



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(t+4)(t-2) = 0$$

$$t = -4$$

$$t = 2$$

$$x^2 + 4x = -4$$

$$x^2 + 4x = 2$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$(x+2)^2 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+8}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = -2$$

$$x = \sqrt{6} - 2$$

проверим:

$$12 + 12 \cdot 2 = 36$$

$$12 - 12x = 12 + 24 - 12\sqrt{6} = 36 - 12\sqrt{6}$$

$$(x^2 + 4x)^2 = (4 - 8)^2 = 16$$

$$(x^2 + 4x)^2 = 4 \Rightarrow d = \frac{4 - 36 \pm 12\sqrt{6}}{2} = -6 \pm 6\sqrt{6}$$

$$-6x^2 = -24$$

$$-6x^2 = -6(\sqrt{6} - 2)^2$$

$$12 - 6\sqrt{6} = -6(6 + 4 - 4\sqrt{6})$$

не подходит

$$= 24\sqrt{6} - 60$$

Подходит - проп.
с макс $d=10$

не подходит - проп.
с макс $d=6\sqrt{6}-16$

$$x = \sqrt{6} - 2$$

$$12 - 12x = 36 + 12\sqrt{6}$$

$$(x^2 + 4x)^2 = 4$$

$$-6x^2 = -6(6 + 2 + 4\sqrt{6})^2 = -60 - 24\sqrt{6}$$

не подходит - проп. с макс
 $d = -6\sqrt{6} - 16$

Ответ: $x = -2$; $x = \sqrt{6} - 2$; $x = -\sqrt{6} - 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть a_1 - первый элемент ^{данной} арифметической прогрессии, а d - шаг прогрессии. Тогда по условию:

$$\begin{cases} a_1 + d = 12 - 12x & (1) \\ a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2 & (2) \\ a_1 + 7d = (-6x^2) & (3) \end{cases}$$

Вычтем из (3) - (1).

$$a_1 + 7d - a_1 - d = (-6x^2) + 12x - 12$$

$$6d = -6x^2 + 12x - 12$$

$$d = -x^2 + 2x - 2 \Rightarrow 4d = -4x^2 + 8x - 8 \quad (4)$$

Вычтем из (3) - (2).

$$a_1 + 7d - a_1 - 3d = -6x^2 - (x^2 + 4x)^2$$

$$4d = -6x^2 - (x^2 + 4x)^2$$

$$\text{из (4)} \quad -4x^2 + 8x - 8 = -6x^2 - (x^2 + 4x)^2$$

$$2x^2 + 8x - 8 = -(x^2 + 4x)^2$$

$$x^2(x+4)^2 + 2x(x+4) - 8 = 0$$

Пусть $t = (x+4) \cdot x$, тогда $t^2 + 2t - 8 = 0$

$$(t+4)(t-2) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 & (1) \\ |3x - 2y| \leq 4 & (2) \end{cases}$$

мы можем доказать на комм. число.

~~Доказательство~~
(1) на 3, а
(2) на 2

~~Доказательство~~

поком.
(1) на 2, а (2) на 3

$$\begin{cases} |6x - 9y| \leq 18 \\ |6x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$



$$\begin{cases} -18 \leq 6x - 9y \leq 18 & (3) \\ -8 \leq 6x - 4y \leq 8 & (4) \end{cases}$$

тогда из (3)

$$6x \geq 4y - 8$$

из (4)

$$6x \leq 18 + 9y$$

тогда

$$18 + 9y \geq 4y - 8$$

$$5y \geq -26$$

получим оценку на 5y

значит сумма 5y и 10x $\geq -26 + (-48)$

$= -74$ быть меньше она не может
используем достигается или ~~она~~ она

$$\begin{cases} |4x - 6y| \leq 12 \\ |9x - 6y| \leq 12 \end{cases}$$



$$\begin{cases} -12 \leq 4x - 6y \leq 12 & (5) \\ -12 \leq 9x - 6y \leq 12 & (6) \end{cases}$$

тогда из (5)

$$-6y \leq 12 - 4x$$

из (6)

$$-6y \geq -12 - 9x$$

тогда

$$-12 - 4x \geq -12 - 9x$$

$$5x \geq -24$$

$$10x \geq -48$$

получим оценку на 10x



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $x = -4,8$; $y = -5,2$, тогда
итема : $\left\{ \begin{array}{l} |-9,6 + 15,6| \leq 6 \text{ - верно} \\ |-14,4 + 10,4| \leq 4 \text{ - верно} \end{array} \right.$

