



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12 - 12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Сх-ма Горнера:

$$\begin{array}{c|ccc|c} 1 & 6 & 6 & -4 \\ -2 & 1 & 4 & -2 \end{array} \Rightarrow x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = (x+2)^2(x^2 + 4x - 2)$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$D = 16 + 4 \times 2 = 24 \Rightarrow x_1 = \frac{-4 - 2\sqrt{6}}{2}; x_2 = \frac{-4 + 2\sqrt{6}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = -2 - \sqrt{6}; x_2 = -2 + \sqrt{6}$$

Итак, наименьшее значение  $= -2; -2 - \sqrt{6}; -2 + \sqrt{6}$ .

Ответ:  $-2 - \sqrt{6}; -2; -2 + \sqrt{6}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_2 = a_1 + d = 12 - 12x$   $d$  - разн. между соседними чл.  
 $a_4 = a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2$   $a_n$  -  $n$ -ый член ариф. пр.  
 $a_8 = a_1 + 7d = -6x^2$

И.Ф.  $a_8 \leq 0$ ;  $a_4 \geq 0$ ,  $\Rightarrow a_2 \geq 0$ ,  $\neq 0$

$a_8 - a_2 = 6d = -6x^2 + 12x - 12$ ;  $\Rightarrow d = -x^2 + 2x - 2$ ,  $\Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 - 2x + (2+d) = 0$

$a_4 = (x(x+4))^2 = x^2(x+4)^2$

$a_8 - a_4 = 4d = -6x^2 - x^2(x^2 + 8x + 16)$ ,  $\Rightarrow$

$\Rightarrow 4d = -x^4 - 8x^3 - 22x^2 = -x^2(x^2 + 8x + 22)$ ,  $\Rightarrow$

$\Rightarrow -4x^2 + 8x - 8 = -x^4 - 8x^3 - 22x^2$ ,  $\Rightarrow$

$\Rightarrow x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$

Заметим, что  $P(-2) = 0$

Выполняется деление Горнера:

	1	8	18	8	-8	
-2	1	6	6	-4	0	$\Rightarrow x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = (x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4)$

$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$

~~при  $x \leq -\frac{5}{2}$   $x^3 + 6x^2 + 6x - 4 > 0$ ,  $\Rightarrow$  нет корней~~  
~~или  $x \geq 1$   $x^3 + 6x^2 + 6x - 4 > 0$ ,  $\Rightarrow$  нет корней~~  
 Вспомогательная функция  $f(x) = x^3 + 6x^2 + 6x - 4$   
 $f'(x) = 3x^2 + 12x + 6 = 3(x^2 + 4x + 2) = 0$   
 $x^2 + 4x + 2 = 0$   
 $x = -2 \pm \sqrt{2}$   
 $f(-2 + \sqrt{2}) = (-2 + \sqrt{2})^3 + 6(-2 + \sqrt{2})^2 + 6(-2 + \sqrt{2}) - 4 = 0$   
 $f(-2 - \sqrt{2}) = (-2 - \sqrt{2})^3 + 6(-2 - \sqrt{2})^2 + 6(-2 - \sqrt{2}) - 4 = 0$   
 Заметим, что при  $x = 2$   $x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$ .

Заметим, что при  $x = 2$   $x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

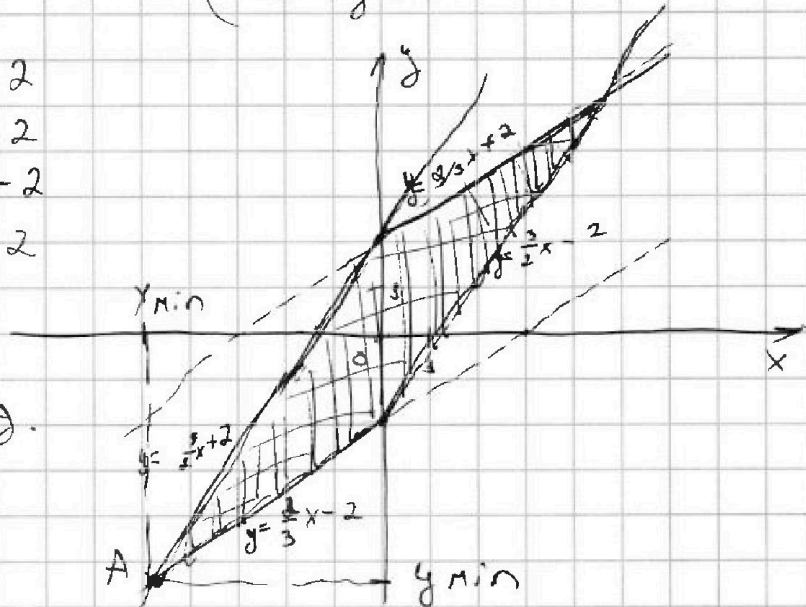
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2} \quad \begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y \leq 6 \\ 2x-3y \geq -6 \\ 3x-2y \leq 4 \\ 3x-2y \geq -4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \geq \frac{2}{3}x - 2 \\ y \leq \frac{2}{3}x + 2 \\ y \geq \frac{3}{2}x - 2 \\ y \leq \frac{3}{2}x + 2 \end{cases}$$



