



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \text{ десятый член равен } x+4, \text{ а двенадцатый член равен } \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $9 : 25$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $150 \times 200$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 820$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть  $a_1 = 6$ ; разность  $n$  знаменателя прогрессии равен  $q$ .

$$\text{тогда } 6 \cdot q^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}; \quad 6 \cdot q^3 = x+4; \quad 6 \cdot q^6 = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$\text{ОДЗ: } 1) x-3 \neq 0 \quad 2) \frac{15x+6}{(x-3)^3} \geq 0$$

$$\begin{array}{c} + \\ -0,4 \quad 3 \end{array} \xrightarrow{x}$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -0,4) \cup (3; +\infty)$$

Далее преобразуем к ОДЗ:

Заметим, что при  $x = -0,4$ ; четвёртый и двенадцатый члены равны нулю. Тогда все члены этой прогрессии равны нулю, в т.ч. и десятый.  $\Rightarrow x+4=0$  и  $x=-4$  - противоречие.

Тогда поделим двенадцатый член на четвёртый (оба  $\neq 0$ ):

$$\frac{6 \cdot q^6}{6 \cdot q^3} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}} = \sqrt{(x-3)^4} = (x-3)^2$$

$$q^3 = (x-3)^2$$

$$q^4 = |x-3| \Rightarrow q^2 = \sqrt{|x-3|}$$

поделим двенадцатый член на десятый:  $\frac{6 \cdot q^6}{6 \cdot q^3} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}$

$$q^2 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} \Leftrightarrow \sqrt{|x-3|} \stackrel{!}{=} \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}$$

$$1) x > 3$$

$$\sqrt{x-3} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} \quad | \cdot \sqrt{x-3}, \text{ т.к. } 15x+6 > 0 \text{ при } x > 3$$

$$x+4 = \sqrt{15x+6} \quad \uparrow \text{ в квадрате т.к. } x > -4$$

$$x^2 + 8x + 16 = 15x + 6 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x-5)(x-2) = 0$$

$x=5$  или  $x=2$ , но  $x=2$  - не ОК, т.к.

$$\Rightarrow x=5 \text{ - корень}$$

$$x > 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) x < 3$$

$$\sqrt{|x-3|} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}$$

$$\sqrt{3-x} = \frac{\sqrt{-(15x+6)(3-x)}}{x+4}$$

$$|: \sqrt{3-x}, \text{ и } -(15x+6) > 0 \text{ при } x < 3 \text{ на ОДЗ}$$

$$x+4 = \sqrt{-(15x+6)}$$

Т.к.  $x+4$  равно рациональному числу, то  $x+4 > 0 \Leftrightarrow x > -4$   
Тогда возведем обе части в квадрат:

$$(x+4)^2 = -15x-6$$

$$x^2 + 8x + 16 = -15x - 6$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x+22) = 0$$

$\Rightarrow x = -1$  или  $x = -22$ , но т.к.  $x > -4$ , то  $x = -22$  - не корень.

Тогда  $x = -1$  - корень и  $x = 5$  - корень. Оба они удовл. ОДЗ.

Ответ: -1; 5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \quad (1)$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \quad (2)$$

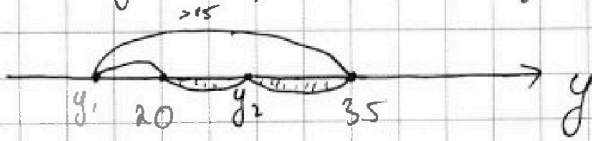
ОДЗ:  $x \geq -7$ ;  $5-x-3z \geq 0$ ;  $y-2x-x^2+z \geq 0$ ;  $225-z^2 \geq 0$

Далее на ОДЗ:

Заметим рассмотрим (2) ур-ние:  $\sqrt{225-z^2} \leq 15$

Однако слева этого уравнения мы видим:

$|y-20| + |y-35| + |y-35|$ , где  $|y-20| + |y-35|$  - сумма расстояний от  $y$  до чисел 20 и 35 соответственно.  
Заметим, что эта сумма всегда больше или равна 15: если  $y < 20$  или  $y > 35$ , то сумма расстояний больше 15. Если  $y \in [20; 35]$ , то сумма расстояний равна 15.



