МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3

1. [3 балла] Найдите все действительные значения x, при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x+34)(3x+2)}$, двенадцатый член равен $2-x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\dfrac{25x+34}{(3x+2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+6}-\sqrt{3-x-2z}+7=2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2|+2|y-18|=\sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p, при которых уравнение
$$p\cos 3x+6\cos 2x+3(p+4)\cos x+10=0$$
имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p.

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B, а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD, чем точка A. Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E. Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7:20$, считая от вершины C.

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120. Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух “средних линий” прямоугольника (“средней линией” прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a;b;c)$ такие, что:
   - $a<b$,
   - число $b-a$ не кратно 3,
   - число $(a-c)(b-c)$ является квадратом некоторого простого числа,
   - выполняется равенство $a^2+b=1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 [x] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

Пусть $b_1, b_2, b_3 \dots$ – геом. прогрессия, тогда по условию: $b_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$; $b_{12} = 2-x$; $b_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$.

Обозначим q – знаменатель прогрессии, тогда т.к. $b_{12} = b_{10}\cdot q^2$, а $b_{18} = b_{10}\cdot q^8$, то имеем сис-му:

$$\begin{cases} \sqrt{(25x+34)(3x+2)}\cdot q^2 = 2-x \quad (1) \\ \sqrt{(25x+34)(3x+2)}\cdot q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} \quad (2) \end{cases}$$

Заметим, что ни один член прогрессии не равен нулю, т.е. $25x+34 \neq 0$; $2-x \neq 0$; $3x+2 \neq 0$,

тогда преобразуем (2): возведём обе части в квадрат, но при получении корней проверим, чтобы все подкоренные выражения были больше либо равны нулю:

$$(25x+34)(3x+2)\cdot q^{16} = \frac{25x+34}{(3x+2)^3} \quad \Big| : 25x+34 \ (\text{т.к. } \neq 0)$$

$$(3x+2)\cdot q^{16} = \frac{1}{(3x+2)^3} \overset{\text{т.к. } 3x+2\neq 0}{\Rightarrow} q^{16} = \frac{1}{(3x+2)^4} \Rightarrow q^2 = \frac{1}{\sqrt{|3x+2|}} > 0.$$

подставим q^2 в (1): $\sqrt{(25x+34)(3x+2)}\cdot q^2 = 2-x \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sqrt{(25x+34)(3x+2)}\cdot\frac{1}{\sqrt{|3x+2|}} = 2-x$$ $\Rightarrow$ тогда достаточно рассмотреть 2 случая:

1) $3x+2>0$, то

$\sqrt{25x+34} = 2-x$

т.е. $25x+34 = (2-x)^2$

$x^2-29x-30=0$

$(x-30)(x+1)=0$

проверив корни на допустимость, имеем, что $x=30$ – не подходит, а при $x=-1$ все условия подходят ($q=-1$).

т.е. таких значений x три.

2) $3x+2<0$, то

$\sqrt{-25x-34} = 2-x$

$-25x-34 = (2-x)^2$

$x^2+21x+38=0$

$(x+19)(x+2)=0$

$x=-19$; $x=-2$

Проверив корни на допустимость, имеем, что $x=-2$ – подходит ($q^2=\frac{1}{2}$), $x=-19$ – тоже подходит ($q^2=\frac{1}{\sqrt{55}}$)

Ответ: -1; -19; -2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z^2} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

Рассмотрим ОДЗ:

т.к. $400-z^2 \geq 0 \Rightarrow z \in [-20; 20]$

$x+6 \geq 0 \Rightarrow x \geq -6$

$3-x-2z \geq 0 \Rightarrow x+2z \leq 3$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

$p\cos 3x + 6\cos 2x + 3(p+4)\cos x + 10 = 0$.