Возмож. макс.  
нах. на коорд.  
м.  $(x; y)$

~~$10x + 5y$  - наименьшее, если  $x$  и  $y$  отрицат. - наим.~~

~~мин.~~,  $\Rightarrow$  минимум

Видно, что  $10x + 5y$  - наим. в т. А, ведь в т. А

$x$  - min и  $y$  - min  $A = (x_{min}; y_{min})$ .

А - образц. пересек. прям.  $y = \frac{2}{3}x - 2$  и прям.  $y = \frac{3}{2}x + 2, \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}x - 2 = \frac{3}{2}x + 2, \Rightarrow 4x - 12 = 9x + 12, \Rightarrow 5x = -24, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = -\frac{24}{5} = -4,8, \Rightarrow y = -3 \times 2,4 + 2 = -5,2, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (10x + 5y)_{min} = (-48 - 26) = -74.$$

Ответ:  $-74$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ 13 \_  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{д3 } A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n; B =$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$$

$$A = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = mn(m - 2n - 2)$$

Заб, что если  $p \neq 3$  и  $p \neq 5$ , то  $\text{НОК}(A; B) = 1$

Пусть  $m - 2n = k$ ,  $\rightarrow$  если разность наименьших простых чисел:  $(p^2) \times 17, 49, 15$ .

$$\Rightarrow A = k \cdot (k + 13)$$

Зу Пусть, что (1) у A и (2) у B

$$B = mn \cdot (k - 2)$$

множители  $\neq$  сомб. 17 и 15, все

возм  $k + 13 = 30$ , где  $\sqrt{30}$  - не прост.

(2) у A и (2) у B  $\neq 17$  и  $15$ , или  $15$  и  $17$  (при м.к. разл. множ.  $15$  и  $17 \neq 15$ ),  $\Rightarrow$

$\Rightarrow ((2) \text{ у } A \text{ и } (3) \text{ у } B) \text{ или } ((1) \text{ у } A \text{ и } (1) \text{ у } B) = 15 \text{ и } 17$

или  $17$  и  $15$ ,  $\Rightarrow$  либо (2) у A и (2) у B наим. - абсо.

пр. чисел, или (1) у A и (2) у B.

Если  $k = 2$ ,  $k + 13 = p^2$ ; но если  $k \neq 2$ , то

$k + 13 \equiv 2 \pmod{2}$ ;  $k + 13 \equiv 4 \pmod{4}$  и при  $k = 2$ ,  $q = 0$  (не-прост.),  $\Rightarrow (k - 2)$  и  $k - 2$  - аб. прост. числа;

Пусть  $k + 13$  и  $mn = 17$  и  $15$  или  $15$  и  $17$ .

Зу

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} m - 2n + 13 = 17 \\ mn = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2n = 4 \\ mn = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mn = 17 \\ m - 2n = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m - \frac{30}{m} = 4$$

$$m^2 - 4m - 30 = 0, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D = 16 + 120 = 136, \Rightarrow$$

$\Rightarrow m$  - не натур.  
( $m$  - к.  $\sqrt{D}$  - иррац.)

$$\text{или } m - \frac{34}{m} = 2$$

$$m^2 - 2m - 34 = 0$$

$$D = 4 + 4 \times 34 = 35 \times 4, \Rightarrow$$

$\Rightarrow m$  - не натур.;  $\sqrt{D}$  - иррац.

