



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

a_0 a_0+d a_0+2d ... - соответствующая

арифметическая прогрессия.

По условию:

$$\begin{cases} 6-9x = a_0 + 3d \\ (x^2 - 2x)^2 = a_0 + 5d \\ 9x^2 = a_0 + 9d \end{cases}$$

Вычтем первое уравнение из

последнего:

$$\textcircled{1} 9x^2 + 9x - 6 = 6d$$

Вычтем первое уравнение из второго:

$$\textcircled{2} x^4 + 4x^2 - 4x^3 + 9x - 6 = 2d$$

Вычтем второе уравнение из последнего:

$$\textcircled{3} -x^4 - 4x^2 + 4x^3 + 9x^2 = 4d$$

$$\begin{cases} 2x^4 - 8x^3 + 8x^2 + 9x - 12 = 4d \\ -x^4 + 4x^3 + 5x^2 = 4d \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 9x - 12 = 0$$

⇓

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 3x - 4 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$, Заметим, что $x = 1$ является корнем \Rightarrow
весь многочлен без остатка делится на $(x-1)$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \quad | \quad x-1 \\ x^4 - x^3 \\ \hline -3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ -3x^3 + 3x^2 \\ \hline -2x^2 + 6x - 4 \\ -2x^2 + 2x \\ \hline 4x - 4 \end{array}$$

$$x^3 - 3x^2 - 2x - 4 = 0 ; \quad x^3 - 2x^2 - (x^2 + 2x + 4) = 0$$

$$x^2(x-2) - (x-2)^2 + 6x = 0$$

$$a_n(x - \alpha_0)(x - \alpha_1)(x - \alpha_2) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} a_{n-1} = -a_n(\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2) \\ a_{n-2} = a_n(\alpha_0\alpha_1 + \alpha_1\alpha_2 + \alpha_0\alpha_2) \\ a_{n-3} = (\alpha_0 \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_2)(-a_n) \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 = 3 \\ \alpha_0\alpha_1 + \alpha_1\alpha_2 + \alpha_0\alpha_2 = -2 \\ \alpha_0 \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_2 = 4 \end{cases}$$

Ответ: $x = 1$

Оставшиеся x явл. корнями ур-ня $x^3 - 3x^2 - 2x - 4 = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 4n$$

$$A = (m+2n)^2 - 4(m+2n)$$

$$A = (m+2n)(m+2n-4)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$$

$$B = mn(m+2n+9)$$

Ли одно из чисел $11p^2$ и $75q^2$ не $\div 2$, если только $p=2$ или $q=2$

Если $m \div 2$ или $n \div 2$, то B , имеющее mn в разложении автоматически $\div 2$. Иначе, если $m \not\div 2$ и $n \not\div 2$, рассмотрим A :

$A = (m+2n)(m+2n-4)$. Если $m+2n$ одной четности, то $m+2n-4$ другой, т.к. мы вычитаем 4, меняющее четность. Иначе говоря A всегда $\div 2 \Rightarrow$

Существует 2 случая



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{I} A = 11p^2, \text{ где } p = ?$$

$$\textcircled{II} A = 75q^2, \text{ где } q = ?$$

I сл. $(m+2n)(m+2n-4) = 44$
 $m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 4n = 44$

$$44 = 1 \cdot 44 = 2 \cdot 22 = 4 \cdot 11 \leftarrow \text{Значения}$$

$$\begin{cases} m+2n = 1 \\ m+2n-4 = 44 \end{cases} \quad \text{В сумме } \exists x \in \mathbb{N} = \neq$$

$$\begin{cases} m+2n = 44 \\ m+2n-4 = 1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{(вычитаем уравнения)} \\ \Rightarrow 4 = 43 \quad \text{В} \end{array}$$

$$\begin{cases} m+2n = 2 \\ m+2n-4 = 22 \end{cases} \quad \text{В сумме } \exists x \in \mathbb{N} = 2$$

$$\begin{cases} m+2n = 22 \\ m+2n-4 = 2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{(вычитаем уравнения)} \\ \Rightarrow 4 = 20 \quad \text{В} \end{array}$$

$$\begin{cases} m+2n = 4 \\ m+2n-4 = 11 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{первое равенство возможно} \\ \text{всегда в любом случае} \end{array}$$

$$m = ? \\ n = 1, \text{ что легко показать перебором}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Но в таком случае не выполняется второе
р-во $m+2n=11$ ← последний случай

$$\begin{cases} m+2n=11 \\ m+2n-7=4 \end{cases}$$

Под первое р-во выполняется для некоторых пар $(n; m)$

- 1) $n=1, m=9$ 2) $n=2, m=7$ 3) $n=3, m=5$ 4) $n=4, m=3$ 5) $n=5, m=1$

Подходит
под 2ое

Подходит
под второе

и т.д. (т.к. $m+2n=11$)

