



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть третий член прогрессии равен  $a_3$ , разность прогрессии —  $d$ . Тогда пятый член  $a_5 = a_3 + 2d$ , седьмой  $a_7 = a_3 + 6d$

$$\begin{cases} a_3 = 3x + 3 \\ a_5 = (x^2 + 2x)^2 \\ a_7 = 3x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_3 = 3x + 3 \\ a_3 + 2d = (x^2 + 2x)^2 \\ a_3 + 6d = 3x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_3 + 2d) - a_3 = (x^2 + 2x)^2 - (3x + 3) \\ (a_3 + 6d) - a_3 = 3x^2 - (3x + 3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2d = (x^2 + 2x)^2 - (3x + 3) \\ 6d = 3x^2 - (3x + 3) \quad | : 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2d = (x^2 + 2x)^2 - (3x + 3) \\ 2d = x^2 - (x + 1) \end{cases}$$

$$(x^2 + 2x)^2 - (3x + 3) = x^2 - x - 1$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 - x^2 + x + 1 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+1)^2(x^2+2x-2)=0$$

$$\begin{cases} x = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

Ответ:  $-1$ ;  $-1 + \sqrt{3}$ ;  $-1 - \sqrt{3}$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|x - 3y| \leq 3$$

$\Leftrightarrow$

$$-3 \leq x - 3y \leq 3$$

$$y \leq \frac{x}{3} + 1$$

$$y \geq \frac{x}{3} - 1$$

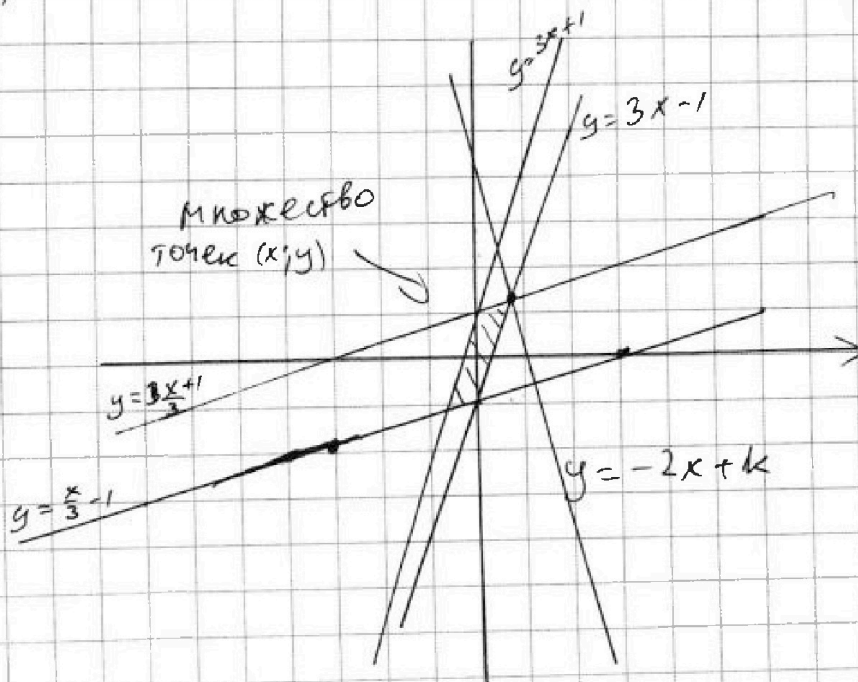
$$|3x - y| \leq 1$$

$\Leftrightarrow$

$$y \leq 3x + 1$$

$$y \geq 3x - 1$$

Итак  $f(x) =$



$\max(4y + 8x) = ?$   
Нужно найти ~~max~~  $k$  такую, что  ~~$f(x)$~~   $y = -2x + k$  имеет пересечение с заданным множеством точек  $(x; y)$  в условии.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Максимальная положительная точка - точка пересечения  $y = 3x - 1$  и  $y = \frac{x}{3} + 1$ .

