



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x-9)(x-6)}$, девятый член равен $x+3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть первый член прогрессии равен a_1 , а коэфф. прогрессии равен q . Тогда $a_7 = a_1 \cdot q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$, $a_9 = a_1 \cdot q^8 = x+3$,

$a_{15} = a_1 \cdot q^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$. Если $a_1 = 0$, то $x+3=0$, $x=-3$; но

тогда $\sqrt{(25x-9)(x-6)} = \sqrt{(-84) \cdot (-9)} \neq 0$. Если же $a_1 \neq 0$:

$$\frac{a_9}{a_7} = \frac{a_1 \cdot q^8}{a_1 \cdot q^6} = q^2; \quad q^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)^3}}; \quad \frac{a_{15}}{a_7} = \frac{a_1 \cdot q^{14}}{a_1 \cdot q^6} = q^8 =$$

$$= \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}; \quad \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} : \sqrt{(25x-9)(x-6)} = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^4}} = \frac{1}{(x-6)^2}; \quad q = \pm \sqrt[4]{\frac{1}{|x-6|}};$$

т.е. $q^2 = \sqrt{\frac{1}{|x-6|}}$. Тогда имеем: $a_9 = x+3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$.

$$q^2 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \sqrt{\frac{1}{|x-6|}} = \sqrt{\frac{(25x-9)(x-6)}{|x-6|}}. \quad \text{Пусть это,}$$

$$(25x-9)(x-6) \geq 0, x \neq 6; \quad x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup (6; +\infty).$$

$$\text{Если } x > 6: \sqrt{\frac{(25x-9)(x-6)}{|x-6|}} = \sqrt{25x-9} = x+3; \quad \begin{cases} 25x-9 = x^2+6x+9 \\ x > 6 \\ x+3 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-19x+18=0 \\ x > 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=18 \\ x=1 \\ x > 6 \end{cases} \Leftrightarrow x=18.$$

$$\text{Если } x < 6: \sqrt{\frac{(25x-9)(x-6)}{|x-6|}} = \sqrt{-(25x-9)} = \sqrt{9-25x} = x+3;$$

$$\begin{cases} 9-25x = x^2+6x+9 \\ x < 6 \\ x+3 \geq 0 \\ x \leq \frac{9}{25} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+31x=0 \\ x \in [-3; \frac{9}{25}] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-31 \\ x \in [-3; \frac{9}{25}] \end{cases} \Leftrightarrow x=0.$$

Итого, имеем два значения x , при ко-

торых данная прогрессия существует: $x=0$ и $x=18$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Таким равенство $|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$

При $y < -4$: $|y+4| + 4|y-5| = -y-4-4y+20 = 16-5y$

при $y < -4$ $16-5y > 16-5 \cdot (-7) = 36$

При $-4 \leq y < 5$: $|y+4| + 4|y-5| = y+4-4y+20 = 24-3y$

при $-4 \leq y < 5$ $9 < 24-3y \leq 36$

При $y \geq 5$: $|y+4| + 4|y-5| = y+4+4y-20 = 5y-16 \geq 5 \cdot 5-16 = 9$

Таким образом, $(|y+4| + 4|y-5|) \geq 9$

При этом, $\sqrt{81-z^2} \in [0, 9]$. Тогда равенство возможно в единств. случае: $\sqrt{81-z^2} = 9 \Leftrightarrow (|y+4| + 4|y-5|) = 9$

$\sqrt{81-z^2} = 9 \Leftrightarrow 81-z^2 = 81 \Leftrightarrow z^2 = 0 \Leftrightarrow z = 0$

$y < -4$: $\begin{cases} 16-5y = 9 \\ y < -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = 7 \\ y < -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{7}{5} \\ y < -4 \end{cases} \Leftrightarrow y \in \emptyset$

$-4 \leq y < 5$: $\begin{cases} 24-3y = 9 \\ -4 \leq y < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 15 \\ -4 \leq y < 5 \end{cases} \Leftrightarrow y = 5 \notin \{-4, 5\}$