Теперь подставим найденные пары в В:

$$B = nm(2n + m^2 + 9)$$

1) $9 \cdot (2 + 9 + 9) \neq 75$

2) $4 \cdot 2(4 + 7 + 9) \neq 75$

3) $3 \cdot 5(6 + 5 + 9) = 250 = 4 \cdot 75 \Rightarrow 9 = 2 \neq 75$

Подходит окончательно, т.к. в условии не сказано $p \neq q \Rightarrow 300 = 4 \cdot 75 \Rightarrow q = 2$

Подходит окончательно, т.к. в условии не сказано, что $p \neq q$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4) 4 \cdot 3 (8+3+9) \neq 75 \text{ (X)}$$

$$5) 5 \cdot 1 (10+1+9) \neq 75 \text{ (X)}$$

II случай

$$A = 75q^2 = 300$$

$$(m+2n)(m+2n-4)$$

$$300 = 1 \cdot 300 = 2 \cdot 150 = 3 \cdot 100 = 4 \cdot 75 = 5 \cdot 60 = 6 \cdot 50 =$$

$$10 \cdot 30 = 15 \cdot 20 = 12 \cdot 25$$

Снова будем шлоя реть на случаи:

$$1 \text{ и } 300 \text{ (уже доказывали, что } m+2n = 1 \text{ (X))}$$

$$2 \text{ и } 150 \text{ (тоже самое (X))}$$

$$3 \text{ и } 100: \quad \begin{array}{l} m+2n = 3 \\ m+2n-4 = 100 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{(мы отнимаем 4 от} \\ \text{m+2n и увеличиваем} \\ \text{результат (X))} \end{array}$$

Следует рассмотреть только

такие пары множителей, где первый

$$\text{больше второго иначе } m+2n < m+2n-4$$

$$-4 > 0 \text{ (X)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \begin{cases} m+2n=300 \\ m+2n-7=1 \end{cases} \quad W (7=299)$$

$$2) \begin{cases} m+2n=150 \\ m+2n-7=2 \end{cases} \quad W (7=148)$$

$$3) \begin{cases} m+2n=100 \\ m+2n-7=3 \end{cases} \quad W (7=97)$$

$$4) \begin{cases} m+2n=75 \\ m+2n-7=4 \end{cases} \quad W (7=71)$$

и т.д. для верного выполнения системы множителей должны отличаться на 7!

$$a, b = 300$$

$$\begin{cases} m+2n=a \\ m+2n-7=b \end{cases} \Rightarrow b-a=7$$

Таких разложений нет \Rightarrow II а. полностью невозможен, а ответ единственный.

Ответ: (5; 3)

Фактически и А и В всегда чётные (доп-есть по множителям, \Rightarrow ед. реч. $p=q=2$)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x - 2y \leq 2$$

$$2x - y \leq 1$$

$$2x \geq y$$

$$x \geq 2y$$

$$5 \cdot 3 +$$

$$15 \cdot 5 = m \cdot n$$

$$\frac{(m+2n)(m+2n-1)}{2} = 44$$

$$m(m+2n+2n+1) = 300$$

$$6 - 9x + 2d = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$6 - 9x$$

$$\frac{x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 6 - 9x}{2} = a_0 + d$$