$$3x - 1 = \frac{x}{3} + 1$$

$$9x - 3 = x + 3$$

$$x = \frac{3}{4}; y = 3x - 1 = 1,25$$

$$y = 1,25$$

$$y = 2x + k$$

$$k = y + 2x = \frac{3}{4} + 1,25 = 1,25 + \frac{3}{4} = \frac{11}{4} = 2,75$$

$$\max(x + 2y)$$

$$\max(y + 2x) = 3,75$$

$$\max(4y + 8x) = 13$$

Ответ: 13.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mi + i^2 - 9m - 9i = (m+i)^2 - 9(m+i) = (m+i)(m+i-9)$$

$$B = m^2i + mi^2 - 3mi = mi(m+i-3)$$

Заметим, что число  $A$  - четное, т.к. в разложении  $(m+i)(m+i-9)$  одно из чисел всегда четное.

Значит одно из чисел  $13p^2, 75q^2$  должно быть четным и равняться  $A$ . Рассмотрим два случая.

1)  $A = 13p^2$  ; ~~2)~~

Т.к.  $p$  - простое и четное, то  $p = 2$

$$A = 52$$

$$(m+i)(m+i-9) = 52 = 52 \cdot 1 = 26 \cdot 2 = 13 \cdot 4$$

Одна из множителей на 9 больше другого, значит как подходит только  $m+i=13$ ; (не рассматриваем отрицательные разложения, числа натуральные)  
 $m+i-9=4$

И так,  $B = 75q^2$ .  $mi(m+i-3) = 75q^2$ .  $10mi = 75q^2$

$$2mi = 25q^2; \text{ т.к. } 2mi \text{ четное, то } 25q^2 \text{ - четное,}$$

т.е.  $q = 2$

$$2mi = 100 \cdot 60$$

$$mi = 50 \cdot 30$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} m+n=13 \\ mn=30 \end{cases}$$

$$m=13-n$$

$$\begin{aligned} n=10; m=3 \\ n=3; m=10 \end{aligned}$$

$$13n - n^2 = 30$$

$$n^2 - 13n + 30 = 0$$

$$n^2 - 13n + 30 = 0; \quad n = 10; 3$$

$$D < 0, \text{ нет корней. } m = 3; 10 \quad \begin{matrix} (10; 3); (3; 10) \\ \uparrow \\ \text{ответ.} \end{matrix}$$

Знация ~~этой~~ случай не подходит.

2)  $A = 75q^2$ . По аналогичным рассуждениям,  
 $q = 2 \cdot (A - \text{четное})$ .

$$A = (m+n)(m+n-9) = 300 \cdot 300 - 9 \cdot 300 = 2 \cdot 150 = 4 \cdot 75 = 30 \cdot 10$$

$$(m+n)^2 - 9(m+n) - 300 = 0$$

$$D = 81 + 1200 = 1281, \text{ корень не извлекается.}$$

Знация случай не подходит.

Ответ:  $(10; 3); (3; 10)$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

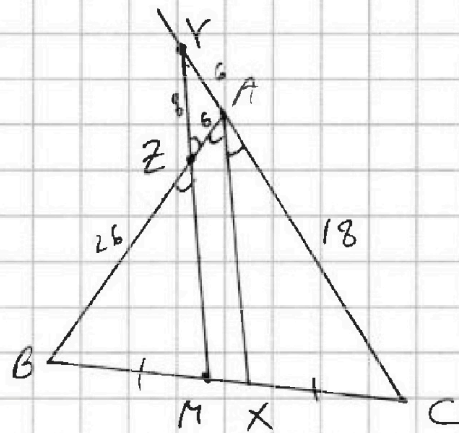
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AC = 18;$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

$$BC = ?$$



$\angle BAC$  - внешний угол тр-ка  $AZY$ , т.е.  $\angle YZA + \angle ZYA = \angle BAC$

$$\angle BAX = \angle BAC$$

$$\angle BAX = \angle BZM, \text{ т.к. } ZM \parallel AX.$$

$$\angle BZM = \angle YZA$$

$$\frac{\angle BAC}{2} + \angle ZYA = \angle BAC$$

$$\angle ZYA = \frac{\angle BAC}{2}$$

$\angle ZYA = \angle ZYA$ , т.е.  $YA \perp$  равнобедренный,

$$AZ = AY = 6. \quad CY = 18 + 6 = 26$$

$AX \parallel MY$ ,  $\triangle CAX \sim \triangle CYM$ .

$$\frac{AC}{CY} = \frac{CX}{CM} = \frac{AX}{MY}$$

$$\frac{18}{18+6} = \frac{CX}{CM} = \frac{AX}{MY}$$

$$\frac{AX}{MY} = \frac{CX}{CM} = \frac{9}{13}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По свойству биссектрисы  $\frac{AB}{BX} = \frac{AC}{CX}$ .