Однако наше выражение содержит увеличенное расстояние до числа 35. Тогда левая и правая часть будут равны, только если обе будут равны 15.

Левая часть равна 15 только если  $y = 35$ . Если  $y > 35$ , то расстояние до числа 20 будет больше 15. Если  $y \in [20; 35]$ , то пусть расстояние до числа 20 это  $d$ , тогда расстояние до  $|y-20| + |y-35| = 15$  и  $|y-35| > 0 \Rightarrow$  сумма больше 15. Если  $y < 20$ , то  $2|y-35| > 15$ .

Итого только  $y = 35$ . Тогда и правая часть равна 15.  
 $\sqrt{225-z^2} = 15$  при  $z = 0$ .

Подставим полученное  $y$  и  $z$  в (1) ур-ние:

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{36-(x+1)^2} + \sqrt{5-x}$$

перепишем ОДЗ для полученного уравнение:

$$1) x \geq -7; 2) 36-(x+1)^2 \geq 0; 3) 5-x > 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

возведем обе части в квадрат:

$$36x + 252 = 4x^2 + 44x + 121$$

$$4x^2 + 8x - 131 = 0$$

$$D = 64 + 16 \cdot 131 = 16(-1 + 4\sqrt{135})$$

$$x = \frac{-8 \pm 4\sqrt{135}}{8}, \quad x = \frac{-8 + 4\sqrt{135}}{8} > -5,5 \text{ - не ок.}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-8 - 4\sqrt{135}}{8} = -1 - \frac{1}{2}\sqrt{135} = -1 - 0,5\sqrt{135} \text{ удовл. ОДЗ}$$

Итого решение системы:

$$(-1 + 2\sqrt{5}; 35; 0), \quad (-1 - \frac{\sqrt{135}}{2}; 35; 0)$$

$$\text{Ответ: } (-1 + 2\sqrt{5}; 35; 0), \quad (-1 - \frac{\sqrt{135}}{2}; 35; 0)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть  $\sqrt{x+7} = a$ ,  $\sqrt{5-x} = b$ ;  $a, b \geq 0$

$$\Rightarrow a + b = 2ab + b$$

$$a - b + b + (a - b)^2 - a^2 - b^2 = 0$$

$$a - b + b + (a - b)^2 - x + 7 - 5 + x = 0$$

$$a - b + b + (a - b)^2 - 12 = 0$$

$$(a - b)^2 + (a - b) - 6 = 0$$

пусть  $a - b = t$

$$t^2 + t - 6 = 0$$

$$(t - 2)(t + 3) = 0$$

$$\Rightarrow \text{или } a - b = 2 \quad \text{или } a - b = -3$$

1)  $\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2$   $\checkmark$

$\sqrt{x+7} = 2 + \sqrt{5-x}$ , так как  $\sqrt{5-x} \geq 0 \Rightarrow$  1 в квадрате

$$x+7 = 4 + 4\sqrt{5-x} + 5-x$$

$$2x - 2 = 4\sqrt{5-x}$$

$$x - 1 = 2\sqrt{5-x}, \text{ ограничим: } x \geq 1$$

$$x^2 - 2x + 1 = 4(5-x)$$

$$x^2 + 2x - 19 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 19 = 4 \cdot 20 = 80$$

$$x = \frac{-2 \pm 4\sqrt{5}}{2}, \text{ т.к. } x \geq 1 \text{ - не ОК}$$

$$x = \frac{-2 + 4\sqrt{5}}{2} \text{ - ОК, упроб. ОДЗ}$$

2)  $\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = -3$

$\sqrt{x+7} + 3 = \sqrt{5-x}$ , т.к.  $\sqrt{5-x} \geq 0$ , то возведем в кв.

$$x+7 + 6\sqrt{x+7} + 9 = 5-x$$

$$2x + 11 + 6\sqrt{x+7} = 0$$

$$6\sqrt{x+7} = -2x - 11, \quad -2x - 11 \geq 0$$

$$x \leq -5.5, \text{ т.к. корень положительный}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2)  $36 \geq (x+1)^2$       3)  $x \leq 5$   
 Умно:  $x \in [-7; 5]$