2) Если  $\forall k \in \mathbb{N}$  и  $mn \leq 17$  или  $15$  или  $15$  и  $17$ .

$$\begin{cases} m - 2n = 17 \\ mn = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - \frac{30}{m} - 17 = 0 \\ n = \frac{15}{m} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - \frac{34}{m} = 15 \\ n = \frac{17}{m} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 17m - 30 = 0$$

здесь  $\sqrt{D}$  - иррац.,  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow m$  - не нат.

$$\text{или } m^2 - 15m - 34 = 0$$

$m_1 = 17, m_2 = -2, \Rightarrow$   
не натур.

$$\Rightarrow m \leq 17, \Rightarrow$$

$\Rightarrow n = 1 \Rightarrow$  единственная пара:  $(17, 1)$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

• Если  $k+13 = 17 \times r^2$  или  $15 \times r^2$ , то  $k = 1$ , но  
 $14 \neq 17 \times r^2$ ;  $14 \neq 15 \times r^2$  ( $r$  - прост.)

• Если  $k+13 = 17 \times r$  или  $15 \times r$ , то  $k = r$ , но,

• если  $r \neq 2$ , то  $k+13$  - четное,  $\Rightarrow 17 \times r \neq k+13$ .

• если  $r = 2$ , то  $k = 2$ , то  $15 \times 2$  или  $15 - 17 \times 2$

не верно

• Если  $k+13 = r^2$ ,  $\Rightarrow k = 17$  или  $15$ ,  $\Rightarrow$

$\Rightarrow r^2 = 30$  или  $r^2 = 28$ , что невозможно

но,  $\Rightarrow$  есть единственная пара:

~~(10; 3)~~

~~(10; 3)~~

• Если  $k+13 \leq r$ , то  $k = 17 \times r$  или  $15 \times r$ ,  $\Rightarrow$

$\Rightarrow k = 17(k+13)$  или  $k = 15(k+13)$ ,  $\Rightarrow$

$16k = -13 \times 17$ ,  $\Rightarrow k = -\frac{13 \times 17}{16}$

$\Rightarrow k = -\frac{13 \times 17}{16}$ , но разность 2 диаметров чисел (M и 2N) не может

быть не целой,  $\Rightarrow \emptyset$ .

• Если  $k+13 = r$ ; то  $k = 17 \times r^2$  или  $k = 15 \times r^2$ ,  $\Rightarrow$

$\Rightarrow k = -12$ ,  $\Rightarrow \emptyset$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Итак, все рассмотрим все возможные случаи, чему может быть равно  $k+1,3$ , и только 1 привел нас к ~~целочисленному~~ ~~ответу~~  $\neq$  паре,  $\Rightarrow (m; n) = (10; 3)$ .

Ответ:  $(10; 3)$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Попробуем при  $A=3$  и  $M \leq 17$   $k=13$ ,  $\Rightarrow k+13=28$  - не всегда прост. число.~~

$$A = (m-2n)(m-2n+13) = k(k+13)$$

$$B = mn(k-2)$$

• Если  $k+13 = 17$  или  $15$ ;  $\Rightarrow k = 4$  (к-простое число)

$$k=4$$

$$k=2$$

$$k=2$$

не подходит, ведь  $2n$  - не прост.?

$$B = mn \times 2 \neq q^2$$

~~$15 \times 9$~~   ~~$15 \times 2$~~   ~~$2 = q$~~ , ведь

но  $2m$ ,  $2n$  и  $2mn$  - не прост. числа,

и  $15$  или  $9$  не подходят, ведь  $mn$

$m$  и  $n$  будут не целыми (если  $m$  и  $n \neq 1$ ),  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  если  $m$  и  $n \neq 1$ , но  $q \leq 2$ ,  $\Rightarrow m \times n = 30$ ;

$$k=4 = m-2n, \Rightarrow m - \frac{60}{m} - 4 = 0, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m^2 - 4m - 60 = 0, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 = 6, m_2 = -10 \text{ (не натур.)} \Rightarrow m = 10, \Rightarrow n = 3.$$

Подстановка  $m$  и  $n$  видно, что они подходят.  $(10; 3)$

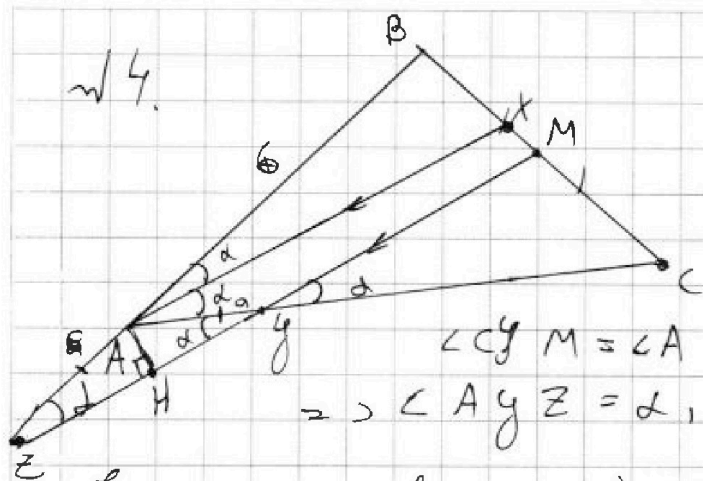


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1)  $AX \parallel YM$  (по уму), то  $\angle MYC = \angle MAC = \alpha$ ;

