



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q — простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[3]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[3]{x+y}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

M1

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_5 = a_1 + 4d = 6(x+3)$$

$$a_7 = a_1 + 6d = 12(x-4)(x-9)$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = -3x^2$$

$a_5 \neq a_7 \neq a_{10}$ - арифметическая прогрессия

$d \neq 0$

$$a_{10} - a_7 = 3d = -3(x^2 + 2x + 6)$$

$$2d = -(x^2 + 2x + 6)$$

$$a_7 - a_{10} = -4d = x^2 - 5x^2 + 16x^2$$

получим $x^2 - 5x^2 + 16x^2 = 2x^2 + 4x + 12$

$$x^2 - 5x^2 - 15x^2 - 4x - 12 = 0 \quad (1)$$

$$a_7 - a_5 = 2d = x^2 - 8x^2 + 13x^2 - 4x$$

$$x^2 - 8x^2 + 13x^2 - 4x - 12 = 0 \quad (2)$$

$$(2) - (1) \quad x^3 - 32x^2 = 0$$

$$x(32 - x) = 0$$

$x=0$ - невозможность найти такое x , что при $x=0$: $a_7 = a_{10}$

$$x=32$$

Ответ: 32

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

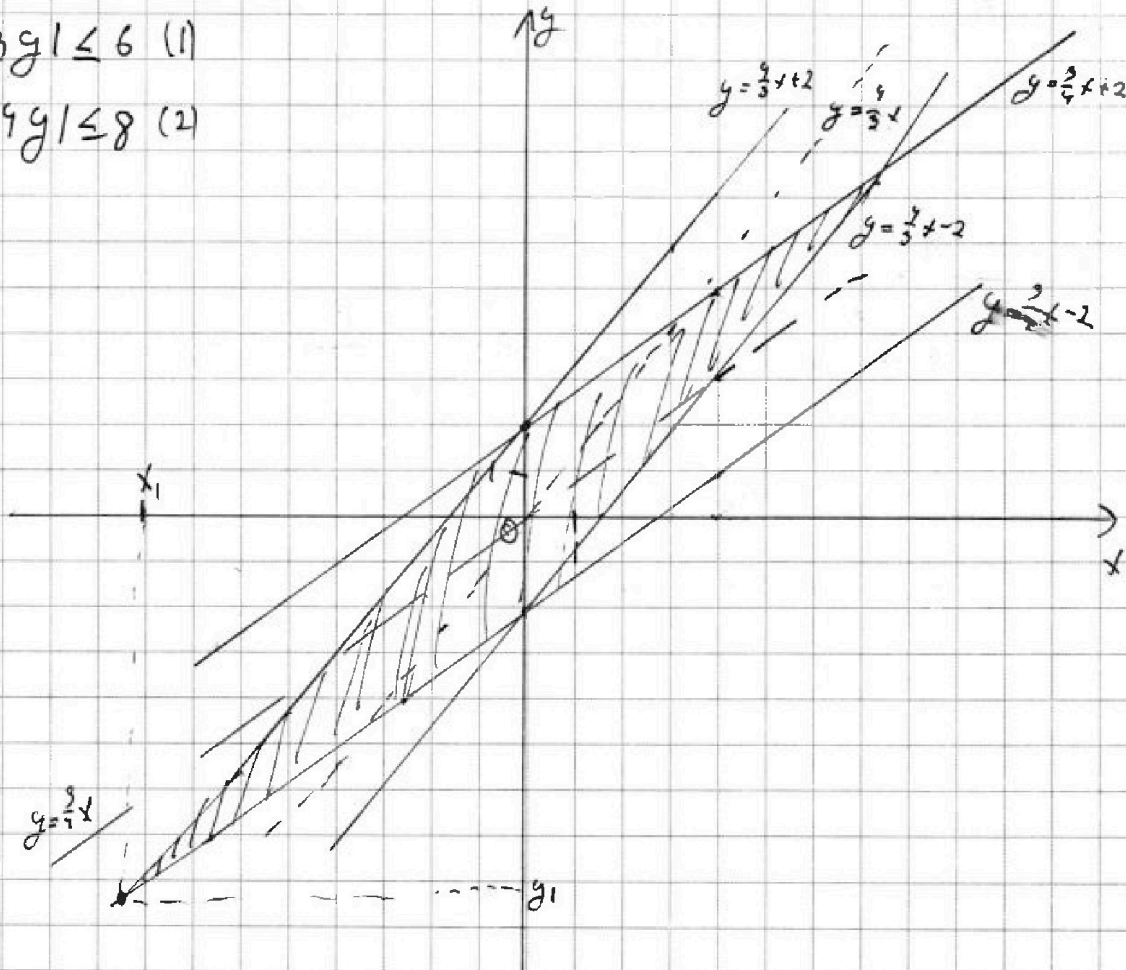


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 & (1) \\ |3x - 4y| \leq 8 & (2) \end{cases}$$



