



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12-12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_2 = 12 - 12x$, $a_4 = (x^2 + 4x)^2$, $a_8 = -6x^2$ Так как это арифметическая прогрессия то $a_2 + 2k = a_4$, $a_4 + 4k = a_8$, где k - разность прогрессии.

$$\text{Итого } 2a_2 + 4k = 2a_4 \Rightarrow a_2 + 4k = a_4 + 2a_4 - 2a_2 \Rightarrow 3a_4 - 2a_2 - a_8 = 0$$

$$3(x^2 + 4x)^2 - 2(12 - 12x) + 6x^2 = 0 \quad | :3$$

$$(x^2 + 4x)^2 - 2(4 - 4x) + 2x^2 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 8 + 8x + 2x^2 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x^4 + \underbrace{4x^3 + 4x^2} + \underbrace{4x^3 + 16x^2 + 16x} - \underbrace{2x^2 - 8x - 8} = 0$$

$$x^2(x^2 + 4x + 4) + 4x(x^2 + 4x + 4) - 2(x^2 + 4x + 4) = 0$$

$$(x+2)^2 \cdot (x^2 + 4x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+8}}{2} \end{cases}$$

$$1) x = -2 : \begin{cases} a_2 = 12 - 24 = -12 \\ a_4 = (4 + 8)^2 = 144 \\ a_8 = -6 \cdot (-2)^2 = -24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} - \text{прогрессия, т.к. } 36 - 16 = 20 \\ 16 - (-24) = 40 \\ k = -10 \end{cases}$$

$$2) x = \frac{-4 - \sqrt{16+8}}{2} = -2 - \sqrt{6} :$$

$$a_2 = 12 - 12(-2 - \sqrt{6}) = 36 + 12\sqrt{6}$$

$$a_4 = ((-2 - \sqrt{6})^2 + 4(-2 - \sqrt{6}))^2 = (10 + 4\sqrt{6} - 8 - 4\sqrt{6})^2 = 2^2 = 4$$

$$a_8 = -6(-2 - \sqrt{6})^2 = -6(10 + 4\sqrt{6}) = -60 - 24\sqrt{6}$$

$$\begin{cases} - \text{прогрессия, т.к. } 36 + 12\sqrt{6} - 4 = 32 + 12\sqrt{6} \\ 4 - (-60 - 24\sqrt{6}) = 64 + 24\sqrt{6} = 2(32 + 12\sqrt{6}) \\ k = -32 - 12\sqrt{6} \end{cases}$$

$$3) x = \frac{-4 + \sqrt{16+8}}{2} = -2 + \sqrt{6} :$$

$$a_2 = 12 - 12(-2 + \sqrt{6}) = 36 - 12\sqrt{6}$$

$$a_4 = ((-2 + \sqrt{6})^2 + 4(-2 + \sqrt{6}))^2 = (10 - 4\sqrt{6} - 8 + 4\sqrt{6})^2 = 2^2 = 4$$

$$a_8 = -6(-2 + \sqrt{6})^2 = -6(10 - 4\sqrt{6}) = -60 + 24\sqrt{6}$$

$$\begin{cases} - \text{прогрессия, т.к. } 36 - 12\sqrt{6} - 4 = 32 - 12\sqrt{6} \\ 4 - (-60 + 24\sqrt{6}) = 64 - 24\sqrt{6} = 2(32 - 12\sqrt{6}) \\ k = -32 + 12\sqrt{6} \end{cases}$$

Ответ: $-2 - \sqrt{6}$; -2 ; $-2 + \sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{l} |2x-3y| \leq 6 \\ -6 \leq 2x-3y \leq 6 \quad | \times (-7) \\ -42 \leq -14x+21y \leq 42 \end{array} \quad \begin{array}{l} |3x-2y| \leq 4 \\ -4 \leq 3x-2y \leq 4 \quad | \times (8) \\ -32 \leq 24x-16y \leq 32 \end{array}$$

$$\begin{cases} -42 \leq -14x+21y \\ -32 \leq 24x-16y \end{cases} \oplus \Rightarrow -74 \leq 10x+5y$$

Равенство при $x = \frac{-24}{5}, y = \frac{-26}{5}$: $\frac{-24 \cdot 10}{5} + \frac{-26 \cdot 5}{5} = -48 - 26 = -74$

Ответ: -74 .