$y \geq 5$: $\begin{cases} 5y-16 = 9 \\ y \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = 25 \\ y \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow y = 5$. Таким образом,

$y = 5, z = 0$. Проверим в первую

раз все условия! $\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2} \Leftrightarrow$

$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2} \Leftrightarrow \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 =$

$= 2\sqrt{(x+5)(7-x)} \Leftrightarrow \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 - 2\sqrt{x+5} \cdot \sqrt{7-x} = 0 \Leftrightarrow$

$\sqrt{x+5} - \sqrt{7-x} = 2(\sqrt{x+5} \cdot \sqrt{7-x} - 2) \Leftrightarrow$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \begin{cases} x+5 \sqrt{1-x} - 2\sqrt{x+5} \cdot \sqrt{1-x} = 4(x+5)/(1-x) + 16 - \sqrt{x+5} \cdot \sqrt{1-x} \\ x \in [-5; 1] \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 - 2\sqrt{x+5} \cdot \sqrt{1-x} = 4(x+5)/(1-x) + 16 - \sqrt{x+5} \cdot \sqrt{1-x} \\ x \in [-5; 1] \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} \cdot \sqrt{1-x} = 10 + 4(x+5)/(1-x) \\ x \in [-5; 1] \end{cases} \quad | \cdot (1-x) \Rightarrow 49(x+5)(1-x) = 25 + 4(x+5)^2(1-x)^2$$

$$+ 20(x+5)/(1-x) \Rightarrow \begin{cases} 4((x+5)/(1-x))^2 - 29(x+5)/(1-x) + 25 = 0 \\ x \in [-5; 1] \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+5)/(1-x) = \frac{25}{4} \\ (x+5)/(1-x) = 1 \\ x \in [-5; 1] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - x^2 - 4x + 5 = \frac{25}{4} \\ x - x^2 - 4x + 5 = 1 \\ x \in [-5; 1] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x^2 + 16x + 5 = 0 \\ x^2 + 4x - 4 = 0 \\ x \in [-5; 1] \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-8 \pm 2\sqrt{77}}{4} \\ x = -2 \pm 2\sqrt{2} \\ x \in [-5; 1] \end{cases} \Rightarrow x \in \left\{ -2 \pm \frac{\sqrt{77}}{2}; -2 \pm 2\sqrt{2} \right\}$$

Методом подстановки проверим, какие корни подходят:

$$-2 - \frac{\sqrt{77}}{2}: \sqrt{3 - \frac{\sqrt{77}}{2}} - \sqrt{3 + \frac{\sqrt{77}}{2}} + 4 = 2\sqrt{(3 - \frac{\sqrt{77}}{2})(3 + \frac{\sqrt{77}}{2})};$$

$$\sqrt{3 - \frac{\sqrt{77}}{2}} - \sqrt{3 + \frac{\sqrt{77}}{2}} + 4 = 5; \quad \sqrt{3 - \frac{\sqrt{77}}{2}} - \sqrt{3 + \frac{\sqrt{77}}{2}} = 1 \quad - \text{неверно.}$$

$$-2 + \frac{\sqrt{77}}{2}: \sqrt{3 + \frac{\sqrt{77}}{2}} - \sqrt{3 - \frac{\sqrt{77}}{2}} = 1 \quad - \text{верно.}$$

$$-2 - 2\sqrt{2}: \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} + 4 = 2\sqrt{(3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2})}; \quad \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} + 4$$

$$= 2; \quad \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = -2 \quad - \text{верно.}$$

$$-2 + 2\sqrt{2}: \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = -2 \quad - \text{неверно.}$$

Итого, имеем два решения: $(-2 - 2\sqrt{2}; 5; 0)$ и $(-2 + \frac{\sqrt{77}}{2}; 5; 0)$.