(1) I) $4x - 3y \geq 0$

$y \leq \frac{4}{3}x$: $4x - 3y \leq 6$

$\frac{4}{3}x - 2 \leq y$

II) $y > \frac{4}{3}x$

$\frac{4}{3}x + 2 \leq y$

(2) III) $3x - 4y \geq 0$

$x \geq 4y$

$\frac{3}{4}x \geq y$

$3x - 4y \leq 8$

$\frac{3x - 8}{4} \leq y \Rightarrow \frac{3}{4}x - 2 \leq y$

IV) $3x - 4y < 0$; $4y > 3x$

$\frac{3}{4}x < y$; $y > \frac{3}{4}x$

$\frac{3}{4}x + 2 \leq y$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

из условия видно, что минимальное допустимое значение x и y (обозначим x_1 и y_1) - точки пересечения $y = \frac{2}{4}x - 2$ и $y = \frac{4}{3}x + 2$

$$\frac{2}{4}x_1 - 2 = \frac{4}{3}x_1 + 2$$

$$\frac{(9-16)x_1}{12} = 4$$

$$x_1 = \frac{-48}{7}, \text{ тогда } y_1 = \frac{-3 \cdot 48}{4 \cdot 3} - 2 = \frac{-36 - 14}{7} = \frac{-50}{7}, \text{ тогда}$$

$$\text{мин значение } 14x + 7y \text{ будет при } \begin{matrix} x = x_1 \\ y = y_1 \end{matrix} \Rightarrow 14x_1 + 7y_1 =$$

$$= -96 - 50 = -146$$

Ответ: -146



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + gm - gh = (m-n)^2 + g(m-n) = (m-n)(m-n+g)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n) + 3mn = mn(m-n+3)$$

$$\begin{cases} A = 13p^2 \\ B = 3q^2 \end{cases} \quad (1)$$

g, p - простые
 $m, n \in \mathbb{N}$

$$(1) : \begin{cases} A = 13p^2 \\ B = 3q^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 3q^2 \\ B = 13p^2 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} (m-n)(m-n+g) = 13p^2 & (3) \\ mn(m-n+3) = 3q^2 & (4) \end{cases}$$

(3) ~~обозначим~~ обозначим $m-n = k$

$k(k+g) = 13p^2$, всегда можно найти p -простое число
(13 - тоже простое число)

$$\begin{cases} k=1 \\ k=p \\ k=13 \\ k=13p \\ k=13p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k=1 \\ k=p \\ k=13p \end{cases} \begin{cases} 13p^2=10 - \text{nem} \\ k+g \end{cases}$$

$$\begin{cases} k=1 \\ k+g=13p^2 \end{cases} \Rightarrow 13p^2=10 - \text{nem} \quad \begin{cases} k=p \\ k+g=13p \end{cases} \Rightarrow 12p=g - \text{nem}$$

$$\begin{cases} k=13 \\ k+g=p^2 \end{cases} \Rightarrow 22=p^2 - \text{nem} \quad \begin{cases} k=13p \\ k+g=p \end{cases} \Rightarrow -12p=g - \text{nem}$$

$$\begin{cases} k=13p^2 \\ k+g=1 \end{cases} \Rightarrow 13p^2+g=1 - \text{nem} \quad \begin{cases} k=p^2 \\ k+g=13 \end{cases} \Rightarrow p^2+g=13 \Rightarrow p^2=4, \\ \text{всегда можно, что } p\text{-простое,} \\ \text{но } p=2, \text{ делит } g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m=n+4; k=4$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(1): $mn(k+3) = 3q^2$

т.к. $h = 3q^2$, ввиду того, что q^2 - простое число, $k+3$,

а $m, n \in \mathbb{N}$, то $\begin{cases} mn : 21 \\ m = n+4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 7 \\ n = 3 \end{cases}$ (ввиду того, что $m, n \in \mathbb{N}$)

~~Решение~~

(т.к. $n^2 + 4n - 21f = 0$, где $f \in \mathbb{Z}$
~~т.к. $f \in \mathbb{N}$, тогда~~
 $n = 16 + 84f = 4(4 + 21f)$
 (целые значения n достигаются при целых значениях f)
 $\Rightarrow 4 + 21f = \text{полный квадрат}$
 $\Rightarrow f = 1 \Rightarrow n = 3 \Rightarrow m = 7$)

~~Решение~~

(2) Если же $A = 3q^2$ ~~то~~ а так же имеет вид пара (m, n) , то $3q^2 = 13p^2$ (ввиду того, что $A = 13p^2$ и пара (m, n) имеет), а это $3q^2 = 13p^2$ - невозможность, ввиду того, что $(3, 13, 4, 2)$ - простые числа

$\left(\frac{q}{p}\right)^2 = \frac{13}{3}$ $3q^2 = 13 \cdot 4$ ($p=2$)
 $q = \sqrt{\frac{13 \cdot 4}{3}}$ - невозможно,

т.к. q - простое число $\Rightarrow \frac{q}{p} \notin \mathbb{Z}$ $\begin{cases} m = 7 \\ n = 3 \end{cases}$ - единственная пара

Ответ: $m = 7$
 $n = 3$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№51

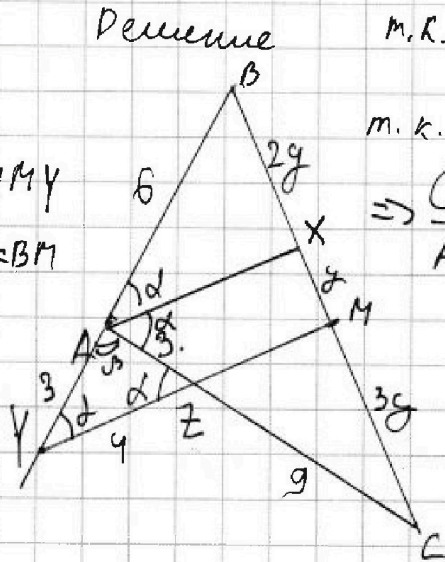
Дано

$$AC=12; AX \parallel YM$$

$$AZ=3 \quad CM=BM$$

$$YZ=9$$

$$BC=?$$



$$\text{м.к. } AC=12 \left. \begin{array}{l} AZ=3 \\ \end{array} \right\} \Rightarrow ZC=9$$