Преобразуем выражение, используя триг. формулы:

$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$; $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$, тогда получим:

$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 12\cos^2 x - 6 + 3(p+4)\cos x + 10 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4p\cos^3 x - \cancel{3p\cos x} + 12\cos^2 x - 6 + \cancel{3p\cos x} + 12\cos x + 10 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4p\cos^3 x + 12\cos^2 x + 12\cos x + 4 = 0 \overset{:4}{\Rightarrow} p\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$,

т.е. $(p-1)\cos^3 x + (\cos x + 1)^3 = 0 \Rightarrow (p-1)\cos^3 x = -(\cos x+1)^3 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ при возведении обеих сторон в кубический корень, мы не теряем никаких корней, т.е.:

$\sqrt[3]{p-1}\cdot\cos x = -\cos x - 1 \Rightarrow \cos x = -\dfrac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1}$ (т.к. $\sqrt[3]{p-1}+1 \neq 0$

~~Рассмотрим функцию: $-\dfrac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1}$, т.к. она равна $\cos x$, то её значения должны быть в промежутке от $[-1;1]$ рассмотрим зависимость этой ф-ии от p:~~

~~1) при $p \geq 1$: $\sqrt[3]{p-1}+1 \geq 1 \Rightarrow -\dfrac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1} \in [-1;0)$ т.е.~~

~~все значения $p \geq 1$ — подходят.~~

~~2) при $p<1$: $\sqrt[3]{p-1}+1$~~

Рассмотрим ф-ию $f(p) = -\dfrac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1}$, т.к. значения $f(p)$ должны быть в промежутке $[-1;1]$, то

$\sqrt[3]{p-1}+1 \in (-\infty;-1] \cup [1;+\infty) \Rightarrow$ продолж. на след. стр.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

тогда $\left[\begin{array}{l} \sqrt[3]{p-1}+1 \geq 1 \\ \sqrt[3]{p-1}+1 \leq -1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} p \geq 1 \\ \sqrt[3]{p-1} \leq -2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} p \geq 1 \\ p \leq -7 \end{array}\right. \Rightarrow$

т.е. исходное уравнение имеет решения ~~[illegible]~~ (хотя бы одно) только при $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$,

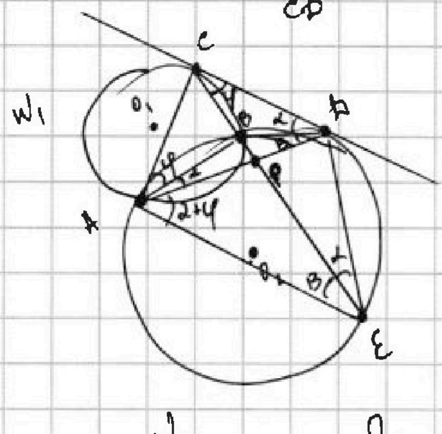
причём $\cos x = -\dfrac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1} \Rightarrow x = \pm \arccos\left(\dfrac{-1}{\sqrt[3]{p-1}+1}\right) + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

Ответ: $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$;

$x = \pm \arccos\left(\dfrac{-1}{\sqrt[3]{p-1}+1}\right) + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$.

Задача 4.

$\frac{ED}{CD}$ – ?



Пусть $AD \cap CE = P$, тогда по условию $CP : PE = 7 : 20$.

Обозначим $\angle DEB = \alpha$, $\angle BEA = \beta$, тогда $\angle BDA = \angle BEA = \beta$ как опир. на одну дугу впис. углы, аналогично, $\angle BAD = \angle BED = \alpha$.

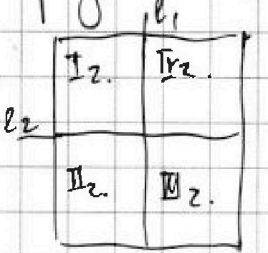
По теореме о хорде и касательной имеем, что $\angle CDA = \angle DEC = \alpha$. Теперь обозначим $\angle CAB = \varphi$, тогда аналогично по теор. о хорде и касат: $\angle CAB = \angle BCD = \varphi$. Тогда в $\triangle CPD$: $\angle CPD = 180^\circ - \alpha - \beta - \varphi \Rightarrow \angle CPA = \alpha + \beta + \varphi$, как смежный ему $\Rightarrow$ тогда в $\triangle ACP$: $\angle ACP + \varphi + \alpha + \alpha + \beta + \varphi = 180^\circ \Rightarrow \angle ACP = 180^\circ - 2\alpha - 2\varphi - \beta$. В $\triangle CAE$: $\angle PAE + \beta + \alpha + \varphi + 180^\circ - 2\alpha - \beta - 2\varphi = 180^\circ \Rightarrow \angle PAE = \alpha + \varphi$,