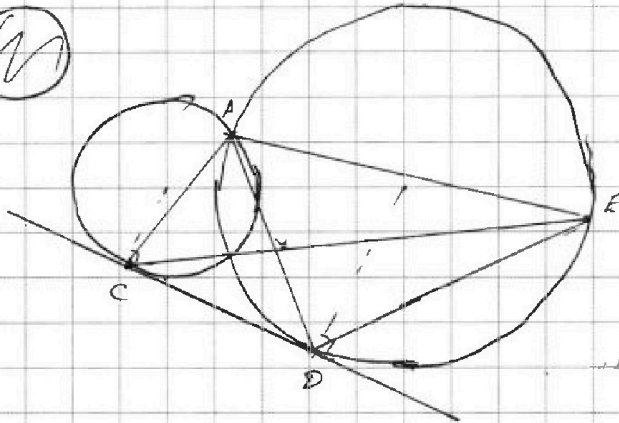


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+1) \cos x = 6 \cos 2x + 10 \Leftrightarrow 4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3 \cos x + 12 \cos x =$$

$$= 12 \cos^2 x - 6 + 10 \Leftrightarrow 4p \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p \cdot \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow (\cos x - 1)^3 + (p-1) \cos^3 x = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (p-1) \cos^3 x = (1 - \cos x)^3 \Leftrightarrow \begin{cases} p-1 = \left(\frac{1-\cos x}{\cos x}\right)^3 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \quad \cos x \in [-1; 0) \cup (0; 1].$$

тогда $(1 - \cos x) \in [0; 1) \cup (1; 2]$; $\left(\frac{1-\cos x}{\cos x}\right) \in (-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$;

$\left(\frac{1-\cos x}{\cos x}\right)^3 \in (-\infty; -8] \cup [0; +\infty)$. Тогда, чтобы было решение, нужно, чтобы и $(p-1) \in (-\infty; -8] \cup [0; +\infty) \Leftrightarrow p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$.

Тогда: $\frac{1-\cos x}{\cos x} = \sqrt[3]{p-1}$, $\Leftrightarrow 1 - \cos x = \cos x \cdot \sqrt[3]{p-1}$,

$$\Leftrightarrow 1 - (1 + \sqrt[3]{p-1}) \cos x, \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}$$

(2-е решение задачи: $\cos x = \frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}$; $\cos x \in [-1; 1]$; $\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}} \in [-1; 1]$;

$1 + \sqrt[3]{p-1} \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty) \Leftrightarrow \sqrt[3]{p-1} \in (-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$;

$\Leftrightarrow p-1 \in (-\infty; -8] \cup [0; +\infty)$, $\Leftrightarrow p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$.)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается червоником и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что для нужного расположения закраш. клеток достаточно определить положение сетки из клеток, которые попарно не имеют друг друга отн. центра и середины линии.

Остальные сетки можно всегда можно отразить нужным способом: по обеим средним линиям и отн. центра, т.е. тремя способами.

При этом, если отрезки отн. средним линиям совпадают, то получаем, что ~~каждый из отрезков имеет длину 42~~ отн. сетке тоже, имеют. Исходным отн. центра, также совпад. (т.е. центр - это пересечение двух осей симметрии). В таких случаях все 3 способа совпадают ^{отражением} между собой.

$$\text{Всего есть } (50 \cdot 200) \cdot (50 \cdot 200 \cdot 2) \cdot (500 \cdot 1000 \cdot 2) \cdot (50 \cdot 2000 \cdot 2) = 4 \cdot 10000!$$

$$= \frac{4 \cdot 10000!}{9998!} \text{ раз.}$$

$$+ 50 \cdot 200 \cdot (30 \cdot 2000 \cdot 2) = \frac{10000!}{9998!} \text{ способов 3 способа совпаж.}$$

$$\text{Тогда имеем всего } 3 \cdot \frac{10000!}{9998!} - 2 \cdot \frac{10000!}{9998!} \text{ способов.}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Объем натур. чисел, квадр. которого равен $(b-c)(a-c)$, за n . Тогда $(b-c)(a-c) = n^2$.

Т.к. $b > a$, то $(b-c) > (a-c)$, тогда $(b-c) \neq (a-c)$, и не мож. быть равно, то $b-c = a-c = n$ или $b-c = a-c = -n$.