П.к.  $ZM \parallel AX$ ; ~~AX~~ то  $\triangle BZM \sim \triangle BAX$ ,  
 $\triangle CAX \sim \triangle CYM$ .

$$\frac{BZ}{BM} = \frac{AB}{BX} \quad (\text{из } \triangle BZM \sim \triangle BAX),$$

$$\frac{CA}{CX} = \frac{CY}{CM} \quad (\text{из } \triangle CAX \sim \triangle CYM)$$

$$\frac{AB}{BX} = \frac{AC}{CX} = \frac{BZ}{BM} = \frac{CY}{CM}$$

$$\frac{BZ}{BM} = \frac{CY}{CM}$$

$$BM = CM \quad (M - \text{середина } BC)$$

$$BZ = CY$$

$$BZ = 26; AB = 26 + 6 = 32$$

Рассмотрим  $\triangle AYZ$ . По т. косинусов

$$6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \angle YAZ = 8^2$$

$$\cos \angle YAZ = \frac{1}{9}$$

$$\cos \angle BAC = \cos (180 - \angle YAZ) = -\frac{1}{9}$$

В  $\triangle ABC$  по т. косинусов

$$AB^2 + AC^2 - 2 \cos \angle BAC \cdot AB \cdot AC = BC^2$$

$$BC^2 = 32^2 + 18^2 + 2 \cdot 32 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9} = BC^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$BC^2 = 1976$$

$$BC = 6\sqrt{41}$$

Ответ:  $6\sqrt{41}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) a = b - 2$$

$$2ab = 3$$

$$2b^2 - 4b - 3 = 0$$

$$b = \frac{4 \pm \sqrt{D}}{4} \quad D = 16 + 24 = 40$$

$$b = \frac{4 \pm \sqrt{40}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2} \quad (b > 0; \text{логич. } b = \frac{2 + \sqrt{10}}{2})$$

$$\sqrt{b - x} = \frac{2 + \sqrt{10}}{2}$$

$$b - x = \frac{14 + 4\sqrt{10}}{4}$$

$$x = \frac{24 - 14 - 4\sqrt{10}}{4} = \frac{5 - 2\sqrt{10}}{2} = y$$

$$2) a = b + 1$$

$$2ab = 6$$

$$ab = 3$$

$$b^2 + b - 3 = 0$$

$$b = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \quad (b > 0; \text{логич. } b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2})$$

$$\sqrt{b - x} = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$b - x = \frac{14 - 2\sqrt{13}}{4}$$

$$x = \frac{10 + 2\sqrt{13}}{4} = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} = y$$

ответ:  
получаем ответ  $(\frac{5 - 2\sqrt{10}}{2}; \frac{5 - 2\sqrt{10}}{2})$ ;  $(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2})$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

ОДЗ:

$$x \geq 0$$

$$0 \leq y \leq 6$$

$$-y^2 + 5x + 6 \geq 0$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

Рассмотрим функцию  $f(x) = x^4 + 5x^2 + \sqrt{x}$ . При положительных  $x$  (по ОДЗ) она возрастает, т.к. все коэффициенты перед  $x^m$  ( $m \in \mathbb{R}$ ) положительны. Значит, если  $f(x) = f(y)$ , то  $x = y$ .

$$\text{т.е. } f(x) = f(y)$$



$$x = y.$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

Пусть  $a = \sqrt{x+1}$ ;  $b = \sqrt{6-x}$ ; тогда  $a^2 + b^2 = 7$ ;

~~$a - b + 5 = 2ab$~~

$$a^2 + b^2 - 2ab = 7 - (a - b + 5) = 2 - (a - b)$$

$$(a - b)^2 + (a - b) - 2 = 0$$

~~$a - b = -2$~~

$$a - b = -2; 1$$

$$\underline{\sqrt{x+1} = \sqrt{6-x} - 2 \quad \text{или} \quad \sqrt{x+1} = \sqrt{6-x} + 1}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Разобьем квадрат на 4 четверти  $4 \times 4$ .