а сумма $10x + 5y = -48 - 26 = -74$
Ответ: -74



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1
англ

Пусть $A = 15q^2$, тогда из условия

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) =$$

$$= (m-2n)(m-2n+13) = 15q^2$$

1) Пусть $m-2n \div q^2$, тогда

$$\begin{cases} m-2n+13=3 \\ m-2n+13=5 \\ m-2n+13=15 \\ m-2n+13=9 \end{cases}$$

укажем, что

$$B = m^2 - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

Т.к. mn - катет гипотенузы,

а B положительное

в любом случае,

$$\text{то } m-2n-2 > 0$$

$$\Rightarrow m-2n > 2$$

тогда $m-2n+13 > 15$
противоречие $\Rightarrow m-2n \nmid q^2$

2) Пусть $m-2n \div q$, но $\nmid q^2$,

тогда

$$m-2n \div q \quad \text{и} \quad m-2n+13 \div q$$

$$13 \div q \Rightarrow q = 13, \text{ тогда}$$

$$\begin{cases} m-2n = 13 \\ m-2n = 3 \cdot 13 \\ m-2n = 5 \cdot 13 \\ m-2n = 15 \cdot 13 \end{cases}$$

тогда

$$\begin{cases} m-2n+13 = 26 \\ m-2n+13 = 5^2 \\ m-2n+13 = 7^2 \\ m-2n+13 = 16 \cdot 13 \end{cases}$$

$\Rightarrow m-2n \nmid q$ невозможно, т.к. $A = 15q^2 = 15 \cdot 13^2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2

Мы найдем, что $A \neq 15q^2 \Rightarrow$

$$A = 17p^2 \Rightarrow (m-2n)(m-2n+13) = 17p^2$$

Тогда будем

1) Пусть $m-2n \equiv p^2$, тогда

$$\begin{cases} m-2n+13 = 17 & \text{возможно при } m-2n=4=p^2 \\ m-2n+13 = -1 & \text{невозможно, т.к. } m-2n > 2 \end{cases}$$

тогда $p=2$, откуда $A = m(m-2n)$

$$= m \cdot (4-2) = 2m = 15q^2 \Rightarrow$$

$$15q^2 \div 2 \Rightarrow q=2 \Rightarrow 2m = 60 \Rightarrow m=30$$

$$m = 2n+4 \Rightarrow n(2n+4) = 30 \Rightarrow$$

$$2n^2 + 4n = 30$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$(n+5)(n-3) = 0$$

$$\Downarrow \\ n=3 \Rightarrow m=10$$

2) Пусть $m-2n \equiv p$, но $\not\equiv p^2$,

тогда $m-2n+13 \equiv p \Rightarrow 13 \equiv p \Rightarrow p=13$

$$\Rightarrow \begin{cases} m-2n=13 & \text{невозможно, т.к. } m-n+13 \equiv 17 \\ m-2n=17 \cdot 13 & \text{невозможно, т.к. } m-n+13 \equiv m-2n-2n \end{cases}$$

случай невозможен.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) Раз $m - 2n \neq 9$, то

$$\begin{cases} m - 2n = 3 \\ m - 2n = 5 \\ m - 2n = 15 \\ m - 2n = 1 \end{cases}$$

тогда

$$\begin{cases} m - 2n + 13 = 16 & (1) \\ m - 2n + 13 = 18 & (2) \\ m - 2n + 13 = 28 & (3) \\ m - 2n + 13 = 14 & (4) \end{cases}$$

(1) невозможен, т.к. $16 \neq 5q^2$, а должно

(2) $18 \in 3q^2 \Rightarrow$ также невозможно, т.к. $3q^2 \neq 18$

(3) $28 \notin 3q^2$ невозможно, т.к. $28 \neq 3q^2$

(4) невозможно, т.к. $14 \neq 15q^2$

Значит $\textcircled{1}$ невозможно

пусть $q = 3$ отсюда $m - 2n = 5$

отсюда $B = mn \Rightarrow (m - 2n - 2) = 3 \cdot (2n + 5) / n = 17 + p^2$

отсюда $17 + p^2 = 3$

$\Rightarrow p = 3 \Rightarrow 17 + 3^2 = 2n^2 + 5n$

$$2n^2 + 5n - 5 = 0$$

$$n = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 408}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{433}}{4}, \text{ но}$$

$20^2 < 433 < 21^2 \Rightarrow n$ иррац. \Rightarrow тупиковый



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) $m - 2n \neq p$, тогда $\begin{cases} m - 2n = 1 \\ m - 2n = 17 \end{cases}$

$m - 2n$, тогда $m - 2n + 13 = 14 \neq 17p^2$

$m - 2n = 17$, тогда $m - 2n + 13 = 30 \neq p^2$

Другой невозможен.

