



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12-12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_2 = 12 - 12x$ ,  $a_4 = (x^2 + 4x)^2$ ,  $a_8 = -6x^2$  Так как это арифметическая прогрессия то  $a_2 + 2k = a_4$ ,  $a_4 + 4k = a_8$ , где  $k$  - разность прогрессии.

$$\text{Итого } 2a_2 + 4k = 2a_4 \Rightarrow a_2 + 4k = a_4 + 2a_4 - 2a_2 \Rightarrow 3a_4 - 2a_2 - a_8 = 0$$

$$3(x^2 + 4x)^2 - 2(12 - 12x) + 6x^2 = 0 \quad | :3$$

$$(x^2 + 4x)^2 - 2(4 - 4x) + 2x^2 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 8 + 8x + 2x^2 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$\underbrace{x^4 + 4x^3 + 4x^2} + \underbrace{4x^3 + 16x^2 + 16x} - \underbrace{2x^2 - 8x - 8} = 0$$

$$x^2(x^2 + 4x + 4) + 4x(x^2 + 4x + 4) - 2(x^2 + 4x + 4) = 0$$

$$(x+2)^2 \cdot (x^2 + 4x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+8}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad x = -2 : \quad a_2 &= 12 - 24 = -12 \\ a_4 &= (4 - 8)^2 = 16 \\ a_8 &= -6 \cdot (-2)^2 = -24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} - \text{прогрессия, м.к. } 36 - 16 &= 20 \\ 16 - (-24) &= 40 \\ k &= -10 \end{aligned}$$

$$2) \quad x = \frac{-4 - \sqrt{16+8}}{2} = -2 - \sqrt{6} :$$

$$a_2 = 12 - 12(-2 - \sqrt{6}) = 36 + 12\sqrt{6}$$

$$a_4 = (-2 - \sqrt{6})^2 + 4(-2 - \sqrt{6})^2 = (10 + 4\sqrt{6} - 8 - 4\sqrt{6})^2 = 2^2 = 4$$

$$a_8 = -6(-2 - \sqrt{6})^2 = -6(10 + 4\sqrt{6}) = -60 - 24\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} - \text{прогрессия, м.к. } 36 + 12\sqrt{6} - 4 &= 32 + 12\sqrt{6} \\ 4 - (-60 - 24\sqrt{6}) &= 64 + 24\sqrt{6} = 2(32 + 12\sqrt{6}) \\ k &= -32 - 12\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$3) \quad x = \frac{-4 + \sqrt{16+8}}{2} = -2 + \sqrt{6} :$$

$$a_2 = 12 - 12(-2 + \sqrt{6}) = 36 - 12\sqrt{6}$$

$$a_4 = (-2 + \sqrt{6})^2 + 4(-2 + \sqrt{6})^2 = (10 - 4\sqrt{6} - 8 + 4\sqrt{6})^2 = 2^2 = 4$$

$$a_8 = -6(-2 + \sqrt{6})^2 = -6(10 - 4\sqrt{6}) = -60 + 24\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} - \text{прогрессия, м.к. } 36 - 12\sqrt{6} - 4 &= 32 - 12\sqrt{6} \\ 4 - (-60 + 24\sqrt{6}) &= 64 - 24\sqrt{6} = 2(32 - 12\sqrt{6}) \\ k &= -32 + 12\sqrt{6} \end{aligned}$$

Ответ:  $-2 - \sqrt{6}$ ;  $-2$ ;  $-2 + \sqrt{6}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{l} |2x-3y| \leq 6 \\ -6 \leq 2x-3y \leq 6 \quad | \times (-7) \\ -42 \leq -14x+21y \leq 42 \end{array} \quad \begin{array}{l} |3x-2y| \leq 4 \\ -4 \leq 3x-2y \leq 4 \quad | \times (8) \\ -32 \leq 24x-16y \leq 32 \end{array}$$

$$\begin{cases} -42 \leq -14x+21y \\ -32 \leq 24x-16y \end{cases} \oplus \Rightarrow -74 \leq 10x+5y$$

Равенство при  $x = \frac{-24}{5}$ ,  $y = \frac{-26}{5}$ :  $\frac{-24 \cdot 10}{5} + \frac{-26 \cdot 5}{5} = -48 - 26 = -74$

Ответ:  $-74$ .