м.к. $AX \parallel YM$ (по углам), тогда, тогда

$$\Rightarrow \frac{CZ}{AZ} = \frac{CM}{MX} = \frac{9}{3} = 3 \Rightarrow CM = 3 \cdot XM$$

пусть обозначим $XM=y \Rightarrow CM=3y$,

$$\text{м.к. } BM=MC \text{ (по условию), тогда } BM=3y \Rightarrow BX=2y$$

~~м.к. $AX \parallel YM$ (по углам), тогда, тогда~~

Обозначим $\angle BAC = 2\alpha$, тогда всегда верно, что AX - медиана, тогда $\angle BAX = \angle XAC = \alpha$, тогда $\angle AZY = \angle XAZ = \alpha$, как наружные углы ($AX \parallel YM$; AZ - секущая), $\angle BAX = \angle BYM = \alpha$, как

соответств. ($AX \parallel YM$; BY - секущая), тогда $AY = AZ = 3$ (углы

при основании YZ в $\triangle YAZ$ равны), тогда м.к. $AX \parallel YM$

$$\frac{BX}{XM} = \frac{BA}{YA} = \frac{2y}{y} = 2 \Rightarrow AB=6, \text{ в } \triangle YAZ \text{ по теореме косинусов}$$

$$\cos B = \frac{YA^2 + AZ^2 - YZ^2}{2 \cdot YA \cdot AZ} = \frac{18 - 6}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{9} \Rightarrow \cos(180 - 2\alpha) = \cos B = -\cos(2\alpha) \Rightarrow$$

$\Rightarrow \cos(2\alpha) = -\frac{1}{9}$, тогда по теореме косинусов в $\triangle ABC$:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \frac{2\alpha}{2}} = \sqrt{36 + 144 + 2 \cdot \frac{1}{9} \cdot 6 \cdot 12} = \sqrt{180 + \frac{144}{9}} = \sqrt{\frac{900 + 120 + 144}{9}} = \sqrt{\frac{1164}{9}} = \sqrt{129} = 11$$

Ответ: $BC=11$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода непустима!

№5

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \quad (1)'$$

$$4x^2 + x - 5\sqrt{y} = 4y^2 - 5\sqrt{x} + y \quad (1)$$

(1)'

$$4x^2 + x + 5\sqrt{x} = 4y^2 + y + 5\sqrt{y}$$

$$4(x^2 - y^2) + (x - y) + 5(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x+y)(4(x-y) + 1) + 5(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$+ (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + 5(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$+ 5(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(4\sqrt{x} - 4\sqrt{y}) + (4(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 5) = 0$$

$$+ (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 5 = 0$$

m.k. $y \geq 0$

$$\forall x \geq 0, \text{ mo } 4\sqrt{x} = 4\sqrt{y}$$

$$x = y \text{ пооч}$$

$$\text{d. } \begin{cases} 30 \geq x + y^2 \\ x = y \\ x \in [0; 5] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \geq y^2 + y - 30 \\ x = y \\ y \in [0; 5] \end{cases} \quad (2)$$

(2): d.k. d.k.

$$y^2 + y - 30 = 0$$

$$\begin{cases} y = -6 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 \geq (y+6)(y-5) \\ y \in [0; 5] \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 5 \Rightarrow x = 5$$

Ответ: (5; 5)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(m-n)(m-n+9) = A$$

$$mn(m-n+3) = B$$

$$\begin{cases} A = 13p^2 \\ A = 3q^2 \end{cases}$$

3 + 12

3p

$$p(p+9) = 3p^2$$

$$p+9 = p$$

$$2p = 9$$

$$3p+9 = p$$

$$p = 4.5$$

$$n = -4.5$$

$$13p+9 = p$$

$$12p = -9$$

$$m-n+9 > m-n$$

$$m-n < 9$$

$$3 + m \geq n$$

$$m-n = 3p$$

$$m \geq n-3$$

$$m-n = k$$

$$3p+9 = p$$

$$(m-n) \cdot$$

$$m = k+n$$

$$2p = -9$$

$$\sqrt{m} \sqrt{k} = k(k+9)$$

$$kn = n^2$$

$$(k^2+4k)(k+3)$$

$$\sqrt{4x^2+4x-5} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}$$

$$4x^2+4x-5\sqrt{y} = 4y^2-5\sqrt{4+y}$$

$$\begin{cases} x \geq -6 \\ y \leq 5 \\ 30 \geq x+y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \in [0; 5] \\ 30 \geq x+y^2 \end{cases}$$

$$y \leq 5$$

$$y \in [0; 5]$$

$$30 \geq x+y^2$$

$$30 \geq x+y^2$$

$$x > 0$$

$$4x^2+4x-5\sqrt{y} = 4y^2+y+5\sqrt{y}$$

$$x=y$$

$$x=y$$

$$x=y=5$$

$$y \in [0; 5]$$

$$30 \geq y^2+y$$

$$0 \geq y^2+y-30$$

$$y = -6$$

$$y = 5$$

Ответ: $x=y=5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

П.к. квадрат 9×9 клеток, то кол-во узлов в нем
будет равно $10 \cdot 10 = 100$, тогда ввиду того, что ~~все~~ получив-
шиеся при повороте раскраски считаются одинаковыми,
а каждый угловой пиксель (раскраску) можно
вернуть 4 раза (возвратить в исходное положение). И
количество способов - S , которыми можно сделать выбор
двух различных точек, чтобы перевернуть их в белый
цвет: $S = 100 \cdot 99$, можно сделать вывод, что ~~все~~ всего
вариантов мы имеем S_1 , причем $S_1 = \frac{S}{4} = 25 \cdot 99$, ввиду
того, что выбрав ~~все~~ две различные точки, кол-во возможных
оставшихся вариантов уменьшается на 4 (~~все~~ раскраску
можно вернуть 4 раза (возвратить в исходное состояние), а
значит для получения 4 вариантов, которые являются одина-
ковыми по условию задачи), а значит общее количество
вариантов (способов), удовлетворяющих условию задачи в 4
раза меньше всех вариантов $\Rightarrow S_1 = 25 \cdot 99$