Ответ $n = 3$, $m = 10$

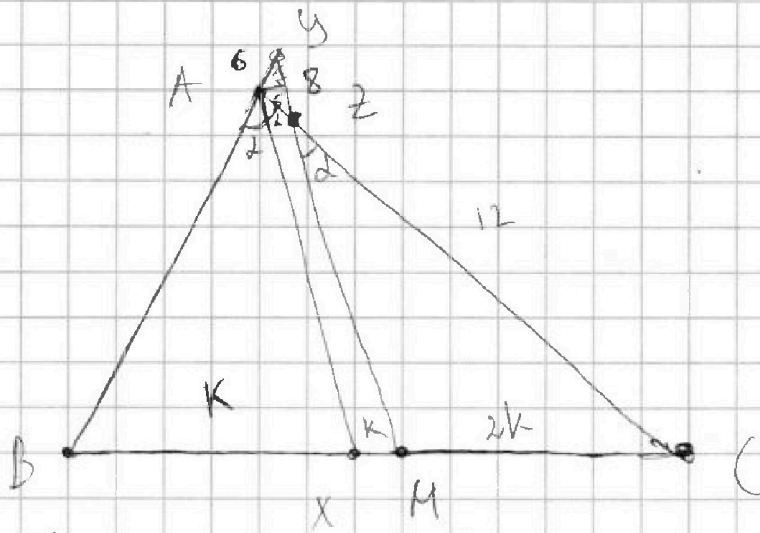
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано!

$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

$$YM \parallel AX$$

$$BC = ?$$

Пусть $\angle BAX = \alpha$, тогда $\angle CAX = 2$ т.к. AX-бис-а

1) Из того, что $MZ \parallel AX$ следует, что

$$\angle CAX = \angle CZM = \alpha \text{ как соотв., отсюда}$$

$$\angle AZY = \alpha \text{ как внутр. с } \angle CZM.$$

2) Заметим, что, т.к. Z лежит на AC, то т. M лежит на XC.

$$AZ = 6 \Rightarrow CZ = AC - AZ = 12$$

3) По II о проп. отр. для $\angle XCA$ и $AX \parallel MZ$

$$\frac{CM}{MX} = \frac{CZ}{AZ} = \frac{2}{1} \text{ Пусть } MX = k, \text{ тогда}$$

$$CM = 2k, \text{ т.к. } M - \text{середина, то}$$

$$CM = BM = 2k \Rightarrow BX = BM - XM = k$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) По условию $\angle AYZ = \alpha$ и $\angle DAC = 2\alpha = \angle AYZ + \angle AYZ$

$\Rightarrow \angle AYZ = \alpha \Rightarrow \triangle AYZ - \text{равнобедренный} \Rightarrow AY = AZ = 6$

5) По условию $AX \parallel YM$ и $\angle YBM$

$$\frac{AB}{AY} = \frac{BY}{YM} = \frac{K}{K} \Rightarrow AB = AY = 6$$

6) В $\triangle AYZ$ проведем высоту AH , тогда

$$YH = \frac{YZ}{2} = 4 \Rightarrow \cos \alpha = \cos \angle AYH = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1 = \frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

7) По условию косинусов для $\triangle ABC$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos 2\alpha =$$

$$= 18^2 + 6^2 + 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9} = 324 + 36 + 24 = 360 + 24 =$$