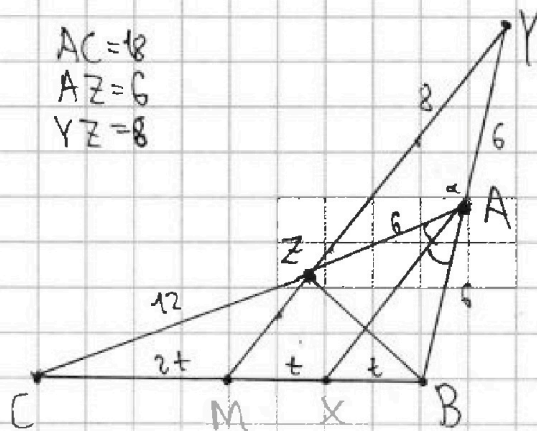


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Поскольку прямая, параллельная AX ,
проходящая через M пересекает
сторону AC , то точка M находится
середины отрезка CX .

$$CZ = AC - AZ = 18 - 6 = 12$$

$$\text{По т. Фалеса: } \frac{CM}{MX} = \frac{CZ}{ZA} = \frac{12}{6} = 2$$

(п.к. $MZ \parallel AX$) Тогда, пусть $MX = t \Rightarrow$

$$\Rightarrow CM = 2t$$

$$M - \text{середина } BC \Rightarrow MB = CM = 2t \Rightarrow BX = MB - MX = 2t - t = t$$

$$\text{Поскольку } AX - \text{биссектриса, то } \frac{AB}{AC} = \frac{BX}{CX} = \frac{t}{3t} = \frac{1}{3} \Rightarrow AB = \frac{AC}{3} = 6$$

$$AX - \text{средняя линия в } \triangle MBY \text{ (п.к. } MX = BX = t \text{ и } AX \parallel MY) \Rightarrow YA = AB = 6$$

Пусть $\angle YAZ = \alpha$, тогда по т. Косинусов в $\triangle YAZ$: $ZY^2 = AZ^2 + YA^2 - 2AZ \cdot YA \cdot \cos \alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow 8^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{36 + 36 - 64}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{8}{72} = \frac{1}{9}$$

$$\text{В } \triangle ABC \text{ по т. Косинусов: } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos(180^\circ - \alpha) =$$

$$= 6^2 + 18^2 + 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9} = 36 + 324 + 24 = 384$$

$$BC = \sqrt{384} = \sqrt{64 \cdot 6} = 8\sqrt{6}$$

Ответ: $8\sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y} \quad - \text{это возрастающая функция} \Rightarrow$$

где $x = y \geq 0$

$$\Rightarrow \text{значит } x = y$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(x+4)(3-x)} \quad | \text{ возведем в квадрат}$$

$$x+4 + 3-x+25 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} - 10\sqrt{3-x} + 10\sqrt{x+4} = 4(x+4)(3-x)$$

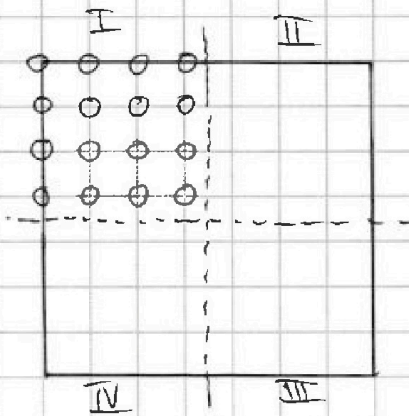


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Разделим квадрат на 4 четверти (в каждой 16 узлов сетки). Теперь будем рассматривать случаи по типу, сколько точек в каждой четверти было пересечением.

1) 2 белых точки в одной четверти: (первый) способ так выбрать $C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2} = 120$. Напомним, что если мы выберем другую четверть, то она получится поворотом относительно центра квадрата, т.е. мы посчитали все точки способом и не одну не посчитали дважды.