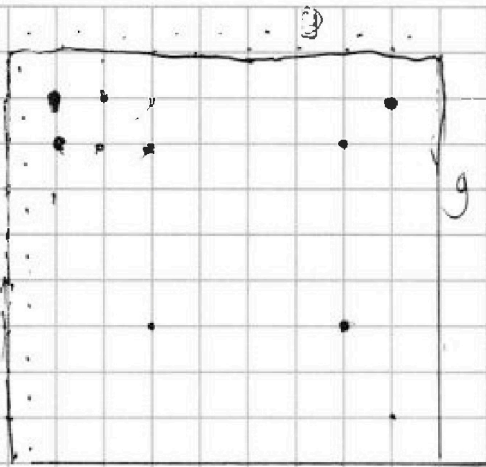
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



9x9 сеть при повороте - однокл, то

Всего 100 узлов
Каждый узел имеет 4 направления
при повороте квадрата или $\frac{1 \cdot 100}{2}$
узлов, где $n \in \mathbb{N} \Rightarrow$

25 уникальных направлений
одного узла

б) Мы введем 2 новых клетки \Rightarrow 4 варианта построения
отрадают, всего 100 узлов, для первого узла 100 способов,
для второго 99 \Rightarrow всего $S_0 = 100 \cdot 99$, т.к. в 4 раза меньше допу-
щений вариантов, то S_0 получим $\approx 25 \cdot 99$

$$n^3 \quad 2^7 - \frac{2^6}{2^2} + 17 \cdot \frac{2^2}{2^2} + 2^3 + 12 =$$

$$a_1 + 4d = 6x + 18 = 6(x+3) =$$

$$d \leq 0; d \neq 0$$

$$a_7 + 6d = (x^2 - 4x)^2 = x^2(x-4)^2 = x^2(x-4)(x-4)$$

$$d \leq 0$$

$$a_1 + 10d = -3x^2$$

$$x^2 - 4x + 16$$

$$(x - \dots) (x - \dots)$$

$$-5x^2 - 6x - 18 =$$

$$a_1 = x^9 - 4x^9 + 16x^2 + 3x^2 + 6x + 18 = 9x^7 + 19x^2 - 4x^3 + 6x + 18$$

$$2d = -(x^2 + 2x + 6)$$

$$2x^2 + 10x + 30 - 5x^2 - 10x - 30 =$$

$$-x^2 + 10x + 30 - 3x^2 - 6x - 18 =$$

$$a_1 - 2(x^2 + 2x + 6) = 6x + 18$$

$$-x^2 + 4x + 12 = x^2 - 8x + 16$$

$$a_1 = 2x^2 + 10x + 30$$

$$\begin{cases} a_1 = 2(x^2 + 5x + 15) \\ d = -(x^2 + 2x + 6) \end{cases}$$

$$x^9 - 8x^3 + 17x^2 + 4x + 12 = 0$$

$$n = 30$$

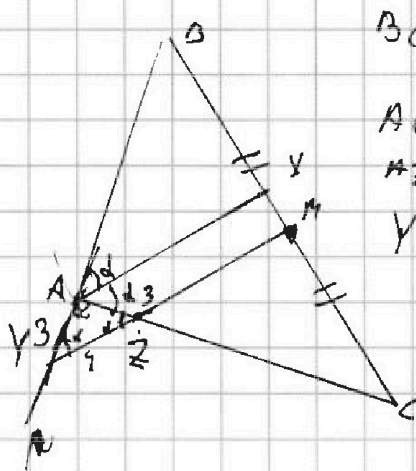


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

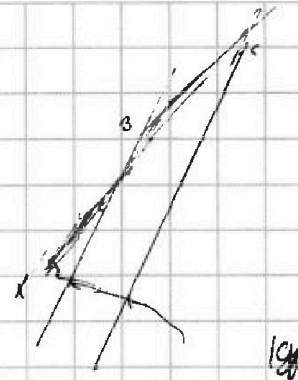


$BC = ?$

$AC = 12$
 $XZ = 3$
 $YZ = 4$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC}$$

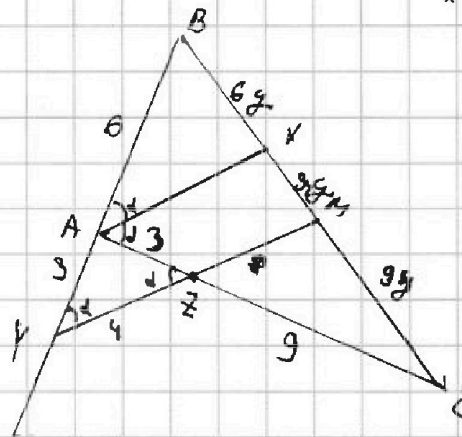
$$BX = XC \quad \frac{AB}{AC}$$



$$6x = 12 \cdot \frac{6}{12}$$

$$AB = 6$$

$180 - 2\alpha$
 $180 - 180 + 2\gamma - \gamma = \gamma$



$XZ = 3$
 $MC = 3 + 14$

$$\frac{CZ}{AZ} = 3$$

$$\frac{ML}{XM} = 3$$

$MC =$

$$\begin{array}{r} 1620 \quad 199 \\ \quad 198 \\ \hline 1764 \quad 2079 \\ \quad 14 \\ \quad 44 \\ \quad 54 \\ \hline 1764 \\ \quad 86 \\ \quad -81 \\ \hline 54 \end{array}$$