$AX - \text{серед.} \Rightarrow \angle BAX = \alpha$

$\angle CYM = \angle AZC$  (как вершине),  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AYZ = \alpha, \Rightarrow \angle AZY = 2\alpha - \alpha = \alpha$

(по теор. о вер. углу),  $\Rightarrow \triangle ZAY - \text{равноб.} \Rightarrow$

$\Rightarrow ZA = AY = 6$ .

По теор. Мюрера:  $\frac{AY}{YC} = \frac{AM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} = 1, \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{6}{12} \times \frac{BA+6}{6} = 1, \Rightarrow BA = 6$$

Проведем AH.

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{AH}{ZH} \cdot \frac{ZH}{ZA} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, \Rightarrow \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = \\ &= 2 \times \frac{4}{9} - 1 = \frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9} \end{aligned}$$

По теор. косинусов для  $\triangle BAC$ :

$$BC^2 = 36 + 18^2 + 2 \times \frac{1}{9} \times 6 \times 18, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BC^2 = 360 + 4 \times 6 = 360 + 24 = 384, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BC = 2\sqrt{96} = 4\sqrt{24} = \underline{8\sqrt{6}}$$

Ответ:  $8\sqrt{6}$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \nlessdot 3$$

$$\sqrt{13} \nlessdot 7$$

$$\sqrt{13} < 7, \Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \text{ - подходит.}$$

$$2) x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$-1 - \sqrt{13} \nlessdot -8, \Rightarrow$$

$$= 5\sqrt{13} \nlessdot -7, \Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \text{ -}$$

$$\text{- подходит.}$$

$$3) x = -0,5 + \sqrt{10}$$

$$-0,5 + \sqrt{10} \nlessdot 3$$

$$\sqrt{40} \nlessdot 7, \Rightarrow x = -0,5 + \sqrt{10} \text{ -}$$

$$\text{подходит.}$$

$$4) x = -0,5 - \sqrt{10}, \Rightarrow 7 \quad -0,5 - \sqrt{10} \nlessdot -4$$

$$-\sqrt{40} \nlessdot -7, \Rightarrow x = -0,5 - \sqrt{10} \text{ -}$$

$$\text{подходит.}$$

Итак, все корни ~~указаны~~ 0 и 3,  $\Rightarrow$

$$\rightarrow \text{ответ: } x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \quad ; \quad x = -0,5 + \sqrt{10}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt[4]{5} \begin{cases} 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 & (1) \\ \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} & (2) \end{cases}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \quad (2)$$

ОДЗ:  $x \geq 0; y \geq 0$ .

при  $x \geq 0$   $2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x}$  и  $2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y}$  —

строго возрастают,  $\Rightarrow$  единств.  $x$  и

$y$  соответ. опреде. знач. функ-ии,  $\Rightarrow$

$\Rightarrow x = y$ . перенесли 2 уравн.:

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x^2-x}$$

Пусть  $a = \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = \sqrt{2\sqrt{12-x^2-x}}$ ;

$$a^2 = x+4 + 3-x - 2\sqrt{12-x^2-x} \Rightarrow \text{ОДЗ: } \begin{cases} x \geq -4 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 = 7 - 2\sqrt{12-x^2-x} \Rightarrow 2\sqrt{12-x^2-x} = 7 - a^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a + 5 = 7 - a^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1 = 1; a_2 = -2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x}$$

const

слева — const; справа — функ-ия

Которая строго возр.,  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  единств. решен. этого уравн.