2) по 1 белой точке в двух соседних четвертях: способ выбрать одну точку в каждой из двух таких четвертей 16, значит всего способов выбрать две точки $16 \cdot 16 = 256$. Напомним, что поворотом мы также можем получить любые 2 соседние четверти, т.е. все способы мы учли, и не один способ не посчитали дважды, так как поворотом нельзя получить ≥ 2 узлов в I и II четверти.

3) по 1 белой точке в двух противоположных четвертях: способ выбрать 2 точки $16 \cdot 16 = 256$ из I и III четвертей.

3.1) если эти выбранные точки симметричны относительно центра (таких способов 16), то поворотом на 180° мы придём к той же самой, а значит эти способы мы не посчитали дважды.

3.2) если эти выбранные точки не симметричны относительно центра (таких способов $256 - 16 = 240$), то поворотом на 180° мы придём к другой ситуации, а значит такие способы мы посчитали дважды.

Итого способов $16 + \frac{240}{2} = 16 + 120 = 136$ и заметим, что II и IV четверти мы аналогично можем перевернуть ситуацией, когда белые I и III четверти.

Получаем всего способов $120 + 256 + 136 = 512$

Ответ: 512.



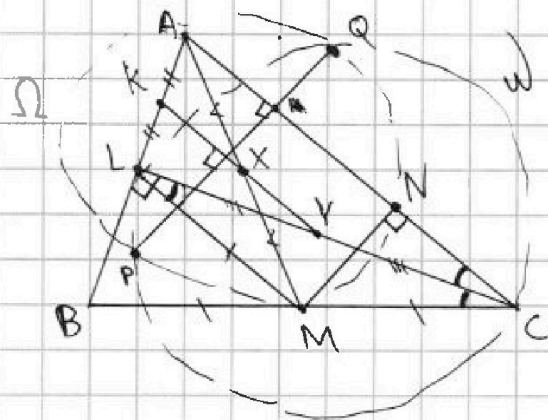
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

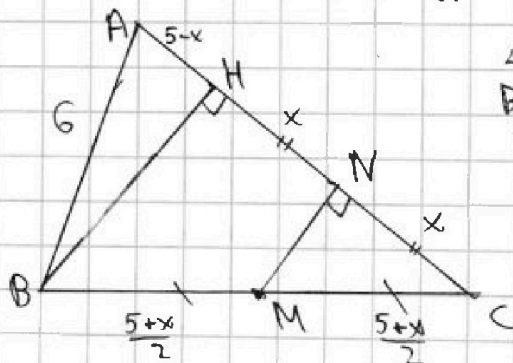


Пусть X - середина AM ,
 Y - середина CL , тогда X и Y -
 центры Ω и ω соответственно \Rightarrow
 $XY \perp PQ$ (т.к. XY - линия центров,
 а PQ - радикальная ось Ω и ω)
 BH - высота $\triangle ABC$ ($BH \perp AC$)
 из условия $BH \parallel PQ \Rightarrow PQ \perp AC$
 $PQ \perp AC \mid \Rightarrow AC \parallel XY$
 $PQ \perp XY \mid \Rightarrow AC \parallel XY$

Пусть $XY \cap AL = K$, тогда YK - средняя линия $\triangle ACL$ (т.к. $YK \parallel AC$ и
 Y - середина CL) $\Rightarrow K$ - середина $AL \Rightarrow KX$ - средняя линия $\triangle ALM$
 (т.к. K - середина AL , X - середина AM) $\Rightarrow KX \parallel LM \Rightarrow AC \parallel LM$
 (т.к. $KX \parallel AC$)

Итак, $AC \parallel LM \Rightarrow \angle MLC = \angle LCA = \angle LCM \Rightarrow LM = MC$
 (из параллельности) (т.к. CL - биссектр.)

По LM - медиана в $\triangle BLC$ и $LM = MC = MB \Rightarrow \triangle BLC$ - равнобедренный
 ($\angle L = 90^\circ$) $\Rightarrow \triangle ABC$ - равнобедренный ($AC = BC$), т.к. CL - высота и биссектриса.