~~$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{5-x}(x+7) + \sqrt{5-x}$  т.к обе части неотриц.  $\uparrow$  в квадрат~~

~~$\sqrt{x+7} + 6 = \sqrt{5-x}(2(x+7)+1)$  /  $\sqrt{5-x}$  в обеих до ОДЗ.  
 $2\sqrt{x+7} + 1 + 11$~~

~~$x+7+36+12\sqrt{x+7}$   
 $x+7+12\sqrt{x+7}+36 = 4(5-x)(x+7) + 4\sqrt{5-x}^2(x+7) + 5-x$~~

~~$x+43+12\sqrt{x+7} + 4(x-5)(x+7) + x-5 = 4 \cdot (5-x) \cdot \sqrt{x+7}$~~

~~$2x+38+12\sqrt{x+7}+4x^2+8x-140 = 20\sqrt{x+7}-4x \cdot \sqrt{x+7}$~~

~~$4x^2+10x-102 = 8\sqrt{x+7}-4x\sqrt{x+7}$~~

~~$4x^2+10x-102 = \sqrt{x+7}(8-4x)$   $| : (8-4x) \neq 0$  т.к при  $x=2$  нет равенства~~

~~$\frac{4x^2+10x-102}{8-4x} = \sqrt{x+7}$~~

~~$\frac{2x^2+5x-51}{4-2x} = \sqrt{x+7}$~~

$\uparrow$  в квадрат т.к обе части  $\geq 0$

~~каждый промежуток проверять условия~~

~~$2x^2+5x-51$   
 проверка на функцию слева~~

~~$\sqrt{x+7} + 6 = \underbrace{(2\sqrt{x+7} + 1)}_{>0} \cdot \underbrace{(\sqrt{5-x})}_{\geq 0}$~~

~~т.к справа функция всегда  $\geq 0$ , то~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$\cos 3x + \cos x + 5 \cos x = 6 \cos^2 x - 3 + p$$

$$2 \cos 2x \cdot \cos x + 5 \cos x - 3 \cos 2x = p$$

$$5 \cos x + 2 \cos x \cdot \cos 2x - 3 \cos 2x = p$$

$$5 \cos x + 2 \cos x \cdot (2 \cos^2 x - 1) - 6 \cos^2 x + 3 = p$$

$$5 \cos x - 2 \cos x + 4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 = p$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 = p$$

пусть  $f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$ , тогда  $f(\cos x)$  принимает все возможные значения, которые принимает  $f(t)$  на интервале  $t \in [-1, 1]$  найдем промежутки возрастания / убывания ф-ции  $f(t)$ :

$$f'(t)_t = 12t^2 - 12t + 3 = 3(4t^2 - 4t + 1) = 3(2t - 1)^2$$



$\Rightarrow$  на  $t = \frac{1}{2}$  - точка перегиба и  $f(t)$  - монотонно во ~~не~~убывает. Тогда  $f(t)$  принимает все значения на промежутке от  $t = -1, 1$ , тогда  $f(-1) \leq f(\cos x) \leq f(1)$

$$\begin{aligned} -4 - 6 - 3 + 3 &\leq f(\cos x) \leq 4 - 6 + 3 + 3 \\ -10 &\leq f(\cos x) \leq 4 \end{aligned}$$

Отсюда, что тогда  $p$  принимает все возможные значения, которые принимает  $f(\cos x)$  и  $\Rightarrow p \in [-10; 4]$   
 Ответ:  $[-10; 4]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Рассмотрим случаи, когда множество симметрично относительно центра.

Выбирая одну клетку, клетка симметричная ей, выбирается одновременно.

Тогда всего существует  $\frac{150 \times 200}{2} = 15000$  уникальных пар, обладающих такой симметрией.

кол-во способов выбрать какое-то множество:

$$N_1 = \frac{15000 \cdot 14999 \cdot 14998 \cdot 14997}{4!} = \frac{15000!}{14996! \cdot 4!}$$

2) Рассмотрим случаи, когда множество симметрично относительно средней линии.