Подбором находим

$$\sqrt{3-x} + \sqrt{2\sqrt{12-x^2-x}} = x+4$$

$$\sqrt{3-x} = x+4 - \sqrt{2\sqrt{12-x^2-x}} \Rightarrow 3-x = x^2 \Rightarrow x^2 + x - 3 = 0$$

$x > 0$

$$-2 = \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3-x - \sqrt{3-x} + 4 = x+4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x-3 = -\sqrt{3-x} \Rightarrow x \leq \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 = -16x + 48 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 4x - 39 = 0$$

$$D = 16 + 39 \times 4 \times 4 = 40 \times 16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{40 \times 16}}{8} \Rightarrow x = \frac{-4 \pm 8\sqrt{10}}{8}$$



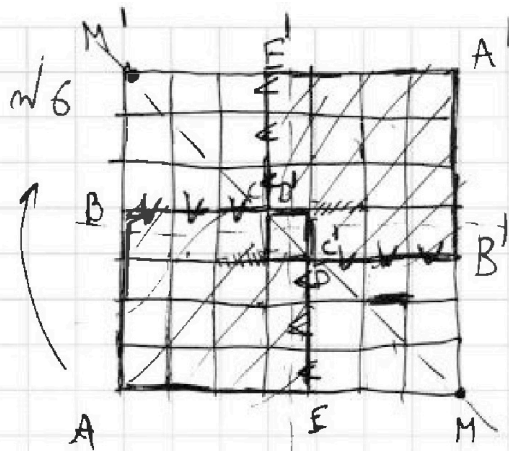


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Рассм. многоуг.  $ABCDE$  и  $A'B'C'D'E'$ .

Для каждого узла из  $ABCDE$  найдем ~~соседи~~ ~~соседи~~ ~~соседи~~ узлы в  $A'B'C'D'E'$ , в которых ~~соседи~~ ~~соседи~~ ~~соседи~~ при повороте на  $\pi$  совп. с узл. в  $ABCDE$ .

Всего узлов в  $ABCDE$ , не считая узла симметрии, ~~соседи~~,  $-32$ ,  $\Rightarrow 32$  соседа закр. уз. в  $ABCDE$  не сит. симм.  $(V)$  узла.

Рассм.  $BM'E'D'$  и  $B'MED$ .

по ~~соседи~~ ~~соседи~~ логике рассм. узлов  $-24$ ,  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  всего ~~соседи~~ ~~соседи~~ узлов  $-32+24 = 56$ .

Введем кол-во раскрасок с повторениями:

$$\frac{(8 \times 7 \times 2) \times (8 \times 7 \times 2 - 1)}{2} = \frac{8 \times 7 \times (8 \times 7 \times 2 - 1)}{2} - \text{из них}$$

$56$  - повторяется 2 раза, а остальные  $-4$ ,  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{всего разн. раскр.} = \frac{8 \times 7 \times (8 \times 7 \times 2 - 1)}{2} - 56 + \frac{56}{2} =$$

$$= 2 \times 7 \times (16 \times 7 - 1) - 14 + 28 = 14 + 14 \times (16 \times 7 - 1) =$$

$$= 14 \times 16 \times 7 = 1568.$$

Ответ: 1568.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$16 - 64 + 72 - 16 - 8 =$   
 $\frac{18}{72}$   
 $x^4 + 6x^3 + 6x^2 - 4x - 8$

1	8	18	8	-8
6	6	-4	0	

$x^4 + 6x^3 + 6x^2 - 4x - 8 + 2x^3 + 2x^2 + 12x - 8$   
 $\frac{16 \times 6}{96}$   
 $-64 +$   
 $-96$   
 $\frac{32}{18}$   
 $8 \checkmark 3\sqrt{6}$   
 $64 \checkmark$   
 $32$   
 $\frac{52}{26,0}$   
 $\frac{43}{74}$   
 $22 + 4x^2$   
 $(x+4)(3-x)$   
 $\Rightarrow x^2$

$(x+2)(x^2+4x-2) \Rightarrow$   
 $\Rightarrow x^3 + 4x^2 - 2x + 2x^2 + 8x - 9 =$   
 $= x^3 + 6x^2 + 2x - 9$   
 $(x^2 + 4x - 2)(x + 2) =$   
 $= x^3 + 6x^2 + 2x - 4$   
 $-(-2 - \sqrt{6})^2 - 2(2 + \sqrt{6}) - 2$   
 $-4 - 4\sqrt{6} - 6 - 4 - 2\sqrt{6} - 2$   
 $-16 + 6\sqrt{6}$

$16 \times 2 - 24 - 4 = 125 +$   
 $2,75 + 275 = 125 + 30 = 155$   
 $25$   
 $25$   
 $2 \times 0 \text{ e}$   
 $(\text{E}) \times h$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

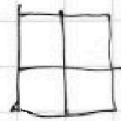
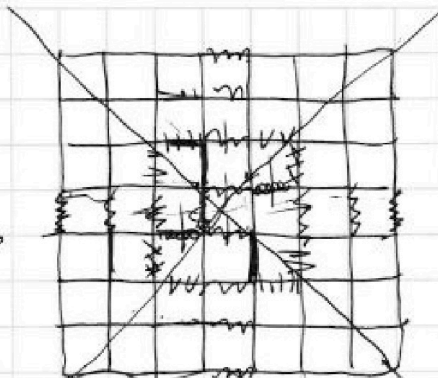