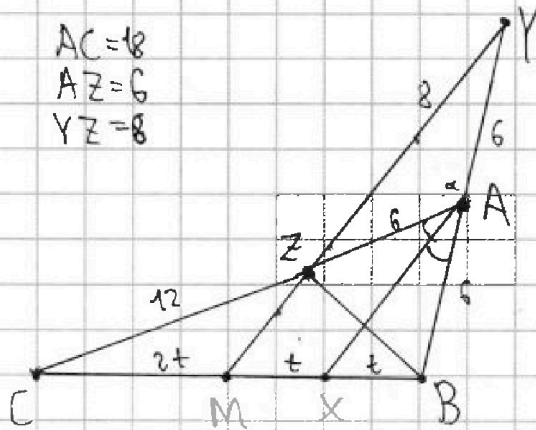


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Поскольку прямая, параллельная  $AX$ ,  
проходящая через  $M$  пересекает  
сторону  $AC$ , то точка  $M$  находится  
середины отрезка  $CX$ .

$$CZ = AC - AZ = 18 - 6 = 12$$

$$\text{По т. Фалеса: } \frac{CM}{MX} = \frac{CZ}{ZA} = \frac{12}{6} = 2$$

(п.к.  $MZ \parallel AX$ ) Тогда, пусть  $MX = t \Rightarrow$   
 $\Rightarrow CM = 2t$

$$M - \text{середина } BC \Rightarrow MB = CM = 2t \Rightarrow BX = MB - MX = 2t - t = t$$

$$\text{Поскольку } AX - \text{биссектриса, то } \frac{AB}{AC} = \frac{BX}{CX} = \frac{t}{3t} = \frac{1}{3} \Rightarrow AB = \frac{AC}{3} = 6$$

$$AX - \text{средняя линия в } \triangle MBY \text{ (п.к. } MX = BX = t \text{ и } AX \parallel MY) \Rightarrow YA = AB = 6$$

Пусть  $\angle YAZ = \alpha$ , тогда по т. Косинусов в  $\triangle YAZ$ :  $ZY^2 = AZ^2 + YA^2 - 2AZ \cdot YA \cdot \cos \alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow 8^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{36 + 36 - 64}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{8}{72} = \frac{1}{9}$$

$$\text{В } \triangle ABC \text{ по т. Косинусов: } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos(180^\circ - \alpha) =$$

$$= 6^2 + 18^2 + 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9} = 36 + 324 + 24 = 384$$

$$BC = \sqrt{384} = \sqrt{64 \cdot 6} = 8\sqrt{6}$$

Ответ:  $8\sqrt{6}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y} \quad - \text{это возрастающая функция} \Rightarrow$$

где  $x = y \geq 0$

$$\Rightarrow \text{значит } x = y$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(x+4)(3-x)} \quad | \text{ возведем в квадрат}$$

$$x+4 + 3-x+25 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} - 10\sqrt{3-x} + 10\sqrt{x+4} = 4(x+4)(3-x)$$

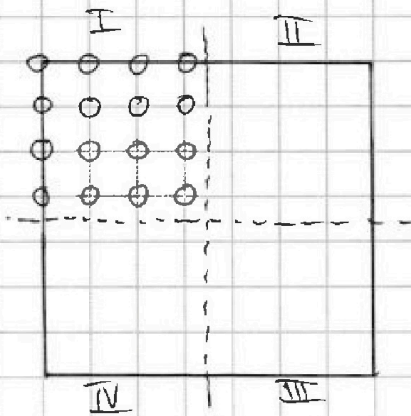


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Разделим квадрат на 4 четверти (в каждой 16 узлов сетки). Теперь будем рассматривать случаи по типу, сколько точек в каждой четверти было пересечением.

1) 2 белых точки в одной четверти: способ выбрать  $C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2} = 120$  (первый).  
Помните, что если мы выберем другую четверть, то она получится поворотом относительно центра квадрата, т.е. мы посчитали все точки способами и не одну не посчитали дважды.