Значит, AP – биссектриса в $\triangle ACE$, т.е. по св-ву биссектрисе: $\frac{AC}{AE} = \frac{CP}{PE} = \frac{7}{20} \Rightarrow$ обозначим $AC = 7x$, тогда $AE = 20x$. Заметим, что $\triangle ADE \sim \triangle ACD$ по двум углам ($\angle CAD = \angle DAC$; $\angle CDA = \angle DEA$). Тогда по подобию: $\frac{CD}{DE} = \frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AE} \Rightarrow$ т.е. т.к. $\frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AE}$, то $AD = \sqrt{AC \cdot AE} = \sqrt{7x \cdot 20x} = x\sqrt{140} = 2x\sqrt{35}$, тогда т.к. $\frac{CD}{DE} = \frac{AD}{AE}$, то $\frac{DE}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{20x}{2x\sqrt{35}} = \frac{10\sqrt{35}}{35} = \frac{2\sqrt{35}}{7}$.

Ответ: $2\sqrt{35} : 7$

Задача 5. Если выполняется симметрия, то мы должны покрасить 4 клетки, а 4 другие будут соответствовать опр. клеткам:

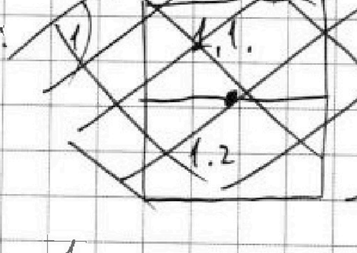
1) Если выполняется симметрия относительно любой из средних линий, то таких способов будет:

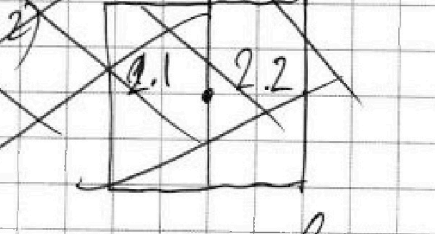


т.е: симметрия I ч + IV ч отн II ч и III ч; I ч + II ч отн IV ч и III ч.

т.е. из $\frac{500}{2} \cdot 120 = 250 \cdot 120$ клеток мы должны выбрать 4 в каждой из вышеуказанных ~~четвертей~~ половин, т.е. таких способов будет $2 \cdot C^4_{250 \cdot 120}$, т.к. относит. верт. сред. линии l_1 будет однозначное взаимное соответствие между 4 клетками I ч и IV ч. Аналогично I ч – II ч, III ч – II ч, IV ч – III ч, т.е. кол-во симметрий относительно сред. линий: $2C^4_{30000}$

2) Если выполняется симметрия отн. центра прямоугольника, то:





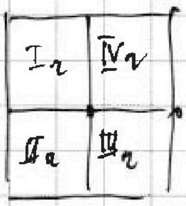
Если мы выберем 1 клетку из одной половины, то ей будет соответствовать 1 из другой половины, таких способов: $C^4_{250 \cdot 120} = C^4_{30000}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

3) Рассмотрим их совпадения, т.е. если мы



выберем 1 точку в I ч, то нужно будет ставить точку в II, III и IV четв.

т.е. нужно закрасить в одной из четвертей 2 клетки, а все остальные будут однозначно соответствовать этим двум: таких способов будет C_{15000}^2

т.к. их совпадения встречаются и в первом случае и во втором 3 раза, то кол-во случаев без повторов: $2C_{30000}^4 + C_{30000}^4 - 2C_{15000}^2$,

где $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ – количество сочетаний выбора k элементов из n в любом порядке.

Ответ: $3C_{30000}^4 - 2C_{15000}^2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 6. $(a; b; c)$ - ?

$a<b$; $b-a \vdots 3$; $(a-c)(b-c)=p^2$, где p - простое число,

$a^2+b=1000$.

$p : 1, p$, тогда т.к. $(a-c)(b-c)=p^2$, то ~~тогд~~:

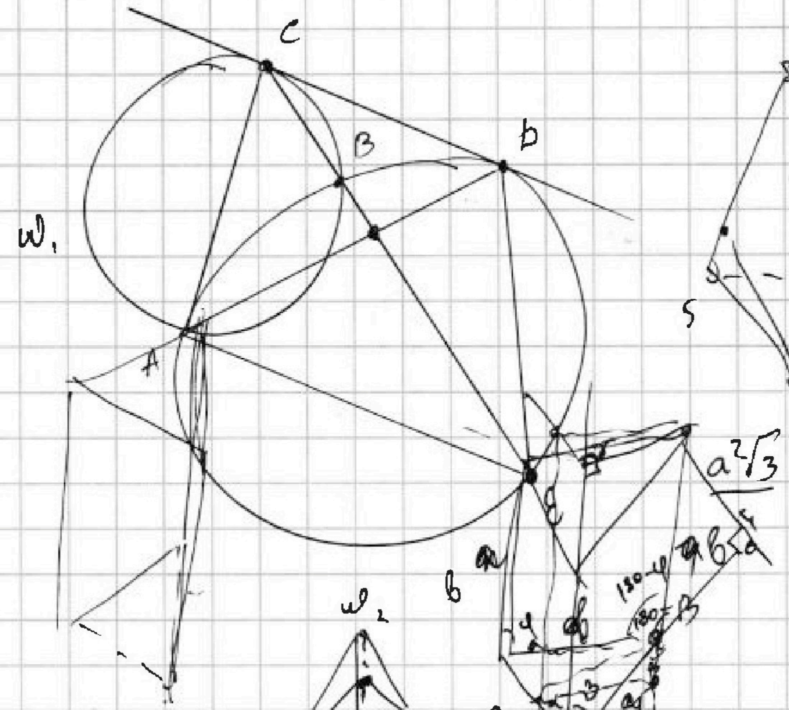
1) $a-c=b-c=p$, однако $b>a$, такой случ. не подходит

2) $a-c=1$; $b-c=p^2$

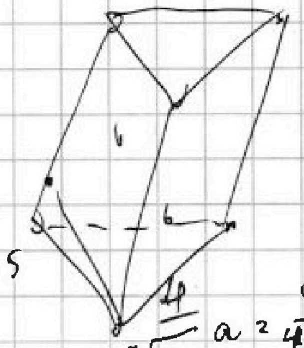
3) $a-c=p^2$; $b-c=1$, но не подходит, т.к. $b-c>a-c$ (из $b>a$), но если случ. верен, то $1>p^2$, этот случай отпадает.

Т.е. ед. случ: $b-c=p^2$

4.



$S_{осн} = 4$



$a = \frac{4}{\sqrt[4]{3}}$

$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 4$

$2\cdot 6\cdot \cos\alpha = 5.$

$\cos\gamma = \frac{5}{12}$

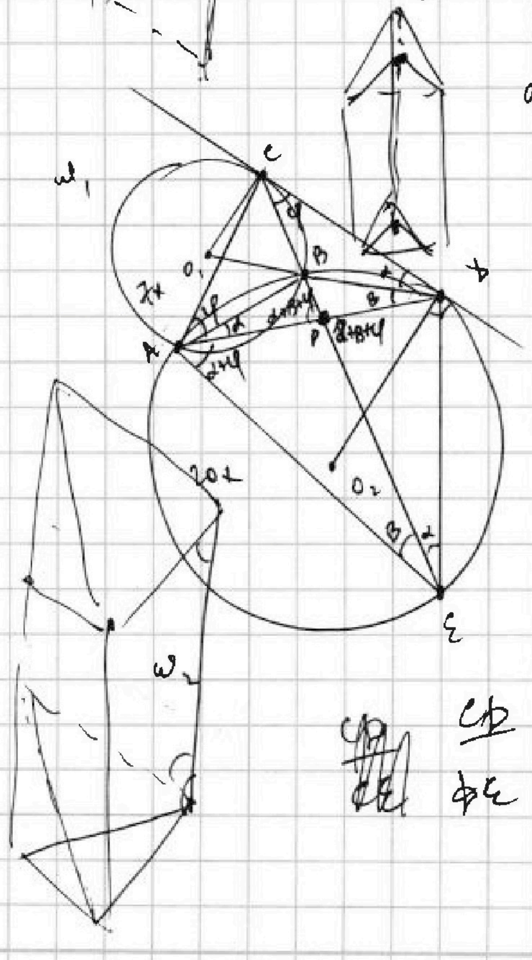
$a^2 = \frac{16}{\sqrt{3}}$

$ab\sin\beta = 6$

$ab\sin\alpha = 5$

$\frac{2EP}{PE} = \frac{7}{20}.$

$\frac{E\Phi}{C\Phi} = 7. \quad \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{6}{5}.$