15

2

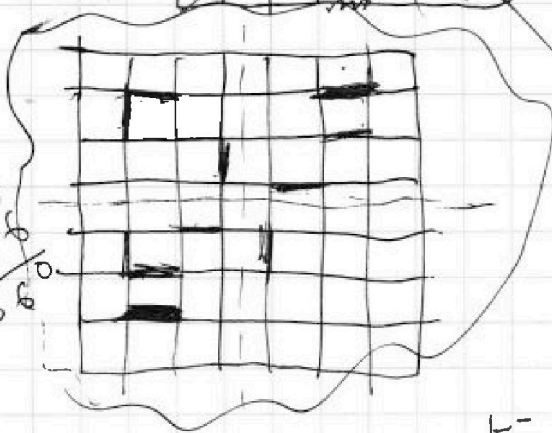
3

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 334/4 \\ \hline 24 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 18 \\ - 18 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ + 18 \\ \hline 36 \\ + 324 \\ \hline 360 \end{array}$$



наши  
2

Все, кроме наших

$$K = 15 \quad 15/n^2$$

$$15 \times 28 \quad 15 \times | \quad | \quad |$$

17 (13)

$$\begin{array}{r} 14 \\ + 16 \\ \hline 30 \\ + 84 \\ \hline 114 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1568 \overline{) 224} \\ - 14 \\ \hline - 16 \\ - 14 \\ \hline \end{array}$$

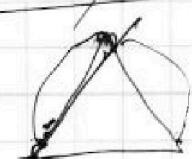
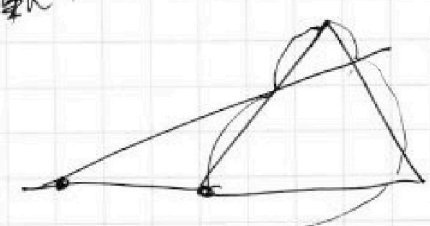
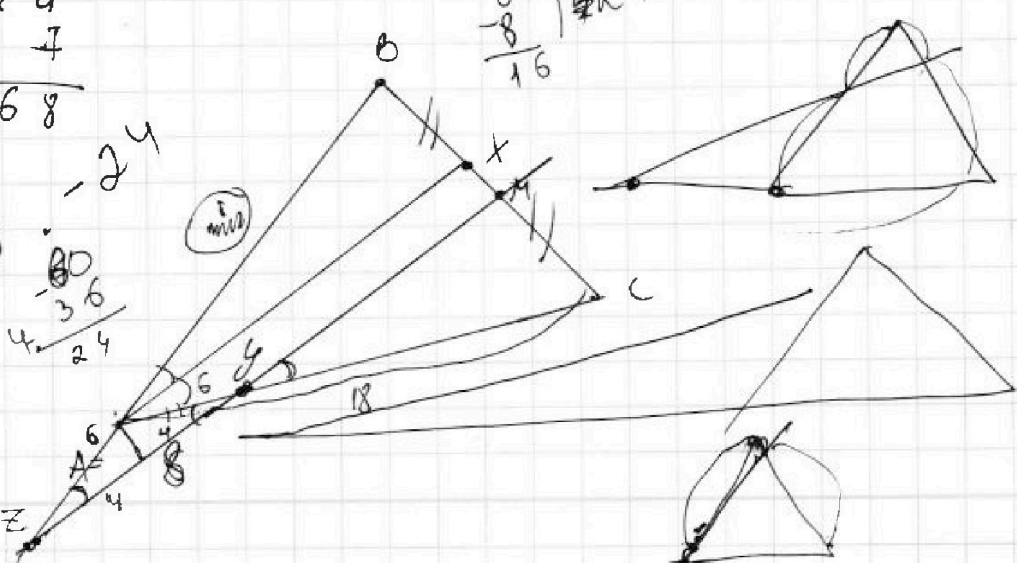
$$\begin{array}{r} 96 \overline{) 224} \\ - 8 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 224 \\ + 7 \\ \hline 1568 \end{array}$$

$$16 \quad - 24$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ - 36 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$12 + 24 = 36$$