2) по 1 белой точке в двух соседних четвертях: способ выбрать одну точку в каждой из двух таких четвертей 16, значит всего способов выбрать две точки  $16 \cdot 16 = 256$ . Помните, что поворотом мы также можем получить любые 2 соседние четверти, т.е. все способы мы учли, и не один способ не посчитали дважды, так как поворотом нельзя получить  $\geq 2$  узлов в I и II четверти.

3) по 1 белой точке в двух противоположных четвертях: способ выбрать 2 точки  $16 \cdot 16 = 256$  из I и III четвертей.

3.1) если эти выбранные точки симметричны относительно центра (таких способов 16), то поворотом на  $180^\circ$  мы придём к той же самой, а значит эти способы мы не посчитали дважды.

3.2) если эти выбранные точки не симметричны относительно центра (таких способов  $256 - 16 = 240$ ), то поворотом на  $180^\circ$  мы придём к другой ситуации, а значит такие способы мы посчитали дважды.

Итого способов  $16 + \frac{240}{2} = 16 + 120 = 136$  и помните, что II и IV четверти мы аналогично можем повернуть ситуацией, когда белые I и III четверти.

Получаем всего способов  $120 + 256 + 136 = 512$

Ответ: 512.

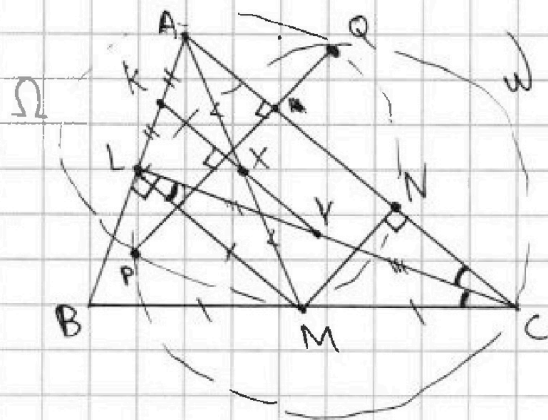


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

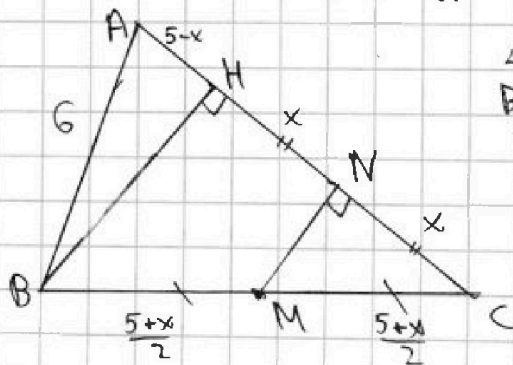


Пусть  $X$  - середина  $AM$ ,  
 $Y$  - середина  $CL$ , тогда  $X$  и  $Y$  -  
 центры  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно  $\Rightarrow$   
 $XY \perp PQ$  (т.к.  $XY$  - линия центров,  
 а  $PQ$  - радикальная ось  $\Omega$  и  $\omega$ )  
 $BH$  - высота  $\triangle ABC$  ( $BH \perp AC$ )  
 из условия  $BH \parallel PQ \Rightarrow PQ \perp AC$   
 $PQ \perp AC \mid \Rightarrow AC \parallel XY$   
 $PQ \perp XY \mid \Rightarrow AC \parallel XY$

Пусть  $XY \cap AL = K$ , тогда  $YK$  - средняя линия  $\triangle ACL$  (т.к.  $YK \parallel AC$  и  
 $Y$  - середина  $CL$ )  $\Rightarrow K$  - середина  $AL \Rightarrow KX$  - средняя линия  $\triangle ALM$   
 (т.к.  $K$  - середина  $AL$ ,  $X$  - середина  $AM$ )  $\Rightarrow KX \parallel LM \Rightarrow AC \parallel LM$   
 (т.к.  $KX \parallel AC$ )

Итак,  $AC \parallel LM \Rightarrow \angle MLC = \angle LCA = \angle LCM \Rightarrow LM = MC$   
 (из параллельности) (т.к.  $CL$  - биссектр.)