тогда $ab\sin\alpha = a\Phi\sin\varphi$

$2\alpha + \beta + 2\varphi$

$\angle ACE = 180 - 2\alpha - \beta - 2\varphi$

$180^0 - 2\alpha - \beta - 2\varphi + \varphi + \alpha + \beta$

$180^0 x = \alpha + \varphi$

$\frac{C\Phi}{\Phi E} = \frac{AC}{A\Phi} = \frac{A\Phi}{AE}$

4·5·7

$A\Phi^2 = 140x^2 \quad A\Phi = 2\sqrt{35}\cdot x.$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

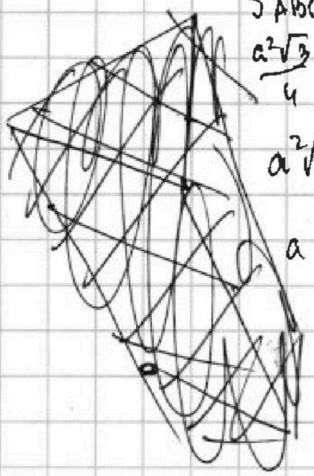
Задача 7.

$S_{ABC} = 4 \Rightarrow$

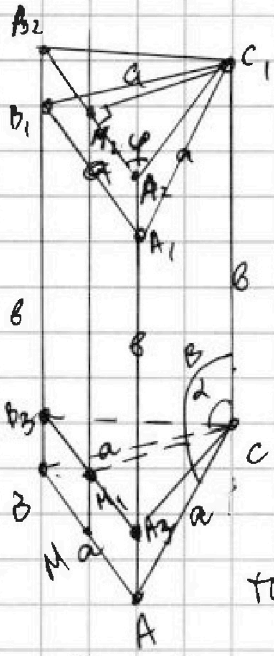
$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 4$, т.е.

$a^2\sqrt{3} = 16$

$a = \frac{4}{\sqrt[4]{3}}$



$V_{ABCA_1B_1C_1} - ?$



Без огранич. общ.: $S_{ABC} = 4$; $S_{AA_1C_1C} = S_{BB_1C_1C} = 6$; $S_{ABB_1A_1} = 5$. Пусть $\angle BCC_1 = \alpha$, $\angle C_1CA = \beta$, тогда т.к. $S_{парал} = ab\sin(a^\wedge b)$, то $ab\sin\alpha = ab\sin\beta \Rightarrow \sin\alpha = \sin\beta$, то есть $\alpha = \beta$ или $\alpha = 180^\circ - \beta$, но в обоих случаях будет один и тот же объём за счёт отсечения и прибавления от исходной пирамиды равных частей (с равным объёмом). Тогда мы можем рассмотреть случай с $\alpha = \beta$, тогда ABB_1A_1 - прямоугольник (т.к. тогда $CC_1 \perp AB$). Обозначим $AB = a$; $AA_1 = b$, тогда стор., как обозначено на рисунке. Из точки C_1 проведём перпендикуляр на плоскость (ABB_1) ~~, т.е. как на~~ рис, $A_2B_2 \parallel A_1B_1$ и M_2 - середина A_2B_2, т.к. $C_1M_2 \perp A_2B_2$ в р/б $\triangle A_2B_2C_1$ ($B_2C_1 = A_2C_1$, как катеты в равных $\triangle A_1A_2C_1$ и $\triangle A_2B_1C_1$), тогда если $\angle C_1A_2M_2 = \varphi$, то это угол двугранного угла линейный между плос-мя (ABM_1) и (AA_1C_1). Тогда т.к. M_2 - проекция точки C_1 на ABB_1, а M_1 - проекция C на ABB_1 (причём M, M_1, M_2 - лежат на одной прямой, где M - середина AB из соображ. р/б. треугольников), тогда $S_{ABB_1A_1} = 2 \cdot S_{A'A_1C_1C} \cdot \cos\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{5}{12}$.

Заметим, что $V_{ABCA_1B_1C_1} = V_{A_3B_3CC_1A_2B_2}$, т.к. $V_{C_1A_1B_1B_2A_2} = V_{CA_3B_3BA}$, тогда найдём $V_{A_3B_3CC_1A_2B_2}$.