Количество способов разместить <sup>полоски</sup> ~~квадрат~~ в одной четверти, ~~и~~ количество способов, разместить <sup>полоски</sup> ~~квадрат~~ в двух <sup>соседних</sup> четвертях, количество ~~способов~~ способов разместить полоски в противоположных четвертях — то, что нам нужно

исчислять. Случай, когда обе полоски лежат на границе ~~двух~~ квадратов будем относить к случаю, когда считаем <sup>способы</sup> в одном квадрате.

В одном квадрате  $4 \times 4$  2.  $5 \cdot 4 = 20$  ~~полосек~~ <sup>полосек</sup>. Вдоль ~~двух~~ <sup>двух</sup> можем  $C_{20}^2$  ~~способами~~ <sup>способами</sup>. Итого

Когда смотрим в двух разных ~~квадратах~~, не считая <sup>их</sup> границы, то в каждом ~~квадрате~~  $2 \cdot 5 \cdot 4 - 4 = 36$  <sup>хороших</sup> ~~полосек~~ <sup>полосек</sup>, т.е. ~~способов~~  $36^2$ .

Когда в двух противоположных, то ~~способов~~  $40^2 - 4^2 = 156$  <sup>некоторые</sup> ~~способов~~ (кас уже не волнуют <sup>границы</sup> ~~границы~~ <sup>случаи</sup>).

Получается  $C_{20}^2 + 36^2 + 40^2 - 4^2 = 384$  ~~способов~~ <sup>способов</sup>.  
ответ: ~~384~~ <sup>384</sup>