$$\frac{9x^2 + 30 - 45x}{6}$$

$$\frac{9x^2 - 6 + 9x}{6} \leftarrow d$$

$$\frac{x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6 + 9x}{2}$$

$$x^3 - 3x^2 - 2x - 4 = 0$$



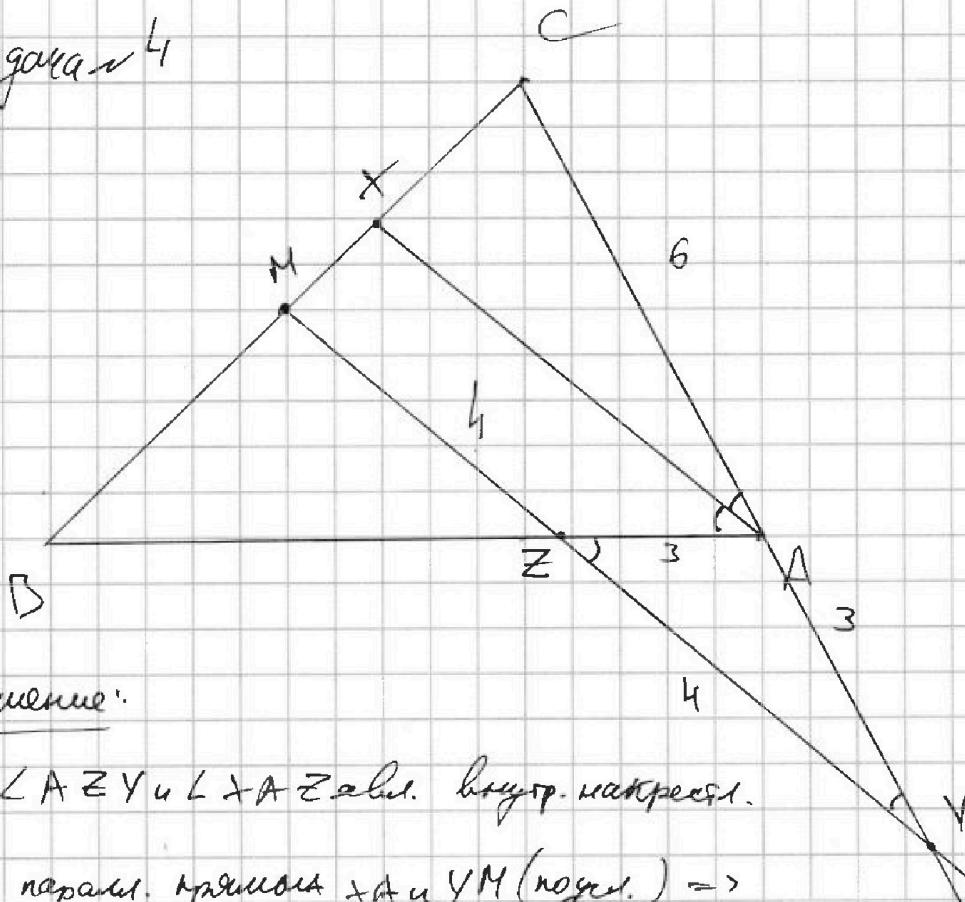
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



Решение:

1) $\angle AZY$ и $\angle XAZ$ явл. внутр. накрестл.

при паралл. прямых XA и YM (по усл.) \Rightarrow

$$\angle AZY = \angle XAZ$$

2) $\angle CAZ$ и $\angle AZM$ явл. внешними углами при паралл.

прямым AZ и MY $\Rightarrow \angle CAZ = \angle AZM$

3) по усл. AZ - бис-са $\Rightarrow \angle ZAZ = \angle CAZ \Rightarrow$ по п. 1 и п. 2.

$$\angle AZY = \angle AZM \Rightarrow \triangle AZY \text{ явл. р/б по усл.} \Rightarrow$$

$$|AZ| = |ZY| = 3$$

4



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) Рассм. $\triangle CUM$ и (AB) :

по Т. Менелая:

$$\frac{AC}{AV} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{BM}{BC} = 1.$$

$$|AC| = 6 \text{ погв.}$$

$$|YZ| = 4 \text{ погв.}; \text{т. М-сер. BC погв.} \Rightarrow$$

$$|AV| = 3 \text{ по п. 3}$$

$$|MZ| = ?$$

$$|BM| : |MC| = 1 : 1 \Rightarrow$$

$$\triangleq |M| : |BC| = 1 : 2.$$

$$\frac{6}{3} \cdot \frac{4}{MZ} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow MZ = 4$$

5) Рассм. $\triangle AZY$ и т. косинусов для него:

$$|AZ|^2 = |YZ|^2 + |AV|^2 - 2 \cos \angle AVZ \cdot |YZ| \cdot |AV|$$

$$\cos \angle AVZ = \frac{16 + 9 - 9}{2 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