$$= 384 = 4^3 \cdot 6 \Rightarrow BC = 8\sqrt{6}$$

Ответ: $8\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

то выберем точку в 1 квадрате.
 можно
 это сделать 16 способами, а точку не-
 симметричную ей и в противоп. квадрате
 — 15 способов (т.к. симметрич. точка
 отн. диагонали) В такой же мере
 квадратов есть способ ~~симметр.~~
 отн.с. поворотом на 180° (т.к.
 мы смотрим на не симметрич. точки
 отн. центра) \Rightarrow ~~суммарно~~ способов будет
 меньше, то есть $\frac{16 \cdot 15}{2}$
 Все ~~те~~ способы во второй против.
 квадрате отменяются поворотом
 на 90° и ~~суммарно~~ угловыми
 $\frac{16 \cdot 15}{2} + 16 \cdot 16 + 16 + \frac{16 \cdot 15}{2}$ Ответ: $\frac{16 \cdot 15}{2} + 16^2 + 16 + \frac{16 \cdot 15}{2}$
 Примечание: Мы использовали ^{там} что точки
 симметрич. отн. центра ~~отменяются~~
 лежат в против. кв. И это суммарно
 отменяется поворотом поворотом на 90° ,
 поэтому ~~следует~~ из того, что центр — квадрат.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда поворотам отличаются 4 раскраски
 - повороты и прямоугольники
 (объединение двух осей), то есть
 достаточно рассмотреть всего способов
 для одного прямоугольника
 то сделать 16/16 способов

Случай 3: Если мы перебрали
 2 точки в противоположных
 квадратах. Тогда они выбрано 2
 точки симметричные отн. ~~диагонали~~^{центра}
 или не симметричны отн. ~~диаг.~~^{центра}

3.1 Если симметричны, то для
 пары противоп. квадратов - 16 способов
 выбрать 2 точки (т.к. симметричны
 отн. ~~диаг.~~^{центра} осей. одноузкого)
 против. для 2^{ой} пары ^{противоп.} симметрич.
 точки уже рассмотрены, т.к. они
 будут отличаться поворотом на 90°

3.2 Если точки не симметричны

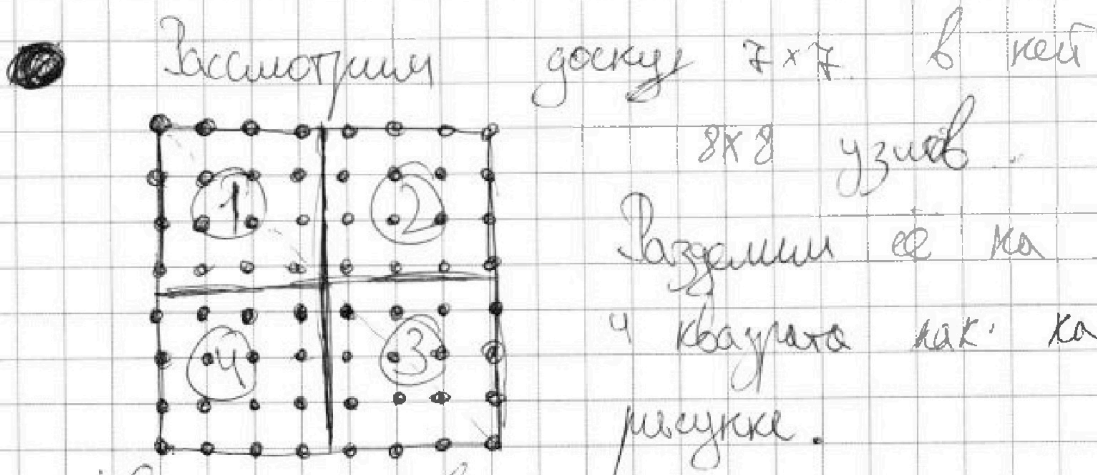


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Квадраты назовем соседними, если они прилегают по стороне, а противоположными — (1 и 3) и (2 и 4).

Вариант 1: Если мы перекрасим 2 точки внутри одного квадрата. Заметим, что такая раскраска отменяется поворотом — 4 (соотв. в 4 квадратах) \Rightarrow достаточно считать лишь способы для одного квадрата это — C_6^2

Вариант 2: Если мы перекрасим 2 точки в соседних квадратах.