По  $LM$  - медиана в  $\triangle BLC$  и  $LM = MC = MB \Rightarrow \triangle BLC$  - равнобедренный  
 ( $\angle L = 90^\circ$ )  $\Rightarrow \triangle ABC$  - равнобедренный ( $AC = BC$ ), т.к.  $CL$  - высота и биссектриса.



$\angle ANM = 90^\circ$ , т.к.  $N$  - на  $\Omega$  с диаметром  $AM$ .  
 $BH$  - высота,  $BH \parallel MN$  и  $M$  - середина  $BC \Rightarrow$   
 $MN$  - средняя линия  $\triangle BHC \Rightarrow N$  - середина  $CH$   
 $AB = 6$  и  $AN = 5$  из условия  
 Пусть  $NC = x \Rightarrow HN = NC = x$   
 и  $AH = AN - HN = 5 - x$   
 $BC = AC = 5 + x$

Теперь по т. Пифагора в  $\triangle ABH$  и  $\triangle CBH$ :  $\begin{cases} BH^2 = BC^2 - HC^2 = (5+x)^2 - (2x)^2 \\ BH^2 = AB^2 - AH^2 = 6^2 - (5-x)^2 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow (5+x)^2 - (2x)^2 = 6^2 - (5-x)^2 \Rightarrow 25 + 10x + x^2 - 4x^2 = 36 - 25 + 10x - x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 25 - 36 + 25 = 4x^2 - x^2 - x^2 \Rightarrow 14 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = 7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{7} \Rightarrow AC = BC = 5 + \sqrt{7}$$

Ответ:  $5 + \sqrt{7}$ ;  $5 + \sqrt{7}$



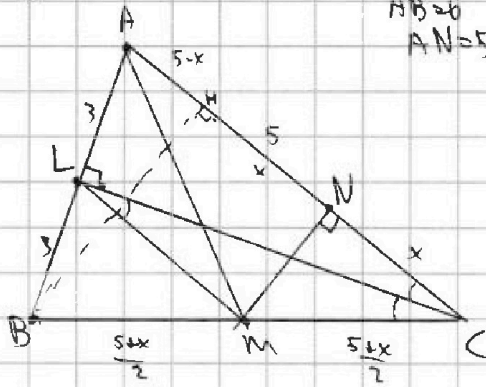
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$\begin{aligned} 6^2 - (5-x)^2 &= (5+x)^2 - (2x)^2 \\ 36 - 25 + 10x - x^2 &= 25 + 10x + x^2 - 4x^2 \\ 2x^2 - 50 + 36 &= 14 \\ x^2 &= 7 \\ x &= \sqrt{7} \end{aligned}$$