6) Рассм. $\triangle CUM$ и т. косинусов для него:

$$|MC|^2 = |MY|^2 + |CY|^2 - 2 \cos \angle MYC \cdot |MY| \cdot |CY|$$

$$|MC|^2 = 64 + 81 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 72 = 69 \Rightarrow |MC| = 7$$

7) М-сер. BC погв. $\Rightarrow |MC| = \frac{1}{2} |BC| \Rightarrow$

$$|BC| = 14$$

Ответ: 14

2



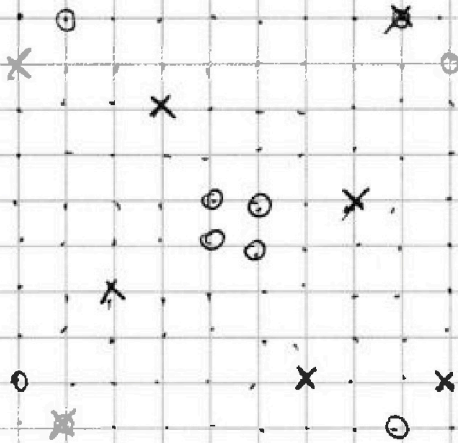
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6



~~У каждой кр~~
У каждого узла есть симметричной ему относительно центра узел. Соответственно, зафиксировав 2 таких

узла и вращая квадрат мы получим все возможные 2-различные раскраски. Если же в паре к узлу выбрать ему не симметричный и вращать квадрат, мы будем получать 4 новых различных раскраски. Всего 100 узлов = 7 50 симметричных пар. (каждый узел дважды учитывается в симметричной паре). Всего способов выбрать 2 различных узла

$$= \frac{100 \cdot 99}{2} = 50 \cdot 99 \text{ пар, } 50 \text{ из которых симметричные}$$

Симметричные пары учтены 2 раза, оставшиеся по 4.

$$= 7 \text{ всего раскрасок} = \frac{50 \cdot 99 - 50}{4} + \frac{50}{2} = 25 \cdot 49 + 25 =$$

1250 раскрасок

Ответ: 1250 раскрасок



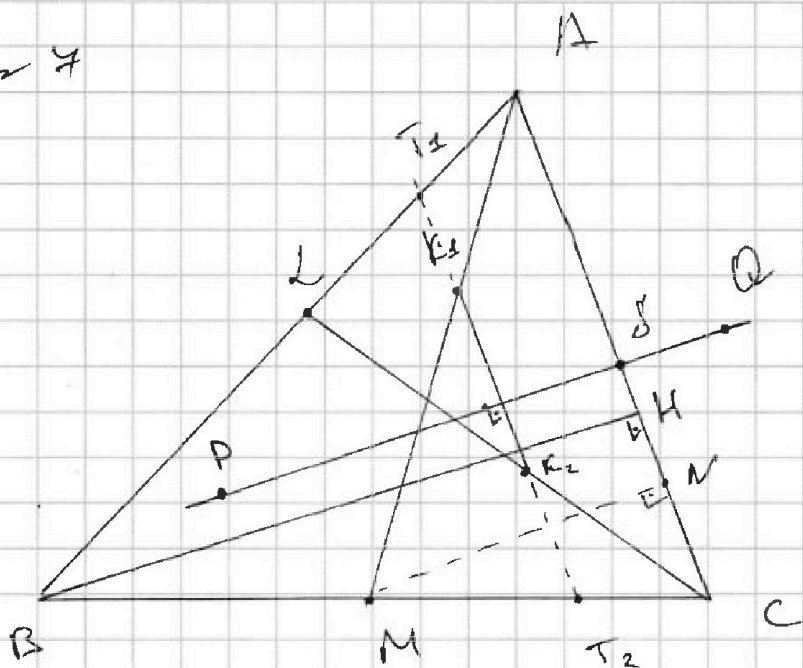
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7



Решение:

- 1) Отметим K_1 и K_2 ; середина AM и CL соответственно
 K_1 - центр Ω ; K_2 - центр ω
- 2) По св-ву общая хорда PQ перпендикулярна линии центров K_1, K_2 ; $PQ \parallel BN$ по усл. $\Rightarrow BN \perp K_1, K_2$
- 3) Продлим K_1, K_2 до пересечения с AB и BC (точки T_1 и T_2 соответственно)

Рассм. $\triangle ABC$:

$K_1, K_2 \parallel AC$ ($BN \perp K_1, K_2$ по л. 2 и $BN \perp AC$ по усл. $\Rightarrow K_1, K_2 \parallel AC$)