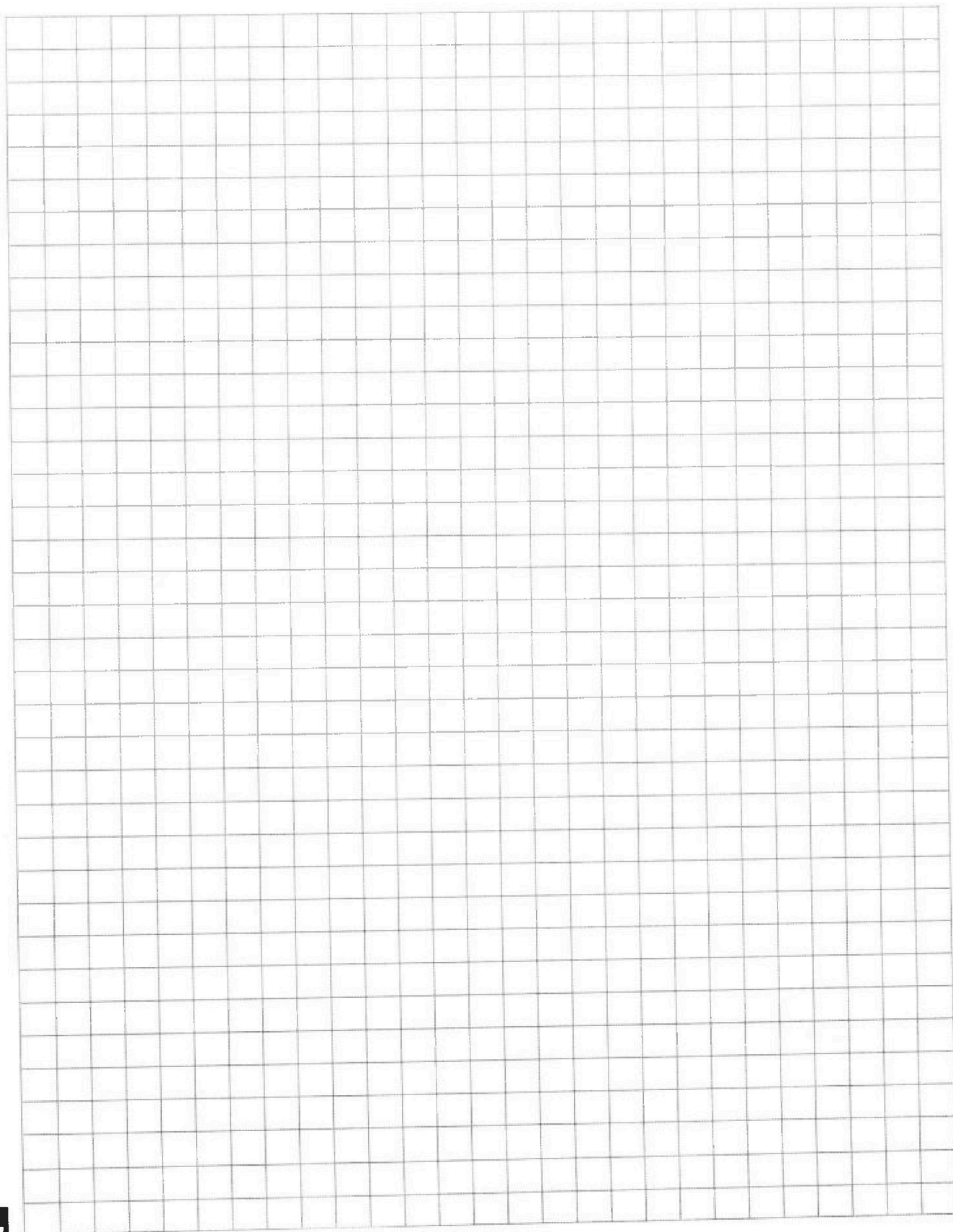


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
3 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

10.2  $x=y = \frac{5-2\sqrt{10}}{2}$  или  $x=y = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$

Ответ:  $\left(\frac{5-2\sqrt{10}}{2}; \frac{5-2\sqrt{10}}{2}\right); \left(\frac{5+\sqrt{13}}{2}; \frac{5+\sqrt{13}}{2}\right)$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$BC^2 = 1476$$

~~$$BC = 6\sqrt{41}$$~~

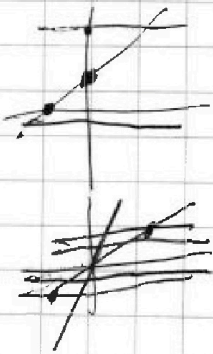
$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$-3 \leq x-3y \leq 3$$

$$-1 \leq 3x-y \leq 1$$

~~$$2x-6y$$~~

$$-6 \leq 2x-6y \leq 3$$



2A

$$\begin{matrix} 2; -6 \\ 6; -2 \end{matrix}$$

~~$$2x-6y$$~~

$$2x-6y-1 \leq x-y \leq 1$$

~~$$6x-2y$$~~

$$1; -3$$

$$3; -1$$

~~$$6; -18$$~~

$$2; 4$$

$$9; -17$$

$$10; 18$$

~~$$2; 1$$~~

$$11; 15$$

$$12; 20$$

$$[-4]$$

$$\begin{matrix} (1; -3) \\ (3; -1) \end{matrix} \quad \begin{matrix} (9; 4) \\ (4; 8) \end{matrix}$$

$$\max(4y+8x) \quad \begin{matrix} (9; 4) \\ (4; 8) \end{matrix}$$

$$\max(y+2x) \rightarrow ?$$

$$\begin{matrix} 5; -12 \\ 1; 2 \end{matrix}$$

$$-1 \leq x+y \leq 1$$

$$\begin{matrix} 1; 5 \\ 3; 1 \\ 6; 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 2; 4 \\ 4; 8 \end{matrix}$$

$$1; 2$$

$$2; 4$$

$$4; 8$$

$$2; -6$$

$$8; -2$$

$$4; -12$$

$$2; 12$$

$$1; 6$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Поря QR-кода недопустима!