Пусть множество симметрично относительно горизонтальной средней линии. Существует 15000 уникальных пар клеток, обладающих такой симметрией.

Тогда существует  $N_2$  способов выбрать такое множество:

$$N_2 = \frac{15000 \cdot 14999 \cdot 14998 \cdot 14997}{4!}$$

Аналогично существует  $N_3 = N_2$  способов выбрать множество, обладающее симметрией относительно вертикальной средней линии.

~~Заметим, что если множество симметрично одновременно в обе стороны ср. линий, то это равносильно тому, что множество симметрично относительно центра. Тогда сумму  $N_2 + N_3$ , мы вместо подсчета центральных множеств. Однако, стоит отметить, что ещё один случай мы посчитали дважды.~~

Однако, если мы сложим  $N_1, N_2$  и  $N_3$ , мы трижды посчитаем один и тот же способ выбрать множества, обладающие всеми тремя видами симметрии.

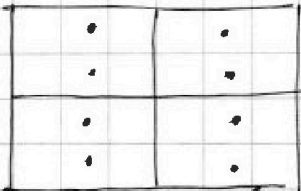


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Множества такого вида представляют из себя два прямоугольника, обладающих центральной симметрией.

Способов выбрать такой прямоугольник  $N_4 = \frac{200 \cdot 150}{4} = 150 \cdot 50 = 7500$ , т.к. такой прямоугольник однозначно задается по одной точке.

Способов выбрать два таких прямоугольника:

$$N_5 = \frac{7500 \cdot 7499}{2}$$

Также мы должны рассмотреть подмножества, обладающие и горизонтальной и вертикальной симметрией.

Заметим, что множество обладает только вертикальной, или только горизонтальной симметрией. Если у клетки А есть симметричная вертикально ~~горизонтально~~ клетка В, то у симметричной клетке В есть симметричная и клетка С, которая и будет симметричной клетке А горизонтально.

$$\text{Итого всего способов: } N_1 + N_2 + N_3 - N_5 = \frac{3 \cdot 15000!}{74996! \cdot 4!} - \frac{7500 \cdot 7499}{2} = 3 \cdot C_{15000}^4 - C_{7500}^2$$

$$\text{Ответ: } 3 \cdot C_{15000}^4 - C_{7500}^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{пусть } (a-c)(b-c) = p^2$$

Тогда существует 3 варианта возможных случаев:

1)  $a-c = p$ ;  $b-c = p$

$a = p+c$ ;  $b = p+c$  но тогда  $a=b$  - противоречие

2)  $a-c = -p$   $b-c = -p$

$a = -p+c$ ;  $b = -p+c$  но тогда  $a=b$  - противоречие

3)  $a-c = p^2$ ;  $b-c = 1$

$a = p^2+c$ ;  $b = 1+c$

тогда:  $a-b = p^2+c-1-c = p^2-1$

по условию  $p^2-1 \not\equiv 0 \pmod{3} \Leftrightarrow p^2 \not\equiv 1 \pmod{3}$

Однако, все квадраты натуральных чисел при делении на три дают либо остаток один, либо остаток ноль. Это легко видеть, пусть число равно  $3k+r$ , где  $r$ -остаток при делении на 3.

тогда  $(3k+r)^2 = 9k^2 + 6kr + r^2$ , где  $9k^2$  и  $6kr$  делится на 3.

$\Rightarrow$  каждый остаток квадрата на три это  $r^2$ . Но  $r^2$  или 0, или 1, или 4. Тогда  $r^2 \equiv 0, 1, 4 \pmod{3}$

$\Rightarrow$  квадрат данного числа сравним с  $r^2$  по модулю 3.

т.к.  $r=0, 1, 2$ , то  $r^2 \equiv 0, 1, 4 \pmod{3}$  и  $r^2 \equiv 1$  или  $r^2 \equiv 0 \pmod{3}$

$\Rightarrow p^2 \equiv 0 \pmod{3}$ . Тогда  $p=3$ .