~~$M_2A_2 = \frac{a}{2}$, то $M_2C_1 \ldots$~~ т.к. $\cos\varphi = \frac{5}{12}$, то

$A_2C_1 = \frac{a}{2\cos\varphi}$ в $\Delta A_2M_2C_1 \Rightarrow A_2C_1 = \frac{a}{\frac{5}{6}} = \frac{6a}{5}$, тогда по т. Пиф:

в $\Delta A_2M_2C_1$:

$$M_2C_1 = \sqrt{\frac{36a^2}{25} - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{144a^2 - 25a^2}{100}} = \frac{a\sqrt{119}}{10}, \text{ т.е.}$$

$$S_{A_2B_2C_1} = \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{119}}{10} = \frac{a^2\sqrt{119}}{20}$$

т.е. т.к. $S_{ABB_1A_1} = 5 = ab$, то $b = \frac{5}{a}$, т.е.

$$V_{A_3B_3CC_1A_2B_2} = \frac{a^2\sqrt{119}}{20} \cdot \frac{5}{a} = \frac{a\sqrt{119}}{4} = \frac{4}{\sqrt[4]{3}} \cdot \frac{\sqrt{119}}{4} = \frac{\sqrt{119}}{\sqrt[4]{3}}$$

Комментарий: в данной задаче я исследую ту конфигурацию в которой легче всего считать, поэтому был выбран именно прямоугольник в виде ABA_1B_1, т.к. нам выгодно, что $a = b$, но ответ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА 3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

будет одинаковый за счёт отсечения и прибавления равных соответствующих частей.

~~ABB_1A_1 будет прямоугольником т.к. при $\angle B$ при вращении AC_1A_1 вокруг оси OO_1 мы~~

Ответ: $\frac{\sqrt{119}}{\sqrt[4]{3}}$

1

$b_6 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$ $\quad b_{12} = 2-x = b_1 q^2$

$b_{18} = \sqrt{\dfrac{25x+34}{(3x+2)^3}} = b_1 q^8$ $\quad 25x$ $\quad x \neq 2$

$-475+34 = $ $\quad x \neq -\dfrac{2}{3}$

$\begin{cases} \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^2 = 2-x \\ \sqrt{\dfrac{25x+34}{(3x+2)^3}} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^8 \end{cases}$ $\quad = -441$ $\quad 21\sqrt{55}$ $\quad x \neq -\dfrac{34}{25}$

4

$\times\,25$, 19 $\quad 475$

225, $+25$, 475 $\quad -475$ $\quad 475 \cdot 55$

$\dfrac{\cancel{\sqrt{25x+34}}}{\sqrt{(3x+2)^4}} = \cancel{\sqrt{(25x+34)}} \cdot q^8$

$q^8 = \dfrac{1}{\sqrt{(3x+2)^4}} \Rightarrow q^8 = \dfrac{1}{(3x+2)^2}$ $\quad q^2 = \dfrac{1}{\sqrt{|3x+2|}}$

$\dfrac{-444}{553}$ $\quad \dfrac{21}{\sqrt{55}^3}$ $\quad 19$

т.е. $\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{|3x+2|}} = 2-x$ $\quad -57+2 = -55$

$25 \cdot 19 \cdot 5 \cdot 11 =$

т.е. $\sqrt{25x+34} = 2-x$ $\quad \sqrt{-25x-34} = 2-x$ $\quad 5\sqrt{19 \cdot 5 \cdot 11}$

$25x+34 = 4-4x+x^2$ $\quad -25x-34 = 4-4x+x^2$

$x^2-29x-30=0.$ $\quad x^2+21x+38=0$

$(x+1)(x-30)=0$ $\quad q^2 = \dfrac{1}{\sqrt{55}}$ $\quad (x+19)(x+2)=0.$

$x=-1$ и $x=30$ $\quad x=-19$; ~~...~~ $x=-2$

т.е. $\cancel{b_{12} = 5\sqrt{19}}$

т.е. $21 \cdot \dfrac{1}{\sqrt{55}^3}$

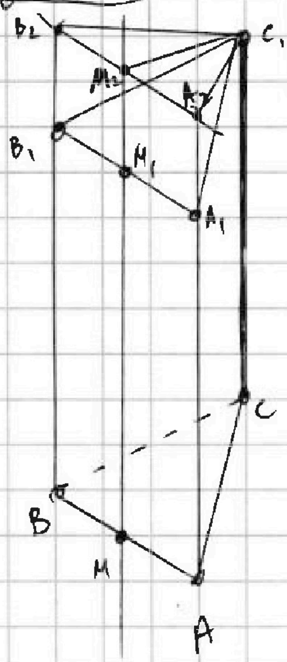
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА 4 ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 7.