$$1) \sqrt{x+1} = \sqrt{6-x} + 2 \quad (\Rightarrow x \leq 2)$$

$$x+1 = 6-x + 4 + 4\sqrt{6-x} \quad (x \leq 2)$$

$$2x - 9 = -4\sqrt{6-x} \quad \Rightarrow (\Rightarrow x \leq 4,5)$$

$$4x^2 - 36x + 81 = 16(6-x) \quad 96 - 16x$$

$$4x^2 - 20x - 15 = 0$$

$$-3 \leq x - 3y \leq 3$$

$$|x-3y| \leq 3$$

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$1 \leq 3x - 4 \leq 1$$

$$|3x-y| \leq 1$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$1 \leq x - y \leq 1$$

$$x^2 - 6xy + 9y^2 \leq 9$$

$$D = 400 + 240 = 640$$

$$3x^2 - 6xy + y^2 \leq 1$$

$$x = \frac{20 \pm 8\sqrt{10}}{8} = \frac{5 \pm 2\sqrt{10}}{2}$$

$$y+2x$$

$$y^2 + 4xy + 4x^2$$

$$\frac{5+2\sqrt{10}}{2} > 2$$

$$\log x. \quad x = \frac{5-2\sqrt{10}}{2}$$

$$2) \sqrt{x+1} = \sqrt{6-x} + 1 \quad \Rightarrow$$

$$x+1 = 6-x + 1 + 2\sqrt{6-x}$$

$$2x - 6 = 2\sqrt{6-x} \quad (\Rightarrow x \geq 3)$$

$$x+3 = \sqrt{6-x}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 6-x$$

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\log x. \quad x = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$$

~~Other~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Получим

$$-3 \leq -2y \leq 3$$

$$-1,5 \leq y \leq 1,5$$

$$(-1,5; 3)$$

$$(3; -1)$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$-2; 6$$

$$(1; 1)$$

$$(0; 2)$$

$$(0; 2)$$

$$(1; -1)$$

$$(1; 1)$$

$$(3; 1)$$

$$-3 \leq x + 3y \leq 3$$

x

$$-3 \leq 3y - x \leq 3$$

$$1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$3y - x$$

$$2y$$

$$2y + 2x$$

$$y \leq \frac{x+3}{3} = \frac{x}{3} + 1$$

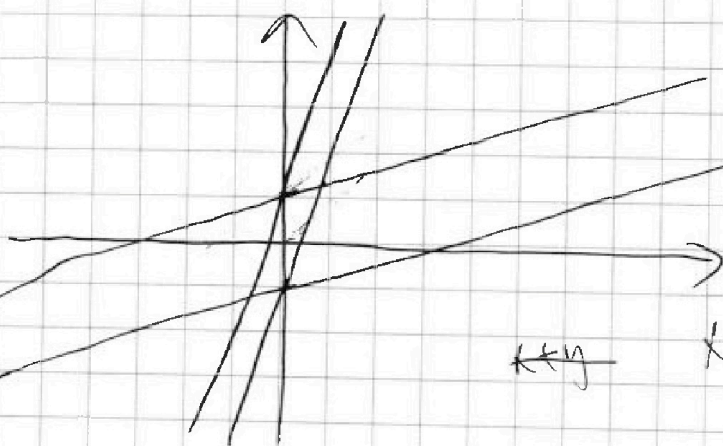
$$P(x, y) = x - 3y$$

$$x + y \leq k$$

$$y \leq x - 1$$

$$y + 2x \leq k$$

$$y \leq -2x + k$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1) |x - 3y| \leq 3$$

$$(2) |3x - y| \leq 1$$

$$U_3(1): -3 \leq x - 3y \leq 3 \quad (3)$$

$$\begin{matrix} \downarrow \\ -3 \leq 3y - x \leq 3 \end{matrix} \quad (4)$$

$$U_3(2): |3x - y| \leq 1 \quad (5)$$

Просуммируем неравенства (4) и (5)

$$-4 \leq 3y - x + 3x - y \leq 4$$

$$-4 \leq 2y + 2x \leq 4$$

$$-2 \leq y + x \leq 2 \quad (6); \quad -2 \leq -(x+y) \leq 2 \quad (8)$$

Просуммируем (3) и (5):

$$-4 \leq 4x - 4y \leq 4$$

$$-1 \leq x - y \leq 1$$

$$-1 \leq x - y \leq 1 \quad (7)$$

Просуммируем (6) и (7):

$$-3 \leq 2x \leq 3$$

$$-1,5 \leq x \leq 1,5 \quad \text{Аналогично для } y \text{ и } z \text{ с помощью}$$