$\Rightarrow a+b^2 = 3^2 + c + 1 + 2c + c^2 = 810$

$c^2 + 3c - 810 = 0$

$D = 9 + 4 \cdot 810 = 9(1 + 4 \cdot 90) = 361 \cdot 9 = 19 \cdot 3$

$c = \frac{-3 \pm \sqrt{361 \cdot 9}}{2} = \begin{cases} 27 \\ -30 \end{cases}$

$\Rightarrow a = 9 + 27 = 36$ ;  $b = 28$ ;  $c = 27$  или  $a = -21$ ;  $b = -29$ ;  $c = -30$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 4) \quad a - c &= -p^2; & b - c &= -1 \\ a &= -p^2 + c; & b &= -1 + c \\ a - b &= 1 - p^2 \end{aligned}$$

Аналогично п.3  $1 - p^2 \not\equiv 0$   
 $p^2 \not\equiv 1 \pmod{3}$

$$\Rightarrow p^2 \equiv 0 \pmod{3} \text{ и } p=3, \text{ т.к. } p - \text{простое.}$$

$$\text{Тогда: } -3^2 + c + (-1 + c)^2 = 820$$

$$c - 9 + 1 - 2c + c^2 = 820$$

$$c^2 - c - 828 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 828 = 33313$$

$$c_1 = \frac{1 \pm \sqrt{33313}}{2}$$

$c$  - нецелое  $\Rightarrow$  таких троек целых чисел для данной суммы нет.

$$\text{Ответ: } (36; 28; 27), (-21; -29; -30)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

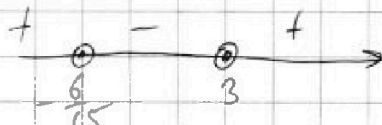
СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$\begin{cases} x \leq 15 \\ x \geq -2 \end{cases}$

$$03: \frac{15x+6}{(x-3)^3} > 0$$



$$x \in (-\infty; -\frac{6}{15}) \cup (3; +\infty)$$

$$a_{10} = x+4$$

$$a_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$b_1 \cdot q^3 = a_4$$

$$b_1 \cdot q^3 = a_{10}$$

$$b_1 \cdot q^6 = a_{12}$$

$$q^6 = \frac{x+4 \sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$$

$$x = -0,2$$

$\therefore 3, 1, 2, 0 \quad x \neq 3, \quad x \neq -0, 4$

$$q^6 = \sqrt{(x-3)^4} = (x-3)^2$$

$$q = \sqrt[4]{(x-3)^2} = \sqrt{\frac{x-3}{2}}$$

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$p = 0$$

$$a-b = 0$$

$$\sqrt{x+4} + 6 = 2\delta \quad + \sqrt{5-x-3\delta}$$

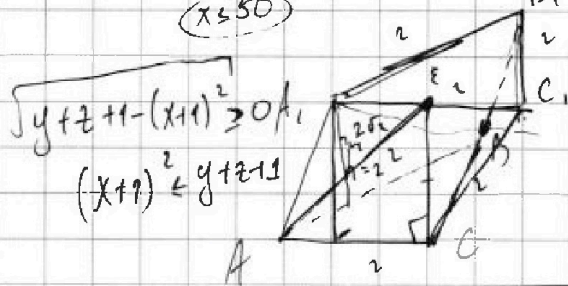
$$(a-c)(b-c) = n^2$$

$$\begin{cases} 5-x-3\delta \geq 0 \\ x \leq 5-3\delta \\ x \leq 5\delta \end{cases}$$

$$a+b = 820$$

$$S_{ABCD} = 4$$

$$20 + 64 - 54 - 92 = 0$$



$$\begin{aligned} \frac{1}{2} a h &= 4 \\ 2h &= 4 \\ h &= 2 \end{aligned}$$

$$(x^3 + 8x^2 + 16x)(x-3) = 15x+6$$

$$x^3 + 8x^2 + 16x - 3x^2 - 24x - 48 = 15x+6$$

$$x^3 + 5x^2 - 23x - 54 = 0$$

$$-8 + 20 + 46 - 54 = 0$$

$$66 - 62 = 0$$

36/24

$$q^2 = \frac{\sqrt{(15x+6)} \cdot \sqrt{(x-3)}}{x+4}$$

$$x-3 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}$$

$$\sqrt{(x-3)(x+4)} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$(x-3)(x+4)^2 = (15x+6)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$150 \times 200$$