$\angle ANM = 90^\circ$, т.к. N - на Ω с диаметром AM .
 BH - высота, $BH \parallel MN$ и M - середина $BC \Rightarrow$
 MN - средняя линия $\triangle BHC \Rightarrow N$ - середина CH
 $AB = 6$ и $AN = 5$ из условия
 Пусть $NC = x \Rightarrow HN = NC = x$
 и $AH = AN - HN = 5 - x$
 $BC = AC = 5 + x$

Теперь по т. Пифагора в $\triangle ABH$ и $\triangle CBH$: $\begin{cases} BH^2 = BC^2 - HC^2 = (5+x)^2 - (2x)^2 \\ BH^2 = AB^2 - AH^2 = 6^2 - (5-x)^2 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow (5+x)^2 - (2x)^2 = 6^2 - (5-x)^2 \Rightarrow 25 + 10x + x^2 - 4x^2 = 36 - 25 + 10x - x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 25 - 36 + 25 = 4x^2 - x^2 - x^2 \Rightarrow 14 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = 7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{7} \Rightarrow AC = BC = 5 + \sqrt{7}$$

Ответ: $5 + \sqrt{7}$; $5 + \sqrt{7}$



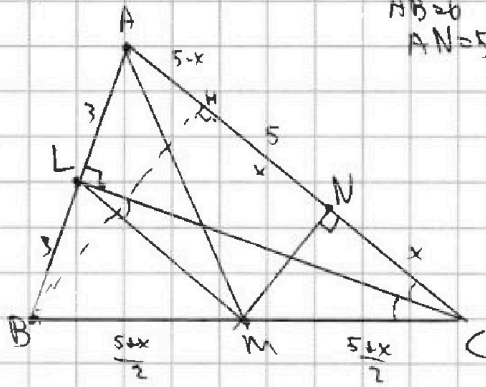
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$\begin{aligned}6^2 - (5-x)^2 &= (5+x)^2 - (2x)^2 \\36 - 25 + 10x - x^2 &= 25 + 10x + x^2 - 4x^2 \\2x^2 - 50 + 36 &= 14 \\x^2 &= 7 \\x &= \sqrt{7} \\5 + \sqrt{7}\end{aligned}$$