~~симметрии получим~~  ~~$xy$~~

Просуммируем (7) и (8)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

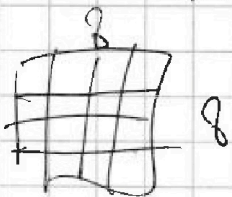
$x=y$

$x \geq 0$

$$|x - 3y| \leq 3$$

$$|3x - y| \leq 1$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{-x^2+5x+6}$$



$$\begin{aligned} -(x+1)(x-6) &= (x^2 - 5x - 6) = \\ &= -x^2 + 5x + 6 \end{aligned}$$



$$\begin{cases} a - b + 5 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 7 \end{cases}$$

$2 \cdot 3 \cdot 2$

$$|x - 3y| \leq 3$$

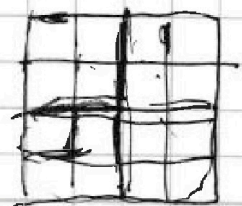
$$|3x - y| \leq 1$$



$$2x - 6y$$

$$x + 5y$$

$$3x - 9y$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+1)^2$$

$$\begin{aligned} |x-3y| &\leq 3 \\ |3x-y| &\leq 1 \end{aligned}$$

$$4x+3x$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 36 \\ \hline \end{array}$$

$$6^2 + 6^2 - 72 \cos \alpha = 6^2$$

$$\frac{216}{1600} \leq 2,25$$

$$\cos \alpha =$$

$$-3x-3y \leq 3$$

$$\frac{-2}{22} = -\frac{1}{11}$$

$$1476$$

$$1600$$

$$220$$

$$3856$$

$$\frac{20}{139}$$

$$-1 \leq 3x-y \leq 1$$

$$-3 \leq 3x-3y \leq 3$$

$$1024 + 324 + 2 \cdot 2 \cdot 32$$

$$-3 \leq 3y-9x \leq 3$$

$$1348 + 128 = 1476$$

$$-6 \leq -9x \leq 6$$

$$24 \cdot 369$$

$$1220$$

$$-\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}$$

$$123$$

$$36$$

$$36$$

$$123 - 3 \cdot$$

$$44$$

$$\times 36$$

$$41 \cdot 3^2 \cdot 4$$

$$\begin{array}{cccccc} & 4 & 3 & - & 2 & - & 2 \\ - & 1 & 1 & 3 & 0 & - & 2 & 0 \end{array}$$

$$20 \cdot 39 +$$

$$x^3 + 3x^2 + 2$$

$$(x+1)^2 (x^2 + 2x - 2)$$

$$\begin{array}{cccc} - & 1 & 1 & 3 & 0 & - & 2 \\ & & & 2 & - & 2 & 0 \end{array}$$

$$\frac{-2 + \sqrt{3}}{2}$$

$$\cancel{x^2 + 2x}$$

$$= 4 - 1 \in \sqrt{3}$$

$$-3 \leq x-3y \leq 3$$

$$4x-3y-x \geq -3$$

$$-1 \leq 3x-y \leq 1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$(1) -3 \leq 3y - x \leq 3$$

$$(2) -1 \leq 3x - y \leq 1 \quad ; \quad -1 \leq y - 3x \leq 1 \quad (3)$$

$$(1) + (2) : -4 \leq 2x + 2y \leq 4$$

$$-2 \leq x + y \leq 2$$

$$(1) + (3) : -4 \leq 4y - 4x \leq 4$$

$$-1 \leq y - x \leq 1$$

$$-3 \leq 2y \leq 3 \quad ; \quad -3 \leq 2x \leq 3$$

$$-1,5 \leq y \leq 1,5$$

$$-1,5 \leq x \leq 1,5$$

$$4y + 8x \leq 4 \cdot 1,5 + 8 \cdot 1,5 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