T_2 - середина $\sphericalangle C$ по построению

$\Rightarrow K_2 T_1$ - ср. линия $\sphericalangle A$ и $\sphericalangle C$ по определению \Rightarrow

T_1 - середина $\sphericalangle A$

\square



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) Рассм. $\triangle A_2 M$:

T_1 - ср. $A_2 D$ по п. 3 ; K_1 - ср. $A_2 M$ по определению \Rightarrow

T_1, K_1 - ср. линии $\triangle A_2 M$ по определению $\Rightarrow T_1, K_1 \parallel A_2 M$

$[T_1, K_1]$ - часть (K_1, K_2) ; $(K_1, K_2) \parallel AC \Rightarrow T_1, K_1 \parallel AC \Rightarrow$

$AC \parallel A_2 M$; M - середина BC (по усл.) $\Rightarrow A_2 M$ - ср. линия

$\triangle ABC$ по (определению) ~~свойству~~ по-ку $\Rightarrow A_2 M$ - ср. линия

$AB \Rightarrow$ сд и медиана и высота \Rightarrow по по-ку

$\triangle ABC$ - р/б ($AC = BC$)

5) $\angle MNA$ явл. вписанным в окр-ть Ω . Оно опирается

на диаметр $AM \Rightarrow \angle MNA = 90^\circ \Rightarrow BN \parallel MN$ ($BN \perp AC$)

Рассм. $\triangle BMC$: M - ср. BC (по усл.); $MN \parallel BN \Rightarrow MN$ по по-ку

ср. линия $\triangle BMC \Rightarrow MN = NC = x$.

6) ~~Выразим обидней катета BS из прямоуг. $\triangle ABS$ и $\triangle BCS$~~

~~и приравняем квадраты:~~

~~$$AB^2 - AN^2 = BC^2 - NC^2$$~~

~~$$16 - (5-x)^2 = (5+2x)^2 - (2x)^2$$~~

~~$$16 - 25 - x^2 + 10x$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) Выразим общий катет ВН по двум прямоугольным треугольникам $\triangle ABH$ и $\triangle BHC$ и приравняем их:

$$AC = BC = 5 + 2x, \text{ где} \\ x = |HN| = |NC|$$

$$AB^2 - AH^2 = BC^2 - CH^2$$

$$16 - (5-x)^2 = (5+2x)^2 - (2x)^2$$

$$16 - 25 - x^2 + 10x = 25 + 4x^2 - 4x^2 + 20x$$

$$x^2 + 10x + 36 = 0$$

$$16 - 25 - x^2 + 10x = 25 + x^2 - 4x^2 + 10x$$

$$2x^2 - 36 = 0$$

$$x^2 = 18 \Rightarrow x = \sqrt{18} = |NC|$$

$$|AC| = |BC| = |AN| + |NC| = \sqrt{18} + 5$$

Ответ: $5 + \sqrt{18}$
 $5 + \sqrt{18}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{y-y} + y = 2\sqrt{4+5x-y^2}$$

$$x^3 - y^3 + 3x - 3y + \sqrt{2x} - \sqrt{2y} = 0$$

$$(\sqrt{2x} + \sqrt{2y})^2 = x^3 + 2 + 2\sqrt{2x}$$

$$(\sqrt{2x} + \sqrt{2y})^2 - \sqrt{2x} + 2y + -2$$

$$\cancel{x^3 - 2x^2} \quad 6y - 4y - 2 - 4$$

$$x^3 - 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$-3(\cancel{x^2} + 1)$$