$5 + \sqrt{7}$



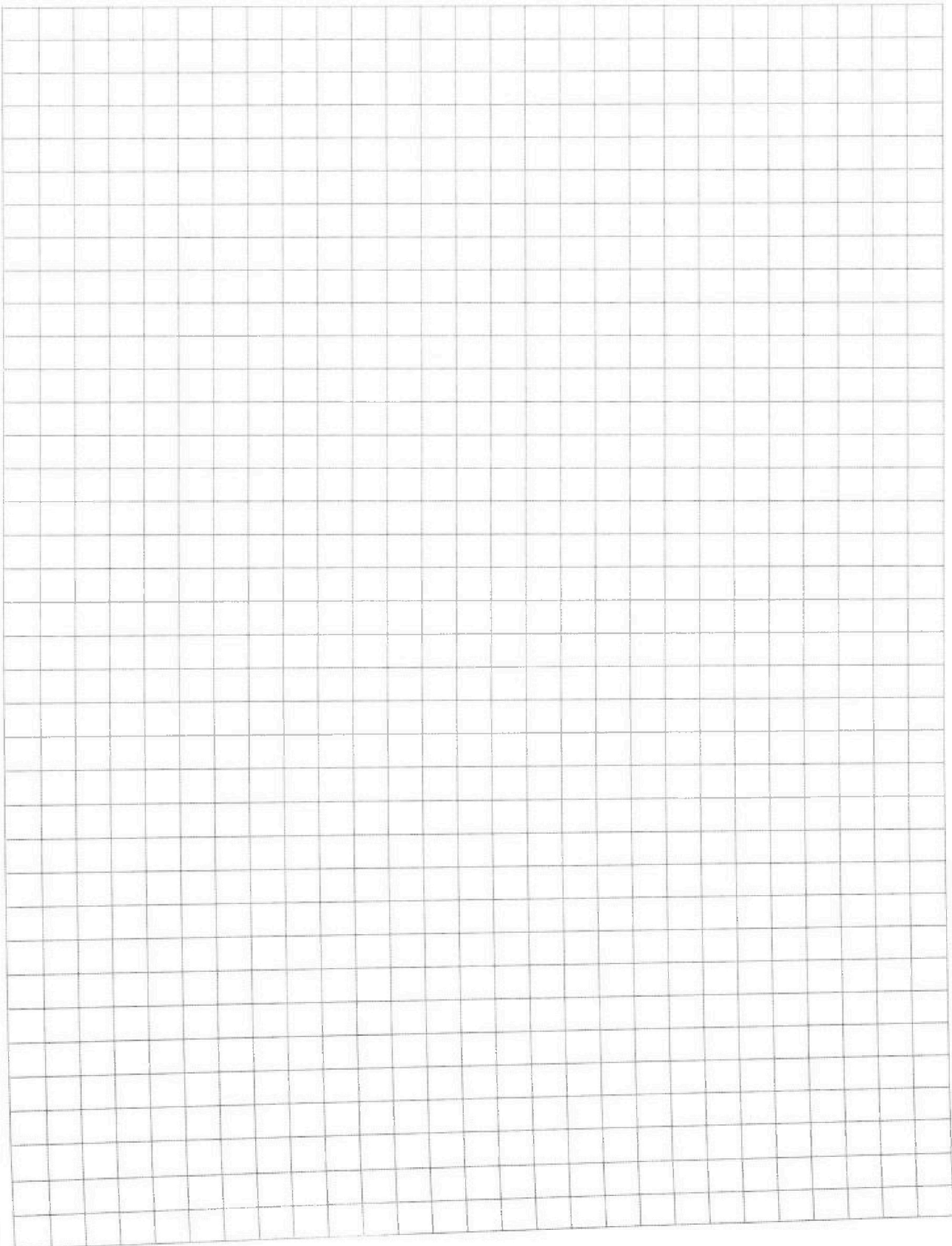


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

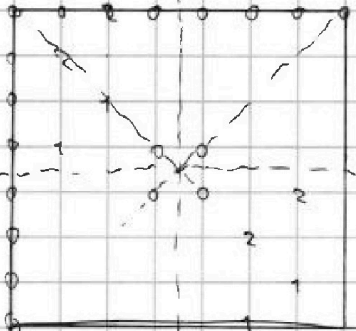


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



64 точек

20.  $\Rightarrow 62$  ч.

$\frac{2}{64} = \frac{64 \cdot 63}{2}$

1)  $C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2} = 8 \cdot 15 = 4 \cdot 30 = 120$