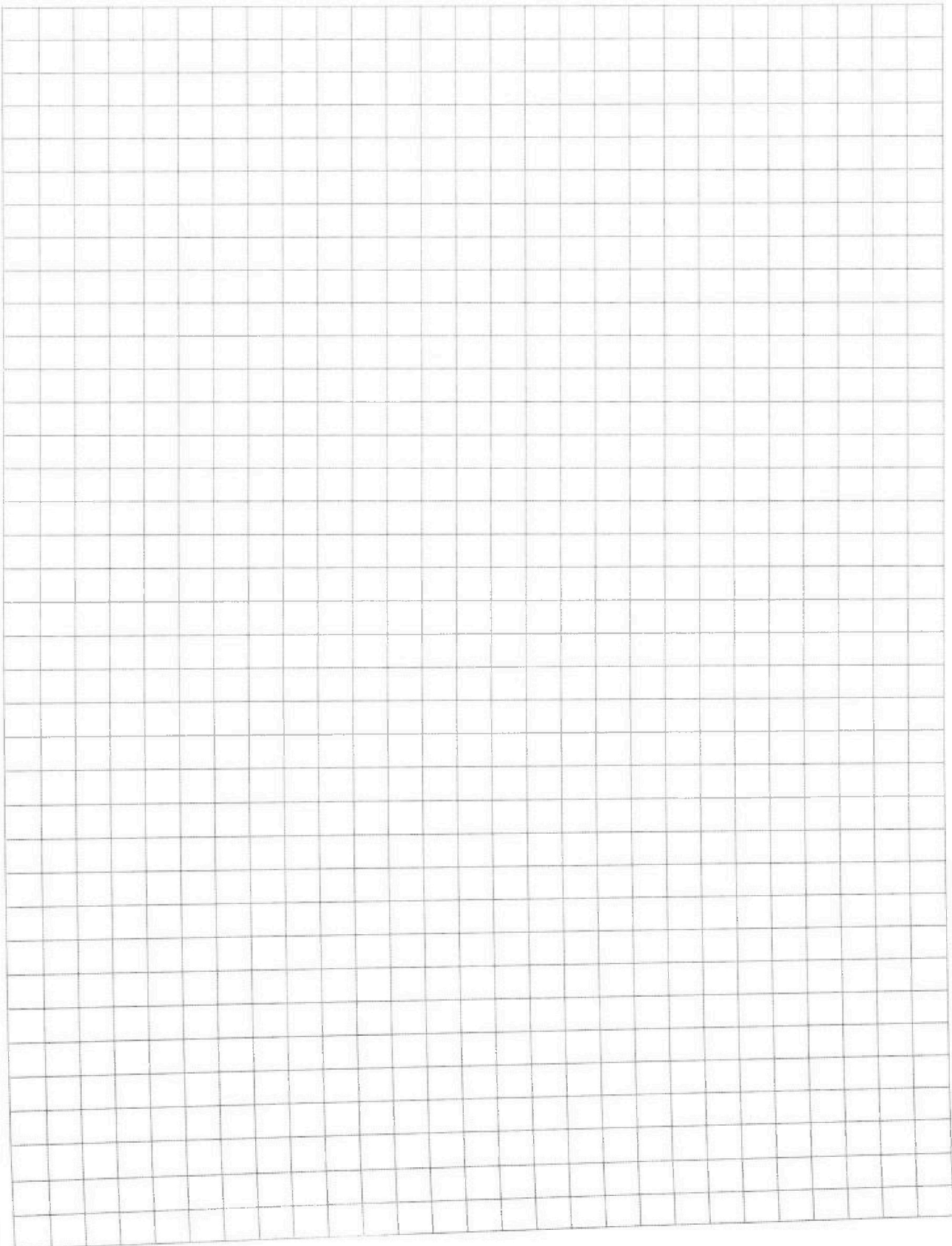


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

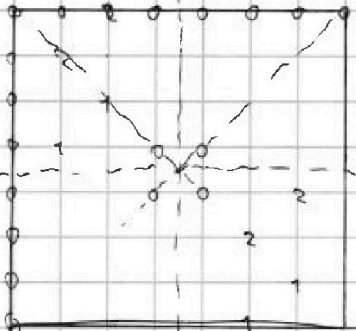


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



64 точек

20. $\Rightarrow 62$ ч.

$\binom{2}{64} = \frac{64 \cdot 63}{2}$

1) $C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2} = 8 \cdot 15 = 4 \cdot 30 = 120$

2) 8 вариантов

2.1) 8 сос. $16^2 = 256$

2.2) $\frac{16^2 - 256}{2} = 128$

~~$\frac{16 \cdot 15}{2} = 120$~~
 ~~$16 + 120 = 136$~~

512

~~$\frac{256 \cdot 28}{2} = \frac{256 + 16}{2}$~~

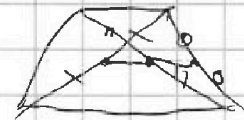
~~$256 - 16 = 240$~~
 ~~$240 / 2 = 120$~~

35

~~$56 \cdot 64 = 3584$~~
 ~~$48 \cdot 64$~~

~~$\frac{32 \cdot 16}{2} = 256$~~
 ~~$33 \cdot 16$~~

~~$\frac{52 \cdot 16}{2} = 416$~~
 ~~$\frac{48 \cdot 16}{2} = 384$~~
 ~~$\frac{44 \cdot 16}{2} = 352$~~
 ~~$\frac{40 \cdot 16}{2} = 320$~~
 ~~$\frac{36 \cdot 16}{2} = 288$~~
 ~~$\frac{32 \cdot 16}{2} = 256$~~
 ~~$\frac{28 \cdot 16}{2} = 224$~~
 ~~$\frac{24 \cdot 16}{2} = 192$~~
 ~~$\frac{20 \cdot 16}{2} = 160$~~
 ~~$\frac{16 \cdot 16}{2} = 128$~~
 ~~$153 \cdot 6$~~