$$\cancel{x^3 - 1} = (x-1)(x^2 + x + 1)$$

$$-3x^2 - 3 - 2x$$

$$x^3 - 3x^2 - 4x$$

$$-3(x^2 + x + 1) + 1$$

$$(x^2 + x + 1)(x - 4) + x = 0$$

$$x^3 - 4x^2 + x^2 - 4x + x = 4 - x$$

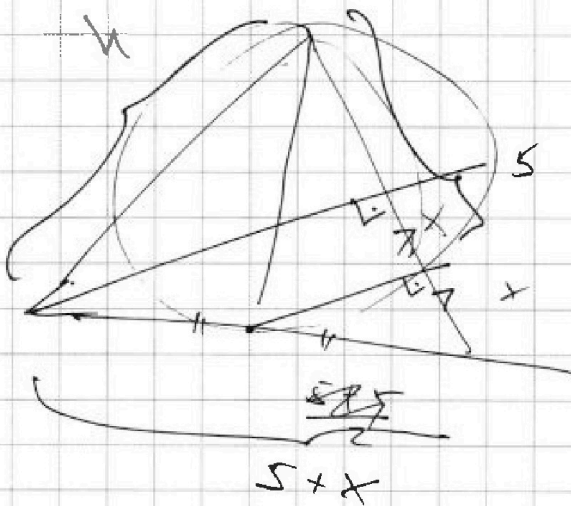
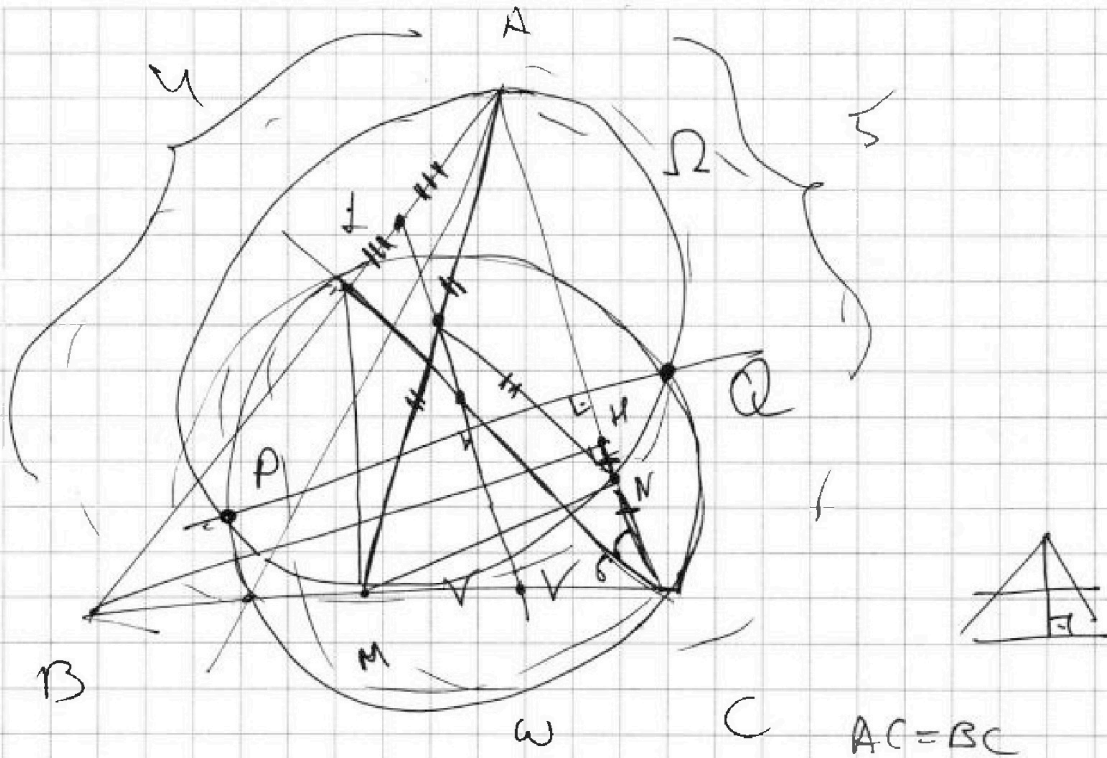


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 - 10x + 134 = 0$$

$$100 - 6 \cdot 34 \neq$$

$$16 - (5 - 2x)^2 = (5 + x)^2 - 4x^2$$

$$16 - 25 - 4x^2 + 20x = 25 + 3x^2 + 10x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$$

$$m^2n + 2mn^2 + 9mn$$

$$mn(m + 2n + 9)$$

$$(m + 2n)^2 - 4(m + 2n)$$

$$(m + 2n)(m + 2n - 4)$$

$$3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$$

$$2 \cdot 5 \cdot 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^3 - 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x^3 - 2x^2 - 3 - (x^2 + 2x + 1)$$