2) 8 вариантов

2.1) 8 сос.  $16^2 = 256$

2.2)  $\frac{16^2 - 256}{2} = 128$

~~$\frac{16 \cdot 15}{2} = 120$~~   
 ~~$16 + 120 = 136$~~

512

~~$\frac{256 \cdot 28}{2} = \frac{256 + 16}{2}$~~

~~$256 - 16 = 240$~~   
 ~~$240 / 2 = 120$~~

35

~~$56 \cdot 64 = 3584$~~   
 ~~$48 \cdot 64$~~

~~$32 \cdot 16 = 512$~~   
 ~~$33 \cdot 16$~~

~~$528$~~   
 ~~$48$~~   
 ~~$32$~~   
 ~~$16$~~   
 ~~$1536$~~



$\Omega$  AM  
 $\omega$  CL

$AB = 6$   
 $AN = 5$

$PQ \perp AC \Rightarrow O, Q \parallel AC$

$\Rightarrow LM \parallel AC$

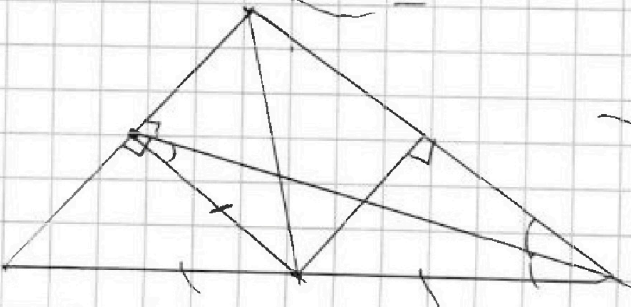
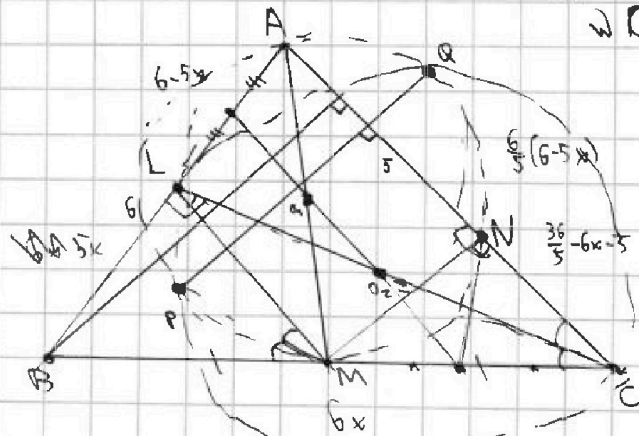
$LM = MC = BM$

(BLNC)

~~$AL \cdot AB = AN \cdot AC$~~   
 ~~$\frac{6}{6} = \frac{5}{5}$~~

~~$\frac{BC}{BD} = \frac{AC}{AL} = \frac{6}{5}$~~

~~$\frac{6}{5} \cdot (6 - 5x) = 6x$~~   
 ~~$\frac{36}{5} - 6x = 6x$~~   
 ~~$\frac{36}{5} = 12x \Rightarrow x = \frac{3}{5}$~~   
 ~~$BC = \frac{48}{5} = AC$~~





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$2x^5 + \sqrt{3x} + 4x^2 = 2y^5 + \sqrt{3y} + 4y^2 = f(x) = f(y)$$

$$(x; y) \Rightarrow (y; x) \Rightarrow \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-y-x^2}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \quad x=y$$

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -6 &\leq 2x-3y \leq 6 & -6+3y &\leq 2x \leq 6+3y \\ -4 &\leq 3x-2y \leq 4 & -3+\frac{2}{3}y &\leq x \leq 3+\frac{2}{3}y \end{aligned}$$

$$\min(10x+5y)$$

$$\begin{aligned} &1 \\ &5(2x+y) \\ &k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2k &= 4x+2y \\ -2k &= -4x+2y \end{aligned}$$

$$\frac{4}{3} + \frac{2}{3}y \leq x \leq \frac{4}{3} + \frac{2}{3}y$$

$$\begin{aligned} (1) \quad (2 \quad -3) & \Rightarrow (2 \quad 1) \\ (2) \quad (3 \quad -2) & \Rightarrow (10 \quad 5) \\ (1) + (1) &= (2) - (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -4 &\leq 3x-2y \leq 4 & -32 &\leq 24x-16y \leq 32 \\ -6 &\leq 3y-2x \leq 5 & -42 &\leq 21y-14x \leq 42 \\ -10 &\leq x+y \leq 10 & -24 &\leq 10x+5y \leq 24 \end{aligned}$$

$$(10 \quad 5) = (2) + 7(1) = 8(2) - 7(1)$$

$$10x+5y = 2 \cdot 24 - 26 = 48 - 26 = 22$$

$$\begin{aligned} 2x-3y &= 6 & x &= \frac{6+3y}{2} \\ 3x-2y &= -4 & x &= \frac{6+3 \cdot \frac{26}{5}}{2} = \frac{15+78}{5} = \frac{93}{5} \\ 3(6+3y) - 4y &= -8 & & \\ 18 + 9y - 4y + 8 &= 0 & & \\ 5y &= -26 & y &= \frac{-26}{5} \end{aligned}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$a-b+5=2ab$$

$$\sqrt{x+4} + 5 = (2\sqrt{x+4} + 1)\sqrt{3-x}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$x^2(x^2+4x+4) + 4x(x^2+4x+4) - 2(x^2+4x+4)$$