ΩAM
 ωCL

$AB = 6$

$AN = 5$

$PQ \perp AC \Rightarrow O, Q \parallel AC$

$\Rightarrow LM \parallel AC$

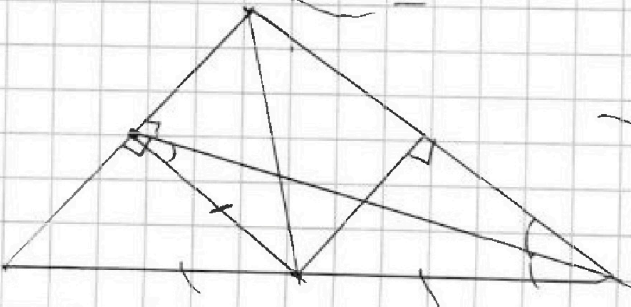
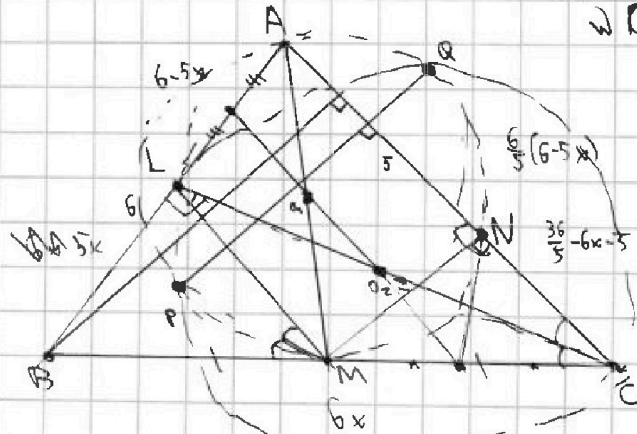
$LM = MC = BM$

(BLNC)

~~$AL \cdot AB = AN \cdot AC$~~
 ~~$\frac{6}{6} = \frac{5}{5}$~~

~~$\frac{BC}{BD} = \frac{AC}{AL} = \frac{6}{5}$~~

~~$\frac{6}{5} \cdot (6 - 5x) = 6x$~~
 ~~$\frac{36}{5} - 6x = 6x$~~
 ~~$\frac{36}{5} = 12x \Rightarrow x = \frac{3}{5}$~~
 ~~$BC = \frac{48}{5} = AC$~~





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$2x^5 + \sqrt{3x} + 4x^2 = 2y^5 + \sqrt{3y} + 4y^2 = f(x) = f(y)$$

$$(x; y) \Rightarrow (y; x) \Rightarrow \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-y-x^2}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \quad x=y$$

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

~~$$2x-3y \leq 6$$~~

$$-6 \leq 2x-3y \leq 6 \quad -6+3y \leq 2x \leq 6+3y$$

$$-4 \leq 3x-2y \leq 4 \quad -3+\frac{2}{3}y \leq x \leq 3+\frac{2}{3}y$$

$$-4+2y \leq 3y \leq 4+2y$$

$$\frac{4}{3} + \frac{2}{3}y \leq x \leq \frac{4}{3} + \frac{2}{3}y$$

$$\min(10x+5y)$$

$$5(2x+y)$$

$$\begin{matrix} 2k = 4x+2y \\ -2k = -4x+2y \end{matrix}$$

$$(1) \quad (2 \quad -3) \Rightarrow (2 \quad 1)$$

$$(2) \quad (3 \quad -2) \Rightarrow (10 \quad 5)$$

$$(1+1) = (3 \quad -1)$$

$$-4 \leq 3x-2y \leq 4$$

$$-32 \leq 24x-16y \leq 32$$

$$-6 \leq 3y-2x \leq 6$$

$$-42 \leq 21y-14x \leq 42$$

$$-10 \leq x+y \leq 10$$

$$-24 \leq 10x+5y \leq 24$$

$$(10 \quad 5) = (2) + 3(1) = 8(2) - 2(1)$$

$$2x-3y = 6 \quad x = \frac{6+3y}{2}$$

$$10x+5y = 2 \cdot 24 - 2 \cdot 6 = 48 - 12 = 36$$

$$3x-2y = -4$$

$$x = \frac{6 + 3 \cdot \frac{3-2y}{2}}{2} = \frac{15-3y}{4}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$3(6+3y) - 4y = -8$$