$$x^2(x+1) - 2x^2 - 3 - (x+1)^2$$

$$-3(x^2+1)$$

$$x^2(x+1) - 3(x^2+1) - (x+1)^2$$

$$(x+1)(x^2 - x - 1) - 3(x^2+1)$$

$$(x+1)(x^2 + x + 1) - 3(x^2+1)$$

$$x^3 + 1 - 2x - 2 - 3x^2 - 3$$

~~$$x^3 - 1 + 2x^2 + 2x + 2 - 3x^2 - 3$$~~

$$x^3 - 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

~~$$x^3 - x^2 + 2x - 2 = 0$$~~

~~$$x^2(x-1) + 2(x-1) = 0$$~~

~~$$(x-1)(x^2+2) = 0$$~~

$$(x^2+1)(x-4) - 4(3+x)$$

$$x^2(x+1) - 3(x^2+1) - x^2 - 2x - 1$$

$$- (x^2+1) - 2x$$

$$- (x^2+1) \cdot 4 - 2x + x^3 + x^2$$

$$x(x^2+1) - 3x + x^2 - (x^2+1) - 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{aligned} d_0 &= 3 - d_1 - d_2 \end{aligned} \right.$$

$$3d_1 - d_1^2 - d_2 d_1 + d_1 d_2 + 3d_2 - d_1 d_2 - d_2^2 = -2$$

$$3d_1 d_2 - d_1^2 d_2 - d_1 d_2^2 = 4$$

$$-d_1^2 \cdot d_2 + d_1 (3d_2 - d_2^2) - 4 = 0$$

$$3x^4 + 3x^2 - 12x^3 + 18x - 12 = 0$$

$$\begin{matrix} \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \end{matrix} x^4 + x^2 - 4x^3 + 6x - 4 = 0$$

$$-3x^4 - 12x^2 + 12x^3 + 27x^2 = 18x^2 + 18x^4 - 12$$

$$-3x^4 + 12x^3 - 3x^2 - 18x + 12 = 0$$

$$-x^4 + 4x^3 - x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$(x-2)(x^2 - x + 2) + 2x^6$$

$$d_0 + d_1 + d_2 = 2$$

~~$$x-2 \nabla x^3 - 8 + 2x^6$$~~

$$x^3 - 8 + 6x + (2+2)(1-1)$$

~~$$x^3 + 2x - 10 = 0$$~~

$$x^3 + 4x^2 + 4x - 4 = 0$$

~~$$x^3 + 7x - 10 = 0$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{4y} + 4 = 2\sqrt{4+5+y^2}$$

$$x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y$$

$$(x-y)(x^2+y^2+2y) + 3(x-y) = \sqrt{2y} - \sqrt{2x}$$

$$(x-y)(x^2+y^2+x+y+3) = \sqrt{2y} - \sqrt{2x}$$

$$(x-y)^2(x^2+y^2+x+y+3)^2 = 2y+2x - 4\sqrt{xy}$$

$$\sqrt{5(x+1) + (y+3)(3-y)}$$

$$x^2 - 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$8 - 12 - 4 - 1$$

$$27 - 24 - 6 - 4$$

$$-3 \quad +1 \quad 9$$

$$64 - 48 - 8 - 4 = 4$$

$$4 \quad 6 \quad 10$$

$$3 \quad 4 \quad 4$$

$$9x^2 + x^4 - 6x^3 - 16x$$

$$\frac{14}{4} = 3,5$$

$$x^2(x^3 - 6x^2 + 9x - 16)$$

$$\frac{1}{2}$$

$$343 - 288$$

$$\frac{69}{8} = 8 \frac{1}{8}$$

$$\frac{343}{8} - \frac{49 \cdot 3 \cdot 2}{8} = 7 - 4$$

$$6 \frac{1}{8}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^3 - 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$\frac{9}{2}$$