$BC = 18\gamma$

$BC = 14$

$$18\gamma = \sqrt{144 + 36 + 2 \cdot 14 \cdot 6 \cos(2\gamma)}$$

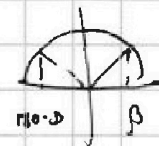
$180 \quad 6 \cdot 12 = 72$

$$\cos \alpha = \frac{3 + 16 - 9}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

$$\cos(2\alpha) = \frac{\cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

$$\cos \beta = \frac{18 - 16}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{9}$$

$\cos(\pi)$



$\beta = (180 - 2)\alpha$

$\cos(180 - \beta) = \cos \beta$

$6 \cdot 12 = 60 + 12 = 72$

$1000 + 764 = 1764$

$36 + 144 = 40 + 140 = 180$

$\frac{144}{9}$

$\frac{900 + 720 + 144}{9} = \sqrt{196} = 14$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$13 \mid m, n \in \mathbb{N}$$

p, q - простые

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = 13p^2$$

$$B = 10^2n - mn^2 + 3mn = 3q^2$$

$$(m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9) = A = 13p^2$$

$$13p^2 = (m-n)(m-n+9) \quad 13 \cdot p \cdot p \quad m-n \neq 13 \quad m-n = 13p$$

$$3q^2 = mn(m-n+3) \quad 3 \cdot q \cdot q \quad m-n = p \quad 13p+9 = p$$

$$p+3 = p+13 \quad 12p+9=0$$

$$-12 = -9$$

$$12p = 3$$

$$4p = 1$$

$$mn(n-n) + 3mn = mn(m-n+3)$$

$$m-n \neq 13p^2$$

$$m-n \neq 13$$

$$m-n \neq 13p$$

$$m-n \neq 1$$

$$m-n \neq p$$

~~13p^2~~

$$m-n = p$$

$$m-n+9 = p+9 = 13p$$

$$12p = 9$$

$$4p = 3$$

$$p = \frac{3}{4}$$

$$m-n = 1$$

$$m-n = 13$$

$$m-n = 13p$$

$$m-n = 13p^2$$

$$m-n+9 = 4p^2$$

$$m-n+9 = 13p^2 \quad \neq$$

$$m-n+9 = 0$$

$$m-n+9 = 1$$

$$m-n = 10$$

$$9q+q^2 = 3q^2$$

$$m-n = p-9$$

$$p-9 = 13p$$

$$-9 = 12p$$

$$13p^2 + 9 = 1$$

$$(m-n) \in \mathbb{N}_1$$

$$3q^2 = (m-n)(m-n+9)$$

$$2q^2 = 9q$$

$$q(2q-9) = 0$$

$$13p^2 + 9 = 1$$

$$(m-n+9) \in \mathbb{N}_2$$

$$m-n = 1$$

$$1 \cdot 10$$

$$q(2q-9) = 0$$

$$13p^2 + 9 = 1$$

$$m-n = 3$$

$$3 \cdot 12$$

$$1; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23$$

$$m-n = 9$$

$$9 \cdot (9+9)$$

$$p^2 + 9 = 13$$

$$p^2 = 22$$

$$m-n = 39$$

$$(39)(39+9)$$

$$p^2 \leq 9$$

$$\left\{ \begin{array}{l} p=2 \\ m-n=13 \end{array} \right.$$

$$m-n = 39^2$$

$$39+9 = 9$$

$$p=2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} p=2 \\ m-n=13 \end{array} \right.$$

$$K(K-9)$$

$$13 \cdot 7 = 101 + 252$$

$$K^2 - 9K = 13p^2$$

$$144 - 90 = 18$$

$$54 - 18 = 44 \cdot 8 = 36$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 1) \quad a_1 + 4d &= 6(x+y) \\ a_1 + 6d &= x^2(x-4)(x-9) \\ a_1 + 10d &= -3y^2 \end{aligned}$$

$$24 \quad x^4 - 8x^3 + 6x^2 = 6x - 18 = -x^2 - 2x - 6$$

$$x^4 - 8x^3 + 7x^2 - 6x + 12 = 0$$

$$2d = -(x^2 + 2x + 6)$$

$$\begin{aligned} -x^2 - 2x - 6 \\ (x^2 + 2x + 6) \end{aligned}$$

$$a_1 = 6x + (8 + 2x^2 + 4x + 12) = 2x^2 + 10x + 30 = 2(x^2 + 5x + 15)$$

$$-6(x^2 + 2x + 6) = -3x^2 - 6x - 18$$

$$-6x^2 - 12x - 36 = -3x^2 - 6x - 18$$

$$3x^2 + 6x + 18 = 0$$

$$x^2 + 2x + 6 = 0$$

$$D = 4 - 24$$

$$x^4 - 5x^3 + 6x^2 = -4d$$

$$x^4 - 5x^3 + 6x^2 = 2x^2 + 4x + 12$$

$$x^4 - 5x^3 - 15x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$-x^3 + 32x^2 = 0$$