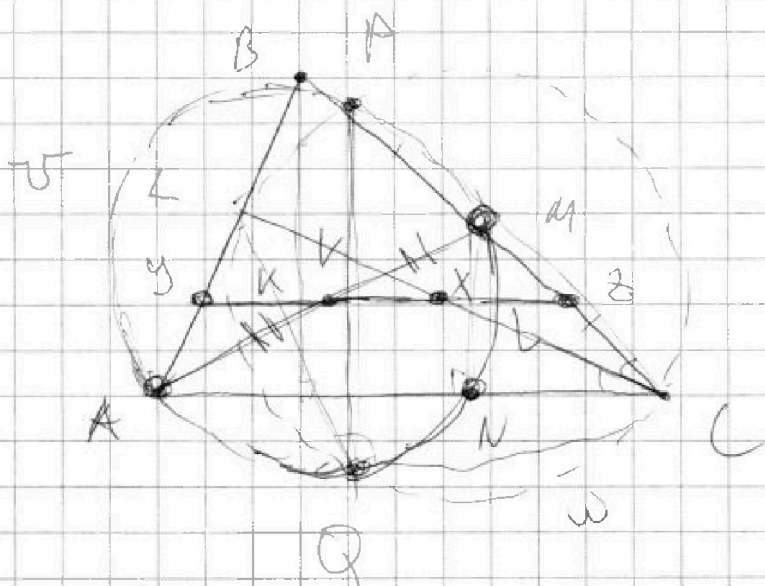


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано!
 $AB = 6$
 $AN = 5$

 $AC = ?$
 $BC = ?$

PQ - рад. ось окружностей ω и Ω
 $\Omega \Rightarrow$ ось \perp линии центров \Rightarrow
 линия центров \perp высоте из т. B
 \Rightarrow линия центров $\parallel AC$

Пусть середина AM - K , а середина CL - X ,

тогда по осн. оси центров окр-ей
 ω и $\Omega \Rightarrow KX \parallel AC$ пусть KX

пересекает AB в т. Y , а BC в т. Z

Отсюда для $\triangle ALC$ и $\triangle AMC$ KY и KZ

- ср. линии $\Rightarrow CZ = CM = \frac{1}{2} BM$

$= \frac{1}{2} BC$

$\angle ANM = 90^\circ$, т.к. ось на диаметр.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-6 \leq 2x - 3y \leq 6 \quad 18 \geq 6x - 9y \geq -18$$

$$(a; b) \text{ - возм. } -4 \leq 3x - 2y \leq 4 \quad 8 \geq 6x - 4y \geq -8$$

$$(b; a) \text{ - возм. } -4 \leq 2x - 2y + x \leq 4 \quad 18 + 9y \geq 6x \geq -8 + 4y$$

$$\downarrow \begin{matrix} a+4 \\ +5=25 \end{matrix} = \sqrt{3 \cdot 6} \quad -6 \leq 2x - 2y + y \leq 6 \quad 9y \geq 5y \geq -26$$

$$|10x - 15y| \leq 30$$

$$|10x - \frac{20}{3}y| \leq \frac{40}{3}$$

$$\frac{4}{3} + \frac{20}{3}y \geq 10x$$

$$-30 + 15y \leq 10x$$

$$4 + \frac{20}{3}y \geq -6 + 15y$$

10

$$|2x - 3y|$$

$$6x - 9y \geq -6$$

$$6x - 4y \leq 4$$

$$4 + 4y \geq 6x \geq 9y - 6$$

$$4 + 4y \geq 9y - 6$$

$$10 \geq 5y$$

$$2 \geq y \quad -14, 4$$

$$12 \geq 6x \geq$$

$$10x \geq -24$$

$$|4x - 6y| \leq 12 \quad 2 \geq x$$

$$x = -4, 8$$

$$y = -5, 2$$

$$|9x - 6y| \leq 12 \quad 15, 6$$

$$9x - 6y \geq -12$$

$$-6y \geq -12 - 9x$$

$$-6y \leq 12 - 4x$$

$$12 - 4x \geq -12 - 9x$$

$$24 \geq -5x$$

$$10x \geq -24$$

$$|2x - 3y| = |-9, 6 + 15, 6| = 6$$

$$|3x - 2y| = |-14, 4 + 10, 4| = 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 + d = 12 - 12x \quad 20 \times 20 - 6d = (-6x^2) - 12 + 12x$$

$$a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2 \quad \begin{matrix} = 400 \\ 21 \cdot 21 = \\ = 441 \end{matrix} \quad d = -x^2 + 2x - 2$$