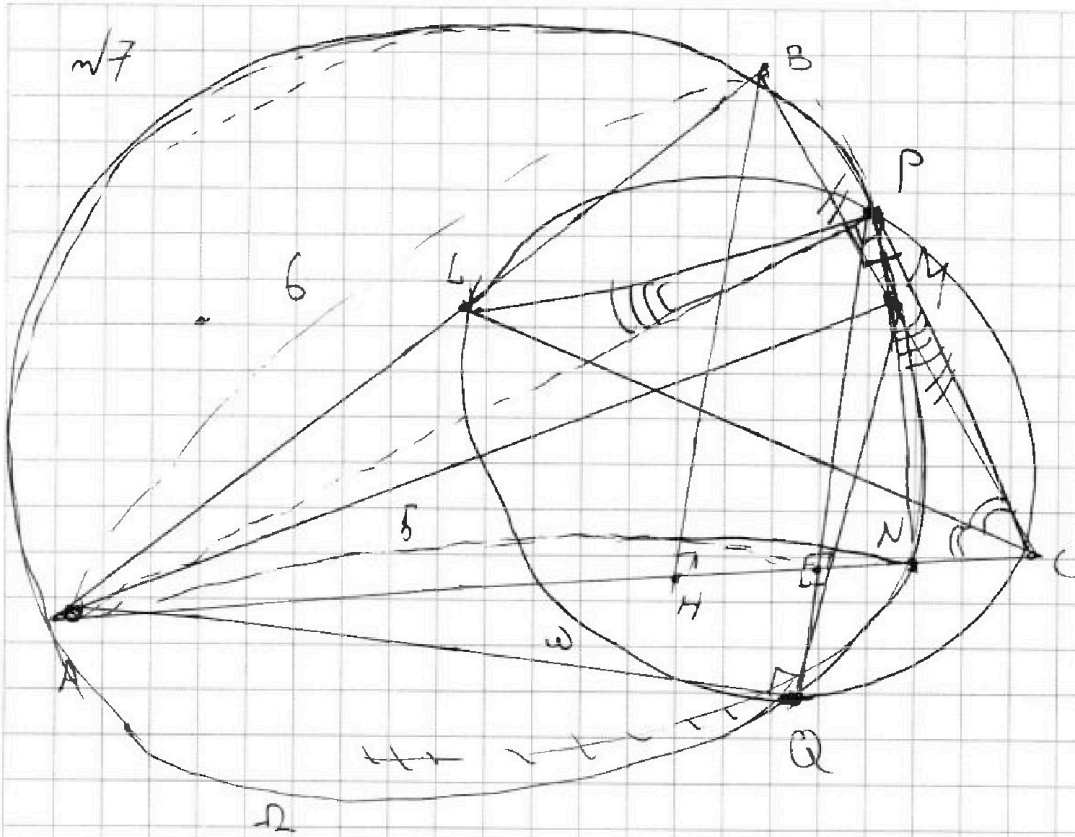


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

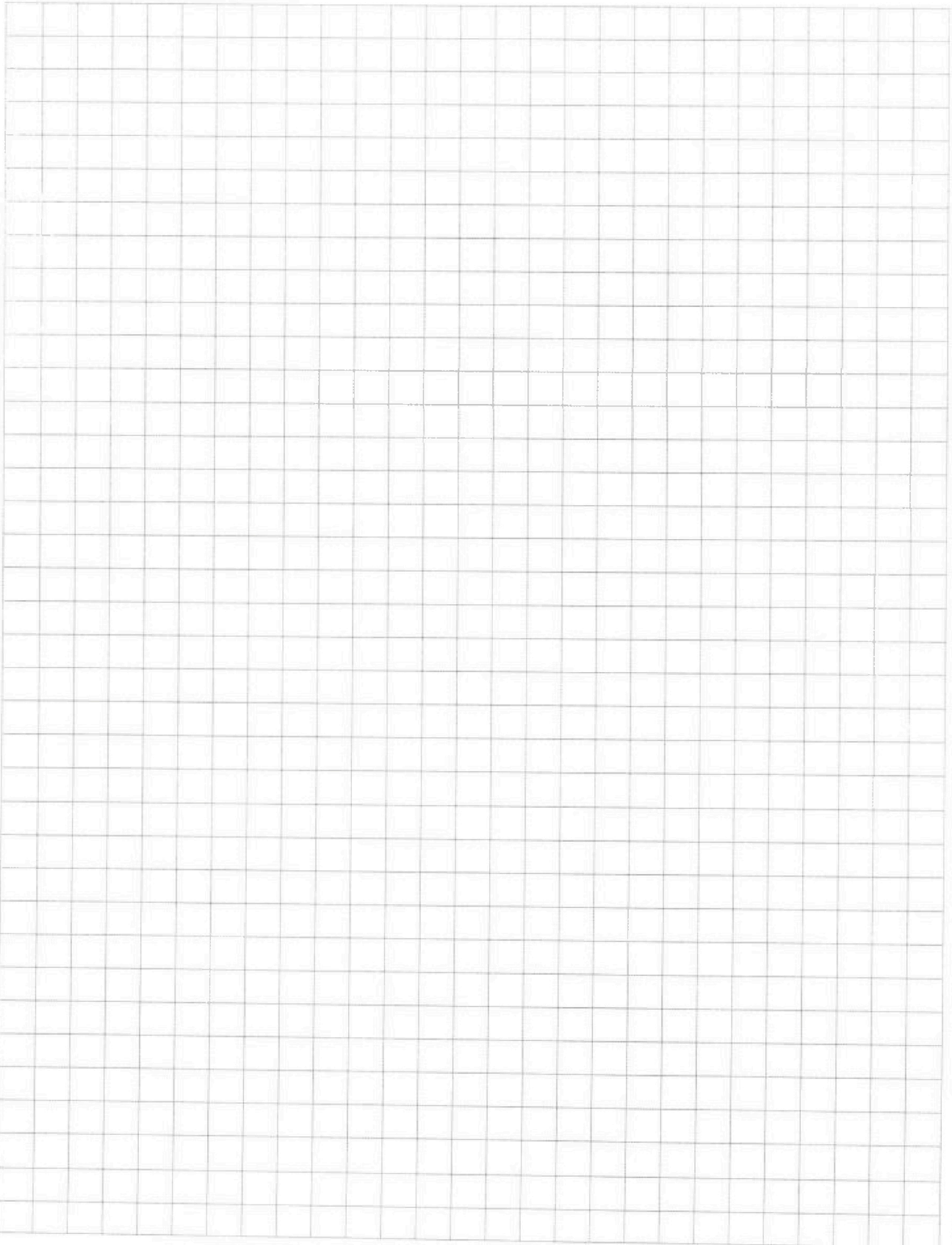
5

6

7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



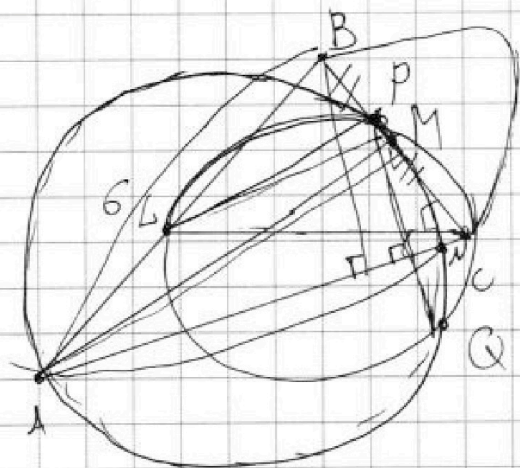


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$k + 13 = r^2 \times 17$$

- $k + 13 = r^2 \times 17 \checkmark$
- $k + 13 = r^2 \times \checkmark$
- $k + 13 = r \times 17 \checkmark$
- $k + 13 = 17 \checkmark$
- $k + 13 = k \checkmark$
- $k + 13 = \text{?} \checkmark$

$$\frac{2}{3} x - 2 = \frac{3}{2} x + 2, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x - 2 =$$

$$4x - 26 = 9x + 2 \times 6$$

$$5x = -24, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = -4,8, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y =$$

$$-0, \approx \sqrt{8+26-x} = x+4$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 3 \\ 16 \times 6 \\ \hline 96 \end{array} \quad -100 - 2\sqrt{6}$$

$$12 - 12(-2 - \sqrt{6}) =$$

$$= 36 + 12\sqrt{6} \quad d = 6\sqrt{6} + 16$$

$$x^2(x+4)^2 = (4 + 4\sqrt{6} + 6)(2 - \sqrt{6})^2 =$$

$$= (10 + 4\sqrt{6})(10 - 4\sqrt{6}) = 100 - 16 \times 6 =$$

$$= \textcircled{4}$$

$$-6 \times (2 + \sqrt{6})^2 = -24 - 24\sqrt{6} - 6 \times 6$$

$$-24 - 24\sqrt{6} - 36 = -60 - 24\sqrt{6}$$

$$36\sqrt{6} + 6 + 16 = 36 + 12\sqrt{6} + \textcircled{4} + 24\sqrt{6} =$$

$$= 3 \cdot 6 + 16 = 6(6 + 10)$$