$$x^2(32 - x) = 0$$

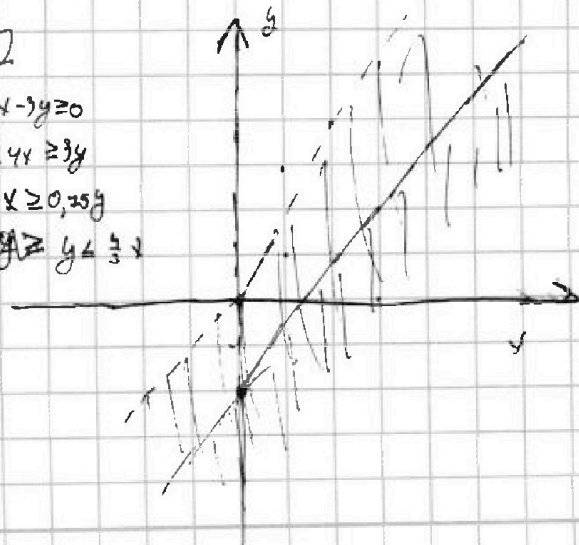
$$\begin{cases} x = 0 \\ 32 = x \end{cases}$$

$$6d = -3x^2 - 6x - 18 \quad (\text{из (1) и (2)})$$

$$2d = -x^2 - 2x - 6$$

$$\begin{aligned} 9 \quad d &= -3 \\ 18 \quad 4x - 3y &\leq 6 \\ 0 \quad 7x &= 6 + 3y \\ 0 \quad y + 2 &= \frac{1}{3}x \\ 3x \quad y &= \frac{4}{3}x - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12 \quad x: 4x - 3y &\geq 0 \\ y: 4x &\geq 3y \\ x &\geq 0, 35y \\ 3x &\geq y \leq \frac{4}{3}x \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \quad 14x + 7y = k_{\min} \quad \begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$1) \quad 4x - 3y \leq 6 \quad (4x \geq 3y \mid y \leq \frac{4}{3}x)$$

$$4x - 6 \leq 3y$$

$$\frac{4}{3}x - 2 \leq y$$

$$y > \frac{4}{3}x$$

$$3y - 4x \leq 6$$

$$3y \leq 6 + 4x$$

$$y \leq 2 + \frac{4}{3}x$$

$$2 \leq 2 + \frac{4}{3}x$$

$$0 \leq \frac{4}{3}x$$

$$1 \geq \frac{8}{3} - 2$$

$$1 \geq \frac{2-6}{3}$$

$$1 \geq \frac{2}{3}$$

$$3x \geq 4y$$

$$y \leq \frac{3}{4}x$$

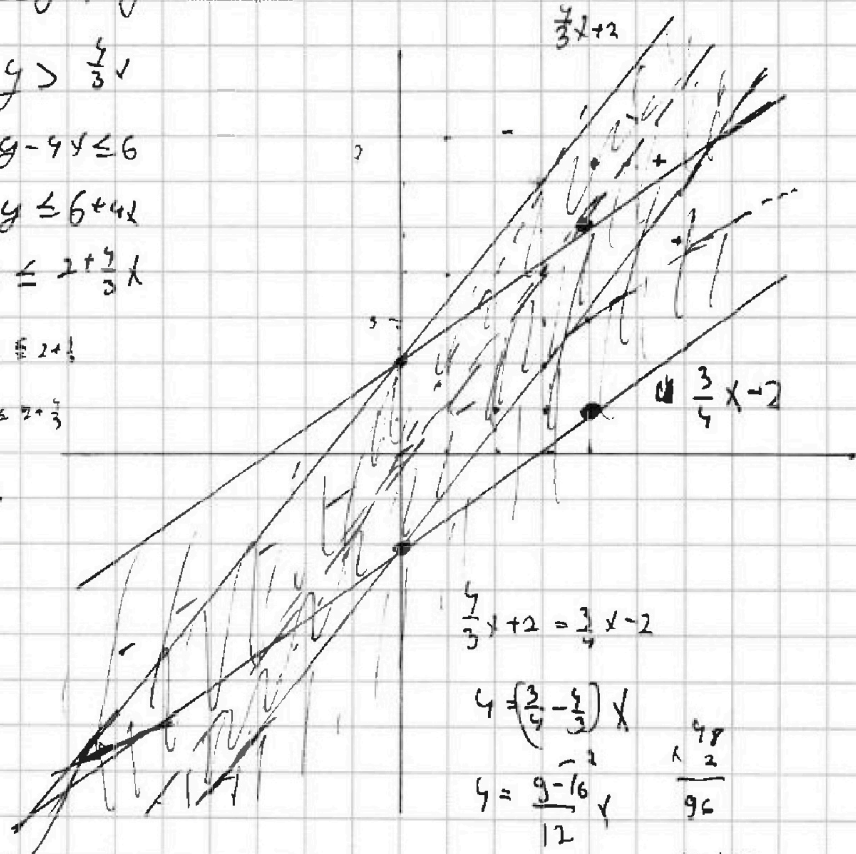
$$3x \leq 8 + 4y$$

$$\frac{3}{4}x - 2 \leq y$$

$$4y - 3x \leq 8$$

$$4y = 8 + 3x$$

$$y = 2 + \frac{3}{4}x$$



$$\frac{4}{3}x + 2 = \frac{3}{4}x - 2$$

$$4 \left(\frac{3}{4} - \frac{4}{3} \right) x$$

$$4 = \frac{9-16}{12} x$$

$$4 = \frac{7}{12} x$$

$$\frac{48}{7} x \Rightarrow x = \frac{48}{7}$$

$$\frac{48}{7} \cdot \frac{3}{4} + 2 = \frac{37+40}{7}$$

$$\frac{40+24+14}{7}$$

$$\frac{48}{7} \cdot \frac{3}{4} + 2 = \frac{37+40}{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$14x + 7y = 7(2x + y)$$

