x = 6$

$a_1 = 6x + 18 + (x^2 - 4x)^2 + 3x^2$

$x = 6$

$(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 + 4d = 0$

$6x + 18 + 3x^2 + 6d = 0$

$(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$

$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$

$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$

$2x + 6 + x^2 + 2d = 0$

$4x + 12 + 2x^2 + 4d = 0$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_1 + 4d = 6x + 18 \\ a_1 + 6d = (x^2 - 4x)^2 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 \\ a_1 + 10d = -3x^2 \end{cases} \quad \text{через}$$

$$a_1 + 7d = \frac{6x + 18 - 3x^2}{2}$$

$$d = \frac{(x^4 - 8x^3 + 16x^2) - (6x + 18)}{2} \quad x=1: \frac{1 - 6 - 18}{2} = -11.5$$

$$a_1 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18 + 3x^2 = x^4 - 8x^3 + 19x^2 - 6x - 18 = 1 + 6x + 18 + 3x^2$$

$$d = \frac{1 - 6x - 18}{2}$$

$$a_1 + 10d = 10(1 - 6x - 18) + 1 + 6x + 18 + 3x^2 = -3x^2$$

$$11 - 60x - 180 + 6x + 18 + 6x^2 = 0$$

$$11x - 54x - 162 + 6x^2 = 0$$

$$11x^4 - 88x^3 + 50x^2 - 54x - 162 = 0$$

$$x=1:$$

$$11 + 58 + 50 - 54 - 162$$

$$x=-1:$$

$$11 + 88 + 50 + 54 - 162$$

$$a_1 + 7d = \frac{-3x^2 + 6x + 18}{2}$$

Аналог

$$a_1 + 8d = \frac{x^4 - 8x^3 + 13x^2}{2}$$

$$\frac{x^4 - 8x^3 + 13x^2}{2} + x^4 - 8x^3 + 16x^2 = -3x^2 + 6x + 18$$

$$3x^4 - 24x^3 + 45x^2 = -6x^2 + 12x + 36$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0 \quad : 3$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x=1: 1 - 8 + 17 - 4 - 12$$

$$x=-1:$$

$$1 - 8 + 17 - 4 - 12$$

$$1 + 8 + 17 + 4 - 12$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

$$(I): (m-n)(m-n+9) = 13p^2 = 13 \cdot p \cdot p$$

$$13p^2 \text{ дел.}$$

$$mn(m-n+3) = 3q^2$$

$$3q^2 \text{ дел.}$$

$$m = m-n+3$$

$$\begin{cases} y = \frac{4}{3}x + 2 \\ y = \frac{3}{4}x - 2 \end{cases}$$

$$y = -8 + 2 = -6 \dots$$

$$\begin{cases} 3y = 4x + 6 \quad | \cdot \frac{4}{3} \\ 4y = 3x - 8 \end{cases}$$

$$4y = \frac{16}{3}x + \frac{8}{3}$$

$$4y = 3x - 8$$

$$\frac{48}{7} = \frac{4x+6}{7} = \frac{6+6}{2}$$

$$\frac{2}{5} + 8$$

$$3 - \frac{16}{3} = \frac{9-16}{3} =$$

$$= -\frac{7}{3}$$

$$\text{или } 3x - 8 - \frac{16}{3}x - \frac{2}{3} = 0$$

$$x(3 - \frac{16}{3}) = \frac{2}{3} + 8$$

$$\frac{2}{5} + 8 = \frac{2}{5} + \frac{72}{9} = \frac{74}{9}$$

$$x \cdot \frac{25}{24} = \frac{4}{3}x + 2$$

$$x = \frac{\frac{2}{3} + 8}{3 - \frac{16}{3}} = -\frac{74}{9} \cdot \frac{3}{7} = -\frac{74}{21}$$

$$x(\frac{25}{24} - \frac{4}{3}) = 2$$

$$x = \frac{2 \cdot 24}{7} = \frac{48}{7}$$

$$= -\frac{48}{7} = -6$$

$$2y = \frac{4}{3}x + \frac{3}{4}x = x(\frac{4}{3} + \frac{3}{4}) =$$

$$\text{или } \frac{12+9}{12} = \frac{25}{12}$$

$$\frac{16+9}{12} = \frac{25}{12}$$

$$y = -\frac{48}{7} \cdot \frac{25}{24} = -\frac{50}{7} = -(\frac{49+1}{7}) = -(\frac{7+1}{7})$$

$$\frac{25}{24} - \frac{32}{24} = -\frac{7}{24}$$