$$\begin{aligned} a-c &= -p & a &= c-p \\ b-c &= -p & b &= c-p \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times 200 \\ \hline 30000 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 150 \\ \times 200 \\ \hline 30000 \end{array}$$

$$30000 \cdot 1 \cdot 29998 \cdot 1$$

$$\begin{aligned} & 30000 \cdot 29998 \cdot 29996 \cdot 29994 \\ &= \frac{2 \cdot 15000 \cdot 19995 \cdot 19993 \cdot 19992}{8!} \\ &= 0.2 \cdot 15000! \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+7} + 6 + 15 &= 275 \times 100 \\ \sqrt{a+6} + (15a-56) &= 56 \\ \sqrt{b-5a} &= (56-5a) \end{aligned}$$



$$p^2 + c - 1 - c \neq 0$$

$$p \neq 1$$

$$t^2 - t - 6 = 0$$

$$t = 3$$

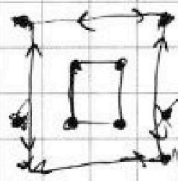
$$t = -2$$



$$2 \cdot 270 - 70 =$$

$$0.05t$$

$$\begin{array}{r} 0.05 \\ \times 2 \\ \hline 0.1 \end{array}$$



$$a-c = 1 - b+c$$

$$\begin{aligned} a-c &= p^2 & b-c &= p^2 \\ a &= p^2 + c & b &= 1+c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{5x+7} + 4 &= 20\sqrt{(5-x)(x+7)} \\ \sqrt{8+4} &= \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2} + c \neq 1+c \\ 2\sqrt{2} + 4 &= 4 \\ \sqrt{2} &= 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a=c=p$$

$$\begin{aligned} a &= c=p \\ b &= c+p \end{aligned}$$

- не имеет

$$a = c + 1$$

$$b = c + p^2$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{x+7} + \sqrt{5x})^2 - x+7 - 5x &= 2\sqrt{x+7} + \sqrt{5x} \\ a^2 - b^2 - 2ab < 2ab \\ a^2 - 4ab + b^2 < 4ab \end{aligned}$$



$$\begin{array}{r} \times 36 \\ \frac{1}{252} \\ \hline 152 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~42~~ 42  
x

~~$\sqrt{x+7} + \sqrt{5-x} = 2\sqrt{3}$~~

$\sqrt{1648}$

$x+7+36+12\sqrt{x+7} = 2\sqrt{36-1} - 4\sqrt{36} - 4\cdot(x+1)^2 + 5-x + 4\sqrt{...}$

$c-9+(c-1)^2 = 820$

$c-9+c^2-2c+1 = 820$

$c^2-c-828=0$

$2ab+6-a=0$

$2\sqrt{x+7}+1=11$

$\sqrt{x+7}=5$   
 $x+7=25$   
 $x=18$

$x=-18$

$x=2$

$x=-7$

$x=2$

$x=2$

$x=2$

$x=2$

$x=2$

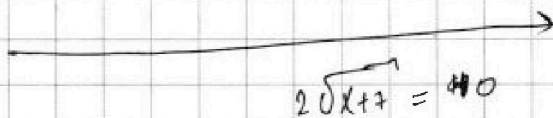
$x=2$

$x=2$

$x=2$

$x=2$

$x=2$



$2\sqrt{x+7} = 40$

$x=-7$

~~$\frac{3313}{20} = 165.65$~~

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 3 \\ \hline 57 \\ 13 \\ \hline 828 \\ \times 4 \\ \hline 3312 \end{array}$$

~~3373~~

~~828~~  
 $=1$   
 $-828$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 828 \\ \hline 4 \\ \hline 3312 \\ \hline 3313 \end{array}$$

$7 = 35^{11}$   
 $7 \sqrt[11]{35}$

$2x^2 + 5x - 51 \mid 2x - 4$

~~$3313$~~

$x=2$

$3+6 = 2 \cdot 3\sqrt{3} + 0.3$

$g = 7\sqrt{3}$

$81$