$$\begin{cases} 4x - 3y \leq 6 \\ 3x - 4y \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 4x &\geq 3y \\ x &\geq 0,75y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I)} \quad x &\geq 0,75y \\ 4x - 3y &\leq 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II)} \quad x &< 0,75y \\ 3y - 4x &\leq 6 \end{aligned}$$

$$3x \geq 4y$$

$$\begin{aligned} \text{IV)} \quad x &\geq \frac{4}{3}y \\ 3x - 4y &\leq 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{III)} \quad x &< \frac{2}{3}y \\ 3x - 4y &\leq 8 \\ 4y - 3x &\leq 8 \end{aligned}$$

$$x \geq \frac{2}{3}y$$

$$\text{1)} \begin{cases} 4x - 3y \leq 6 \\ 3x - 4y \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 7x - 7y &\leq 14 \\ x - y &\leq 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2)} \quad x &< \frac{2}{3}y \\ 3y - 4x &\leq 6 \\ y - x &\leq 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3)} \quad x &\geq 0,75y \\ x &\leq \frac{2}{3}y \end{aligned}$$

$$x + y \leq 14$$

$$\begin{aligned} \text{4)} \quad x &\geq 0,75y \\ x &< \frac{4}{3}y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4y - 3x &\leq 8 \\ 4x - 3y &\leq 6 \end{aligned}$$

$$x + y \leq 14$$

$$-3x - 4y - 4x + 3y \leq 14$$

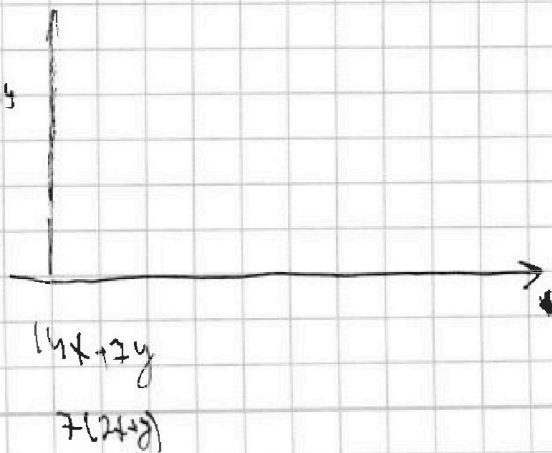
$$14 \geq |4x - 3y| + |3x - 4y|$$

$$1) \quad 4 \geq x - y$$

$$3) \quad 4 \geq x + y$$

$$2) \quad 4 \geq y - x$$

$$4) \quad 4 \geq -x - y$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$a_5 = a_1 + 4d = 6x + 18$$

$$a_1 = 6(x+3) + x^2(x-4) + 3x^2 =$$

$$a_9 = a_1 + 8d = (x^2 - 4x)^2$$

$$= x^4 - 8x^3 + 16x^2 + 18x + 3x^2 + 18 =$$

$$x_{11} = a_1 + 10d = (-3x)^2$$

$$= x^4 - 8x^3 + 19x^2 + 6x + 18$$

$$2d = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$d_1 - 2d = 3x^2 + 12x + 36 = 3(x^2 + 4x + 12)$$

$$D = 16 - 48 < 0$$

$$a_1 + 2d = 2(x^4 - 8x^3) + 35x^2 = 2x^4 - 8x^3 + 35x^2 = x^2(2x^2 - 8x + 35)$$

$$64 - 35 \cdot 2$$

$$20 + 19$$

$$20$$

$$4d = -8x^2 = x^4 + 8x^3 - 16x^2 = -x^4 + 8x^3 - 19x^2$$

$$6d = -3x^2 - 6x - 18$$

$$3d = -x^2 - 2x - 6$$

$$2d = -(x^2 + 2x + 6)$$

$$4 - 24 < 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1 3 5 4 6 2

$mn(m-n+g) = 130^2$ $p+g = 13p$ $n^2 + 4n = 21$ $m-n = p^2$ $n^2 + 4n - 21 = 0$

$mn = 13$ $q = 13p$ $\frac{7+13}{2} = 10$ $g-13 = \frac{4}{3}$ $m-n+g = 13$ $p = 2$ $p = 16 + 84k$

$p^2 = m-n+3$ $m+n = 14$ $\frac{2}{4} = 1/2$ $m = \frac{13}{m}$ $84 \cdot 13$

$m-n = c$ $\frac{13}{m} = n$ $p^2 = \frac{m^2 - 13}{m} + 3$ $m+13$ $(m+13) = 13-1$ 21