$$81 \cdot 9 = 810 - 81 = 729$$

$$6 - 81 = -75$$

$$\frac{729}{9} - \frac{686}{8}$$

$$\frac{10}{5}$$

$$\frac{18}{5}$$

$$\frac{1000}{27} - \frac{900}{27} - \frac{20}{3} - 4$$

$$\frac{18 \cdot 18 \cdot 18}{125}$$

$$\frac{18 \cdot 18 \cdot 15}{125} - \frac{2 \cdot 18}{5}$$

$$125 - 75 - 10 - 4$$

$$\frac{324 \cdot 3}{125} - \frac{36 \cdot 25}{125} - 4$$

$$x^3 - x^2 = x^2(x-1) - 2(x^2+x+2)$$

$$- (2x^2 + 2x + 4)$$

$$-2/x -$$

$$\cancel{x^2 + 2}$$

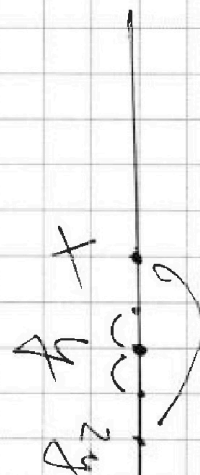
$$- ((x^2+2)^2 + x^2 - 2x)$$

$$- (x^2+2)^2 + x^3 - x^2 - x^2 + 2x$$

$$x^3 - 2x^2 + 2x$$

$$x(x^2+2) - 2x^2$$

$$(x^2+2)(x-x^2-2) - 2x^2 = 0 \quad \checkmark$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|x - 2y| \leq 2$$

$$|2x - y| \leq 1$$

$$y = \frac{x}{2} - 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$x - 2y \leq 2$$

$$2x - y \leq 1$$

$$x - y \leq 1$$

$$\begin{cases} y = -1 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$x - 2y \leq 2$$

$$y - 2x \leq 1$$

$$x + y \geq -3$$

$$2y - x \leq 2$$

$$2x - y \leq 1$$

$$x + y \leq 3$$

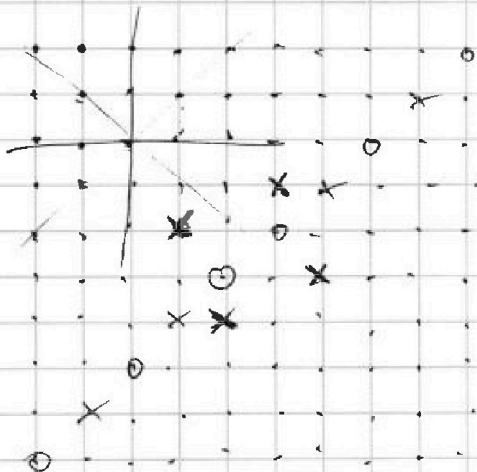
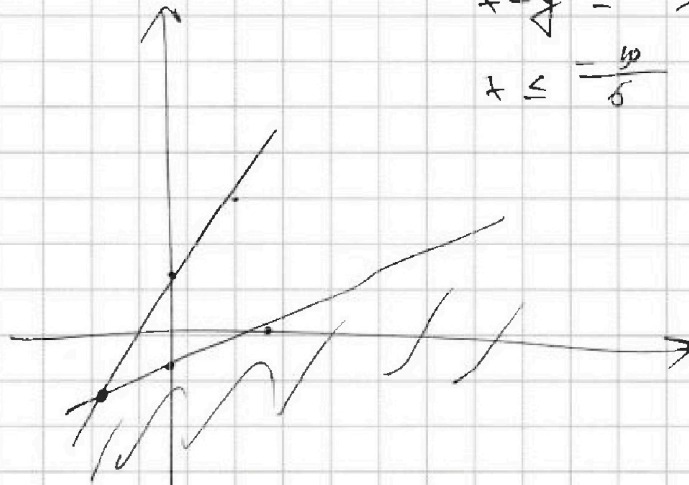
$$x - y \leq -\frac{1}{2}$$

$$x \leq \frac{10}{5}$$

$$2y - x \leq 2$$

$$y - 2x \leq 1$$

$$y + x \leq 1$$



$$50 \cdot 25 =$$

$$625 \cdot 2$$

$$1250$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_0 = 6 - 9x$$

$$\sqrt{x+2} \sqrt{4-y}$$

$$a_0 + 2d = x^4 + 4x^2 - 4x^3 \quad \sqrt{4x - 2y + 14 - 2y}$$

$$a_0 + 6d = 9x^2$$

$$\frac{9x^2 + 12 - 18x}{3} = x^4 + 4x^2 - 4x^3$$

~~3x~~

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ - (x^4 - 4x^3) \\ \hline x^2 + 6x - 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} + -1 \\ \hline +3 - 3x^2 \end{array}$$

$$-3x^3 + x^2 + 6x - 4$$

~~4~~
~~3~~

$$x^3 - 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x = \sqrt{n}$$

$$n\sqrt{n} - 3n - 2\sqrt{n} - 4 \quad -\sqrt{2}$$

$$-2\sqrt{2} - 6 + 2\sqrt{2} - 4 = -10$$