$$18 + 9y - 4y + 8 = 0$$

$$5y = -26$$

$$y = \frac{-26}{5}$$

$$a-b+5 = 2ab$$

$$\sqrt{x+4} + 5 = (2\sqrt{x+4} + 1)\sqrt{3-x}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$x^2(x^2+4x+4) + 4x(x^2+4x+4) - 2(x^2+4x+4)$$

$$2x^3 + 2k = 9$$

$$2k = 9 - 2x \Rightarrow k = 4.5 - x$$

$$x=1: 0, 2.5, -6$$

$$x=0: 12, 0, -6$$

$$x=-1: 24, 9, -6$$

$$x=-2: 36, 16, -24$$

$$x=-3: 54, 25, -54$$

$$x=-4: 80, 36, -96$$

$$x=-5: 125, 49, -150$$

$$x=-6: 216, 64, -216$$

$$x=-7: 343, 81, -294$$

$$x=-8: 512, 100, -384$$

$$x=-9: 729, 121, -486$$

$$x=-10: 1000, 144, -600$$

a_1

a_2

a_3

a_4

a_5

a_6

a_7

a_8

k

$2k$

$4k$

$6k$

$8k$

$10k$

$12k$

$14k$

$16k$

$18k$

$20k$

$$12 - 12x + 2k = (x^2 + 4x)^2$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 4k = -6x^2$$

$$12 - 12x + 6k = +6x^2$$

$$x^2 - 2x + 2 + k = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-2-k}}{1} = 1 - \sqrt{1-2-k} = 1 - \sqrt{-1-k} = -2$$

$$24 - 24x + 4k = 2x^4 + 16x^3 + 32x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 6x^2 + 2x^4 + 16x^3 + 32x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$k = -x^2 + 2x - 2$$

$$-1-k=9$$

$$k=-10$$

$$9 > 1+3\sqrt{6}$$

$$81 > 1+54+6\sqrt{6}$$

$$26 > 6\sqrt{6}$$

$$13 > 3\sqrt{6}$$

$$169 > 34$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(x+4x)^2 + (2x+2)^2 = 12$$

$$1 - 8 + 18 - 8 - 8 = 0$$

$$-8 + 24 - 12 - 4 = 0$$

$$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 6x^2 + 6x - 4 \\ - x^3 + 2x^2 \\ \hline 4x^2 + 6x - 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 + 4x - 2 \\ \hline x^2 + 4x - 2 \end{array}$$

$$-4x^2 + 8x$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$D = 16 + 4 - 2 = 24$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$(10 - \sqrt{6})^2 = 100 + 16 - 80\sqrt{6}$$

$$36 + 12\sqrt{6} > 4 \quad 36 - 12\sqrt{6} > 4 \quad 9 - 3\sqrt{6} > 1$$

$$2 < \sqrt{6} < 3$$

$$0 < 2 + \sqrt{6} < 4$$

$$4 + 6 - 4\sqrt{6} - 8 + 4\sqrt{6} - 2 = 0$$

$$36 - 12\sqrt{6} > 196 - 80\sqrt{6}$$

$$68\sqrt{6} > 160$$

$$39\sqrt{6} > 80$$

$$17\sqrt{6} > 40$$

$$289 - 6 > 4600$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 4x - 2 \\ \hline x^2 + 4x - 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 4x - 2 \\ \hline x^2 + 4x - 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 4x - 2 \\ \hline x^2 + 4x - 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 4x - 2 \\ \hline x^2 + 4x - 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$10 + 4\sqrt{6} > 8 - 4\sqrt{6}$$

$$2 + \sqrt{6}$$

$$12 + 24 - 12\sqrt{6} = 36 - 12\sqrt{6}$$

$$36 + 12\sqrt{6} > 4$$

$$36 - 12\sqrt{6} > 4$$

$$9 - 3\sqrt{6} > 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$12x - 3y \leq 6$$

$$13x - 2y \leq 4$$

$$\begin{cases} 2x \geq 3y \\ 3x \geq 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq \frac{3}{2}y \\ x \geq \frac{2}{3}y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x \leq 6 + 3y \\ 7x \leq 4 + 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 3 + \frac{3}{2}y \\ x \leq \frac{4}{3} + \frac{2}{3}y \end{cases}$$