$m = n+13$ $p^2 + 3 = \frac{m^2 - 13}{m}$ $(m-n)(m-n+g) = 130^2$

$(k+n)(k+g)$ $mn = 13p$ $m = \frac{13p}{n}$ $\frac{21}{25}$ $9(4+21f)$

$p = (m-n+3)$ $p = \frac{13p - n^2}{n} + 3$ $m-n : 13$

$p+n = m+3$ $pn - 13p + n^2 - 3n = 0$ $m-n : 13$

$3p^2 = (m-n)(m-n+g)$ $m-n+g \geq m-n$ $10 \cdot 19 = 11 \cdot 20$

$m-n : 3$ $m-n+g = 3p^2$ $m-n+g = 3p^2 \Rightarrow m = n+1$ $10 = 3p^2$

$m = n+4$ $m-n = 1$ $m-n+g = 3p$ $p+g = 3p$

$p = 3$ $m-n = p$ $2p = g$

$mn(n-n+g) = 39^2$ $40 + 4$ $m = p+n$

$mn(7) = 39^2$ $27 = (m-n)(m-n+g) \cdot 4 \cdot 13$ $p+g = 3p$ $8 \cdot 12$

$mn = 21$ $7 : 3$ $k(k+g)$ $5 \cdot 13$ $2p = g$ $80 + 56$

$k = m-n = 4$ $3 \cdot 9$ $5 \cdot 13$ $p = 4,5 - 4n$ $\frac{136}{10} p$

$m = n+4$ $-9 \cdot -3$ $k(k+g) = 39^2$ $7 \cdot 16$ $20 + 42 = 112$

$m-n+g = 13$ 10 $21 + 16$ $112 : 2$

$m = n+4$ 22 4 20 $3 \cdot 3$ $112 : 2$

$m = n+4$ $36 =$ $9 \cdot 9 \cdot 2$ 80 $9 \cdot 18$ 22

$m = 3$ $6 \cdot 13$ $60 + 30$ $9n$ $30m = 57$ $D = 16 + 21f$

$n = 3$

$\begin{cases} m = n+4 \\ mn = 21 \end{cases}$

$n^2 + 4n = 21$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m-n) + g(h-n) = (m-n)(m-n+g)$$

$$B = mn(m-n) + 3mn = (m-n+3)mn$$

$$13p^2$$

$$3q^2$$

$$3 \cdot 13^2 \quad ((3) \cdot (3) \cdot 13)$$

$$m-n \in P; q$$

$$mn \in P; q$$

$$m \in D$$

$$n \in q$$

$$mn(m-n+3) = 13p^2$$

$$(m-n)(m-n+3) = 3q^2$$

$$\text{чл. } m-n = 3$$

$$-(0 \cdot 1 \quad n-n+3 = -)$$

$$3 \cdot 12$$

$$m-n = -12$$

$$p \cdot q = p_1$$

$$p \cdot q = p_2$$

$$3-2=1$$

$$6 \cdot 3$$

$$2 \quad 3 \quad 5 \quad 7 \quad 11 \quad 13 \quad 13 \quad 19 \quad 23 \quad 29 \quad 31 \quad 37 \quad 41$$

$$13 \cdot 1$$

$$12+3$$

$$15$$

$$m-n = p$$

$$15 \cdot 13$$

$$p(A+g) = 3q^2$$

$$\frac{1}{4} \cdot 3$$

$$9 \cdot 3$$

$$16 \cdot 3$$

$$25 \cdot 9$$

$$36 \cdot 11$$

$$49 \cdot 13$$

$$64 \cdot 15$$

$$81 \cdot 17$$

$$100$$

$$121$$

$$144$$

Квадраты окр. на 9q
вспомогат. чисел, $13 \cdot 13 \cdot 13$

$$\begin{cases} (m-n)(m-n+g) = 13p^2 \\ mn(m-n+3) = 3q^2 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} (m-n)(m-n+g) = 3q^2 \\ mn(m-n+3) = 13p^2 \end{cases} \quad (2)$$

$$13h(13-h)$$

$$13h(16-h) = 13p^2$$

$$13^4 \cdot 12$$

$$13 \cdot 9 \cdot 2$$

$$13h(10-h)$$

$$16 \quad 25 \quad 36 \quad 49$$

$$13 \cdot 36 \cdot 17$$

$$p+g = 3p$$

$$2p = g$$

$$p+g = 3$$

$$p = -6$$

$$m-n = -6$$

$$m-n+g = 3$$

$$m-n = -6$$

$$3 \cdot (-6)$$

$$-18$$

$$(1) \begin{cases} k(k+g) = 13p^2 \\ mn(k+3) = 3q^2 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} k(k+g) = 3q^2 \\ mn(k+3) = 13p^2 \end{cases}; m, n \in \mathbb{N}$$

$$m-n=1$$

$$m-n+g = 13p^2$$

$$m-n=-1$$

$$m-n+g = 13p^2$$

$$13-1$$

$$169 \cdot 13 = 169$$

$$m-h=p$$

$$p+g=3p$$

$$m-h=3p$$

$$3p+g=0$$

$$m-n=|p|$$

$$m-n+g=$$

$$k+3=13$$

$$k=10$$

$$k=13i-3$$

$$m-n=13i-3$$

$$\frac{13-i^2}{n} = 1$$

$$13-i^2-n=0$$

$$k=0$$

$$p+g=13p$$

$$m-13p+n$$

$$k=13p$$

$$13p+g=p$$

$$m-h+g = 13p$$

$$m-13p+g=p$$

$$13p^2+g=1$$

$$(m-n+3)mn = 13p^2$$

$$13 = 11169$$

$$k=13$$

$$13+g=p^2$$

$$-13p = g$$

$$-13p = g$$

$$mn = 13$$

$$m = \frac{13}{n}$$

$$\left(\frac{13-i^2}{n} + 3\right)13 = 13$$

$$p^2 = \frac{13-i^2}{n} + 3$$

$$k = 13p = 0$$

$$m-n = 13p$$

$$n = 13p + m$$

$$n = 2$$