$$2x^3 + 2k = 9$$

$$2k = 9 - 2x \Rightarrow k = 4.5 - x$$

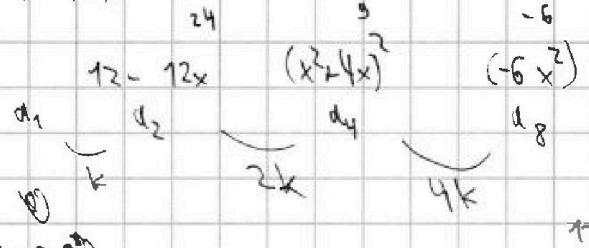
$$x=1: 0, 2.5, -6$$

$$x=0: 12, 0, -6$$

$$x=-1: 24, 9, -6$$

$$x=-2: 36, 16, -24$$

$$k = -10$$



$$12 - 12x + 2k = (x^2 + 4x)^2$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 4k = -6x^2$$

$$12 - 12x + 6k = +6x^2$$

$$x^2 - 2x + 2 + k = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-2-k}}{1} = 1 - \sqrt{1-2-k} = 1 - \sqrt{-1-k} = -2$$

$$24 - 24x + 4k = 2x^4 + 16x^3 + 32x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 6x^2 + 2x^4 + 16x^3 + 32x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$k = -x^2 + 2x - 2$$

$$-1-k=9 \Rightarrow k=-10$$

$$9 > 1+3\sqrt{6}$$

$$81 > 1+54+6\sqrt{6}$$

$$26 > 6\sqrt{6}$$

$$13 > 3\sqrt{6}$$

$$169 > 36$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(x+4x)^2 + (2x+2)^2 = 12$$

$$1 - 8 + 18 - 8 - 8 = 0$$

$$-8 + 24 - 12 - 4 = 0$$

$$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$$

~~$$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$$~~

$$\frac{x^3 + 6x^2 + 6x - 4}{x+2} = x^2 + 4x - 2$$

$$-4x^2 + 6x - 4$$

$$-4x^2 + 8x$$

$$10 + 4\sqrt{6} - 8 - 4\sqrt{6}$$

$$-2\sqrt{6}$$

$$12 + 24 - 12\sqrt{6} - 36 - 12\sqrt{6}$$

$$36 + 12\sqrt{6} - 12\sqrt{6} - 80\sqrt{6}$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$D = 16 + 4 - 2 = 24$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$(10 - 4\sqrt{6})^2 = 100 - 16\sqrt{6} - 80\sqrt{6}$$

$$36 + 12\sqrt{6} > 4 \quad 36 - 12\sqrt{6} > 4 \quad 9 - 3\sqrt{6} > 1$$

$$(x^2 + 4x)^2 - 4x^2 + 8x - 8 = -6x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 4x^2 + 6x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$\frac{x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8}{x+2} = x^3 + 6x^2 + 6x - 4$$

$$6x^3 + 18x^2 + 8x - 8$$

$$6x^3 + 12x^2$$

$$6x^2 + 8x - 8$$

$$6x^2 + 12x$$

$$-8x - 8$$

$$-4x - 8$$

$$2 < \sqrt{6} < 3$$

$$0 < 2 + \sqrt{6} < 4$$

$$4 + 6 - 4\sqrt{6} - 8 + 4\sqrt{6} - 2 = 0$$

$$36 - 12\sqrt{6} > 196 - 80\sqrt{6}$$

$$68\sqrt{6} > 160$$

$$39\sqrt{6} > 80$$

$$12\sqrt{6} > 40$$

$$289 - 6 > 4600$$

$$\frac{12\sqrt{6}}{289}$$

$$\frac{289}{12\sqrt{6}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$12x - 3y \leq 6$$

$$13x - 2y \leq 4$$

$$\begin{aligned} 2x &\geq 3y \\ 3x &\geq 2y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &\geq \frac{3}{2}y \\ x &\geq \frac{2}{3}y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x &\leq 6 + 3y \\ 7x &\leq 4 + 2y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &\leq 3 + \frac{3}{2}y \\ x &\leq \frac{4}{3} + \frac{2}{3}y \end{aligned}$$