$$\frac{3+4+5+5+4+9+6}{10} = \frac{36}{10} = 3.6$$

3.6

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2m^2 - 2m^4 = mn(m-2n-2)$$

$$77p^2, 15q^2$$

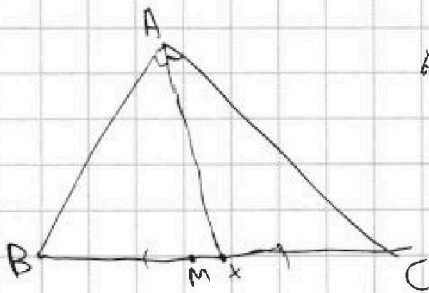
p, q - простые

$$\begin{cases} m-2n > 1 \\ m \geq 1+2n \\ m > 2n \end{cases}$$

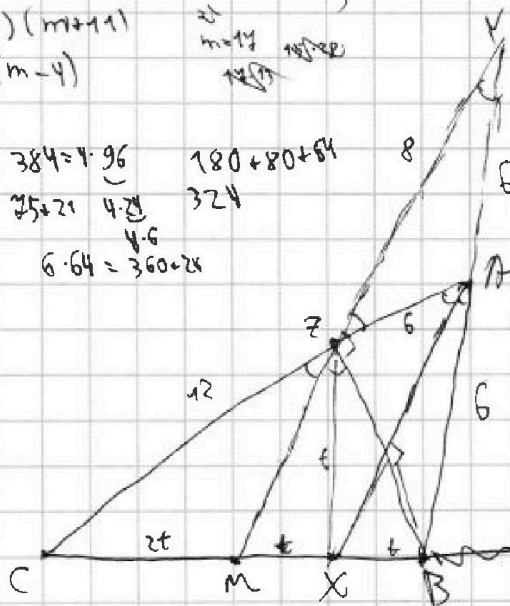
$$\begin{cases} n=1 & A=(m-2)(m+11) \\ n=4 & B=m(m-4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=6 & 4 \cdot 11 = 44 \\ n=14 & 6 \cdot 2 = 12 \end{cases}$$

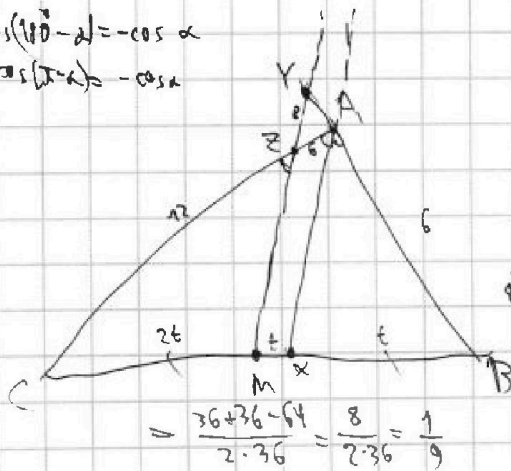
$$\begin{aligned} 384 &= 1 \cdot 96 \\ 25+21 &= 46 \\ 6 \cdot 64 &= 360+24 \end{aligned}$$



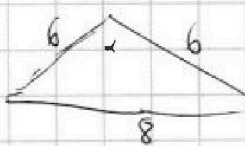
$$\begin{aligned} AC &= 18 \\ AZ &= 6 \\ YZ &= 8 \\ BC &=? \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \cos(180^\circ - \alpha) &= -\cos \alpha \\ \cos(\pi - \alpha) &= -\cos \alpha \end{aligned}$$



$$= \frac{36+36-64}{2 \cdot 36} = \frac{8}{7 \cdot 36} = \frac{1}{9}$$



$$\begin{aligned} p^2 &= 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \alpha \\ \cos \alpha &= \frac{6^2 + 6^2 - 8^2}{2 \cdot 6^2} \end{aligned}$$

$$BC^2 = 18^2 + 6^2 - 2 \cdot 18 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 144 = 12^2$$

$$360 - 24 = 336$$

$$324 + 36 + 24 = 384$$

$$\begin{array}{r} 150 \\ 145 \\ \hline 300 \\ 307 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 150 \\ 145 \\ \hline 300 \\ 307 \end{array}$$