Без ограничения общности, скажем, что $S_{ABC}=4$; $S_{ACC_1A_1}=6=S_{BCC_1B_1}$, $S_{ABB_1A_1}=5$. Построим из C_1 перпендикуляр к плоскости (ABB_1): $C_1M_2\perp(ABB_1)$, тогда проведём через M_2 прямую A_2B_2 ~~...~~, что $A_2B_2\perp MM_2$, где M - середина AB (M_1 - середина A_1B_1), M,M_1,M_2 - лежат на одной прямой т.к.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

(2) $\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}$

$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}$

$3-x-2z \geq 0$ $x+2z \leq 3$ $z \in [-20; 20]$

$x \leq 3-2z$

$x \geq -6$ $y-3x-x^2+z \geq 0$

$y+z \geq x^2+3x$ $\dfrac{\frac{9}{2}}{\frac{5}{12}} = \dfrac{6g}{5}$.

$x \geq 3-2z$

$x+y+z \geq x^2+3x+3-2z$

$\sqrt{400-z^2} \in [0; 20]$

$x \geq -6$ $(p-1)\cos^3 x = -(\cos x+1)^3$

$\sqrt[3]{p-1} \cdot \cos x = -\cos x - 1$

$2|y-18| \in [0; +\infty)$ $x \geq 3-2z$ $\cos x(\sqrt[3]{p-1}+1) = -1$

$2x \geq -3-2z$ $p\cos x + 3 + \frac{3}{\cos x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 0$

$x+z \geq -\frac{3}{2}$

$p\cos 3x + 6\cos 2x + 3(p+4)\cos x + 10 = 0$ $2z+2x \geq -3$

$\cos(2x+x) = \cos 2x \cos x - \sin x \sin 2x$ $(\sqrt[3]{p-1}\cos y + \cos x + 1)$

$(\cos^2 x - \sin^2 x)\cos x - 2\sin^2 x \cos x$ $($

$(2\cos^2 x - 1)\cos x - 2\sin^2 x \cos x =$

$= \cos x(2\cos^2 x - 1 - 2\sin^2 x) =$

$= \cos x(\underline{2\cos^2 x} - 1 - 2(\sin^2 x + \cos^2 x) + \underline{2\cos^2 x}) =$

$= 4\cos^3 x - 3\cos x$ $(p-1)\cos^3 x + (\cos x+1)^3 = 0$

$+12\cos x$

$\underline{p}(4\cos^3 x - \underline{3\cos x}) + 12\cos^2 x - 6 + \underline{3(p+4)}\underline{\cos x} + 10 = 0$

$4p\cos^3 x + 12\cos^2 x + 12\cos x + 4 = 0$. $p\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt[3]{p-1}\cdot\cos x = -\cos x - 1$ cos $z=12$

$x=\frac{\pi}{3}$ $z=16$

$\cos x\cdot\sqrt[3]{p-1} + \cos x + 1 = 0$

$\cos x\left(\sqrt[3]{p-1}+1\right)+1=0.$

$\sqrt[3]{p-1}+1 = -\frac{1}{\cos x} = y$

$\sqrt[3]{p-1} = \frac{-1-\cos x}{\cos x}$ $\cos x \in -1;1$

$400-z^2 = k^2.$ 250·60

169 $\sqrt[3]{p-1} = 1$ p^2

196 $b-c=4$

225 $\sqrt[3]{x}=y$ т.е.

189 250 15000

256 $2500 \cdot 6$ $b>a$

$b-c > c-a$

$\cos x\left(\sqrt[3]{p-1}+1\right)+1=0.$ $p^2>1$ $a=4$

при $p>1$ => $\cos x = -\frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1}$ $\boxed{p\geq 1}$ то

$a;b;c.$

$a<b$ 999-2.

$1+999=1000$ 2^{70} $p<1$

$b-a \,⋮\, 3$ $c=-2$ $-1+2$ 0,5 -1

0 -1

-0,5 $-2\sqrt{-1-1}$

$(a-c)(b-c)=p^2$ $(a-c)(b-c)=p^2$ т.е.

$a^2+b=1000$ т.е.

$b>a>c$ либо $c>b>a$

$a-c$