$$\frac{3+4+5+5+4+9+6}{20} \quad \frac{6}{20}$$

376

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2m^2 - 2m4 = mn(m-2n-2)$$

$$77p^2, 15q^2$$

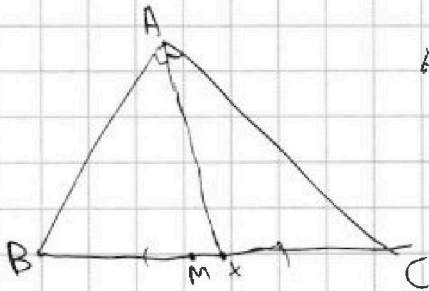
p, q - простые

$$\begin{aligned} m-2n &\geq 1 \\ m &\geq 1+2n \\ m &\geq 2n \end{aligned}$$

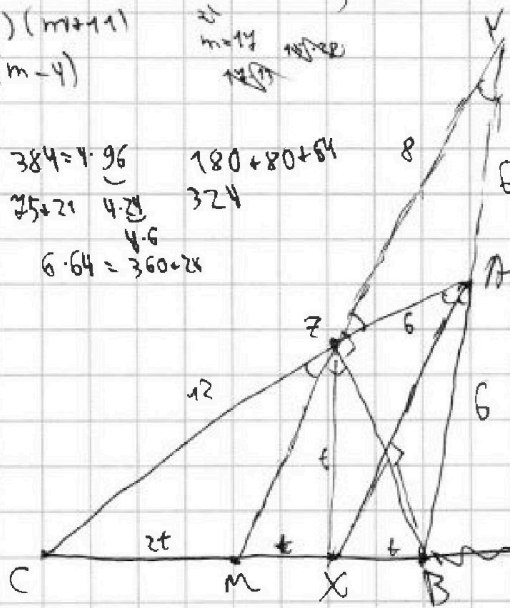
$$\begin{aligned} n=1 & \Rightarrow A=(m-2)(m+11) \\ n=4 & \Rightarrow B=m(m-4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m=6 & \Rightarrow 4 \cdot 17, 6 \cdot 2 \\ m=14 & \Rightarrow \dots \end{aligned}$$

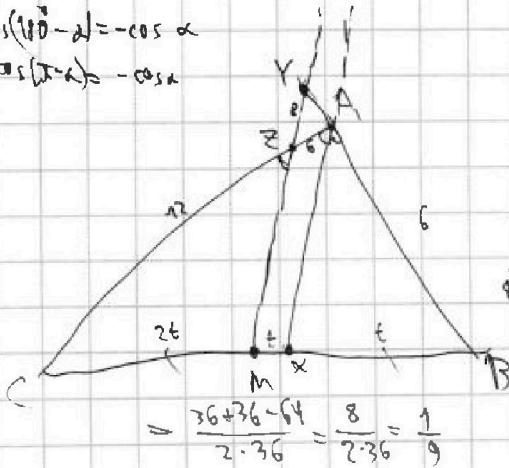
$$\begin{aligned} 384 &= 1 \cdot 96 \\ 25+21 &= 46 \\ 6 \cdot 64 &= 360+24 \end{aligned}$$



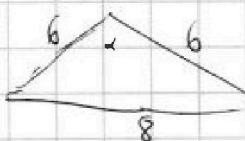
$$\begin{aligned} AC &= 18 \\ AZ &= 6 \\ YZ &= 8 \\ BC &=? \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \cos(180^\circ - \alpha) &= -\cos \alpha \\ \cos(\alpha - \alpha) &= \cos \alpha \end{aligned}$$



$$\frac{36+36-64}{2 \cdot 36} = \frac{8}{2 \cdot 36} = \frac{1}{9}$$



$$\begin{aligned} p^2 &= 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \alpha \\ \cos \alpha &= \frac{6^2 + 6^2 - 8^2}{2 \cdot 6^2} \end{aligned}$$

$$BC^2 = 18^2 + 6^2 - 2 \cdot 18 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 144 = 12^2$$

$$360 - 24 = 336$$

$$324 + 36 + 24 = 384$$

$$\begin{aligned} &150 \\ &170 \\ &200 \\ &\hline &367 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &150 \\ &170 \\ &200 \\ &\hline &324 \end{aligned}$$