$$a_1 + 7d = (-6x^2) \quad 4d = -6x^2 - x^2(x+4)^2$$

$$\begin{array}{r} 428 \\ 433 \end{array}$$

$$-4x^2 + 8x - 8 = -6x^2 - x^2(x+4)^2$$

$$\frac{AB}{BX} = \frac{6}{MX}$$

$$2x^2 + 8x - 8 = -x^2(x+4)^2$$

$$(t-y) \leq 6$$

$$2x(x+4) - 8 = -x^2(x+4)^2$$

$$(t+x) \leq 4$$

$$\frac{AB}{CM} = \frac{6}{CM}$$

$$x^2(x+4)^2 + 2x(x+4) + 1 = 9$$

$$\delta(2x+y)^2 = ? \quad \frac{CZ}{CM} = \frac{6}{xM} \quad (x(x+4)+1)^2 = 9$$

$$\begin{matrix} 2x+y = t \\ (t-y) \leq 6 \\ \frac{3}{2}t - \end{matrix}$$

$$\frac{CZ}{CM} = \frac{AB}{BX} = \frac{AC}{CX}$$

$$x(x+4)+1 = \pm 3 \quad \begin{matrix} 36 \\ 36 \\ \hline 24 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 4 \\ 96 \\ \hline 24 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 4 \\ 24 \\ \hline 4 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 4 \\ 16 \end{matrix}$$

$$|2x-3y| \leq 6$$

$$(2x-3y)^2 \leq 36$$

$$(3x-2y)^2 \leq 9$$

$$(6+3y-2x)(6+2x-3y) \geq 0$$

$$(4+2y-3x)(4+3x-2y) \geq 0$$

$$B = mn(m-2n)^2 - 2$$

$$A = (m-2n)^2 - 13(m-2n) \quad y+2y-2x = t$$

$$A = (m-2n)(m-2n-13) \quad (t+y+2)/(-t)$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{r} 4^3 \cdot 6 = \\ \times 24 \\ \hline 144 \\ \hline 288 \end{array}$$

$$4^3 \cdot 6 = 2^6 \cdot 6 \quad \sqrt{2^8 \cdot 6} = 8\sqrt{6}$$



$$\begin{array}{r} \times 18 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ \hline 324 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n)$$

$$= (m-2n+13)(m-2n) = A = 15q^2$$

$$B = mn(m-2n-2) = B = 17p^2$$

$$AB = mn(m-2n-2)(m-2n)(m-2n+13)$$

$$17 \cdot 15 p^2 q^2 = 17 \cdot 3 \cdot 5 p \cdot p \cdot q \cdot q$$

$$mn \cdot t \cdot (t+2)(t+15)$$

$$A = 15q^2 = (m-2n+13)(m-2n) = 15q^2$$

$$m-2n \equiv 0 \pmod{3} \quad \begin{matrix} \vdots q \\ 13 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \vdots q \\ 39 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \vdots q \\ 65 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \vdots q \\ 15 \cdot 13 \end{matrix}$$

$$m-2n \neq 13 \Rightarrow 0$$

$$q = 13$$

$$m-2n = 13$$

$$13k \equiv q^k$$

$$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot q$$

$$q \cdot 3 \quad q \cdot 5 \quad q$$

$$m-2n \equiv q^2$$

$$13 + m-2n \equiv q^2$$

$$m-2n \equiv q^2$$

$$A = 17p^2$$

$$p \quad p+13 \vdots p$$

$$13 \vdots p$$

$$\begin{matrix} 3 \\ 5 \\ 15 \\ 28 \end{matrix}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

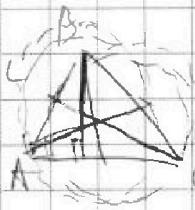
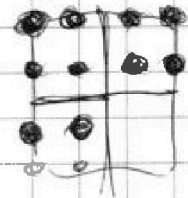
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Заметим, что если (a, b) решение
ур-ня ~~$2x^5 + 4x^2 \sqrt{3y} = 2y^5 - 4 \sqrt{3x^2 + y^2}$~~
то (b, a) тоже решение (т.к.
оно симметрично отн. (x, y))~~

Найдем b такие, a и b из

~~$$\sqrt{x+4} \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$~~

~~$$\sqrt{y+4} = \sqrt{3-x+5} = 2\sqrt{12-y-x^2}$$~~



$$x+4 \in 3+y+5$$

$$m - n + 5 = 2\sqrt{12 - m^2 + 4 - (3 - n)^2}$$

$$n = \sqrt{3-y^2} \quad n^2 = 3-y \quad \Leftrightarrow y = 3 - n^2$$

$$m = \sqrt{x+4} \quad x+4 = m^2 \quad x = m^2 - 4$$

$$m^2 + n^2 - 2mn + 10m + 10n + 25 = 4m^2 - 4(3 - n^2)^2$$

(a, b)

$$2(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4) + 4(x-y)(x-y) = \sqrt{3} / \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$