Тогда имеем случаи: 1) $b-c = n$ и $a-c = 1$, 2) $b-c = 1$ и $a-c = n^2$;

3) $b-c = -n$ и $a-c = -1$, 4) $b-c = -1$ и $a-c = -n^2$. Если $n > 1$,

то $n^2 > 1$, а $-n^2 < -1$; тогда во втором и третьем случаях получаем противоречие с $(b-c) > (a-c)$. Итого:

либо $b-c = n$, $a-c = 1$; либо $b-c = -1$, $a-c = -n^2$.

Других вариантов с меньшим. не мож. быть, т.к. n - простое, и $n^2 = 1 \cdot n \cdot n$.

Тогда $(b-c) - (a-c) = b-c-a+c = b-a = n^2-1$; но

$(b-a) \not\equiv 3$, как следует из условия; тогда и $n^2-1 \not\equiv 3$;

если $n = 3k+1$, $k \in \mathbb{Z}$: $n^2-1 = (3k+1)^2-1 = 9k^2+6k+1-1 = 9k^2+6k = 3(3k^2+2k)$, это дел. на 3. Противоречие.

если $n = 3k+2$, $k \in \mathbb{Z}$: $n^2-1 = (3k+2)^2-1 = 9k^2+12k+4-1 = 9k^2+12k+3 = 3(3k^2+4k+1)$, это дел. на 3. Противоречие.

Если же $n = 3k$ и $n \not\equiv 3$, то это - в против. смысле:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

когда $n = 3$ (другие варианты числа не дел. на 3)

тогда 111111 , то $n^2 - 1 = 8$, $n^2 = 9$.

Два случая:

$$\begin{cases} b-c=9 \\ a-c=1 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} b-c=-1 \\ a-c=-9 \end{cases} \quad \text{В первом случае: } b=c+9,$$

$$a=c+1 \quad \text{тогда } (c+1)^2 + c+9 = 710; \quad c^2 + 2c + 1 + c + 9 = 710;$$

$$c^2 + 3c - 700 = 0; \quad (c-25)(c+28) = 0; \quad \begin{cases} c=25 \\ c=-28 \end{cases} \quad c=25: a=$$

$$= 25+1 = 26; \quad b=25+9=34. \quad c=-28: a=-28+1=-27, \quad b=$$

$$=-28+9=-19. \quad \text{Во втором случае: } b=c-1, \quad a=c-9.$$

$$\text{тогда } (c-9)^2 + (c-1) = 710; \quad c^2 - 18c + 81 + c - 1 = 710; \quad c^2 - 17c - 630 = 0;$$

$$(c-35)(c+18) = 0; \quad \begin{cases} c=-18 \\ c=35 \end{cases} \quad c=-18: a = -18-9 = -27,$$

$$b = -18-1 = -19. \quad c=35: a = 35-9 = 26, \quad b = 35-1 = 34$$

Итого - четыре тройки: $\{-27; -19; -28\}, \{-27; -19; -18\},$
 $\{26; 34; 25\}, \{26; 34; 35\}$

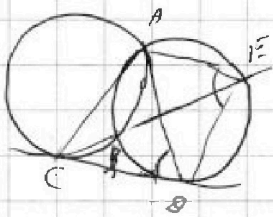
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$b = 710 - a^2 \quad 710 - a^2 - a/2$$

$$(710 - a^2 - c)(a - c) =$$

$$= 710 - a^2 - ac + ac^2$$

$$x \in \left(-\infty, \frac{3}{20}\right] \cup \left(6; +\infty\right)$$

$$\sqrt{(25x-3)/(x-6)} \cdot q^2 = x+3$$

$$q^2 = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^2}} = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^2}}$$

$$\sqrt{(25x-3)/(x-6)} \cdot \sqrt{\frac{1}{(x-6)^2}} =$$

$$q^2 = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^2}} = \frac{1}{|x-6|}$$

$$q^2 = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^2}} = \frac{1}{|x-6|}$$

$$\sqrt{(25x-3)(x-6)} = x+3 \Leftrightarrow \frac{(25x-3)(x-6)}{|x-6|} = (x+3)^2$$

$$x > 6 \quad 25x-3 = x^2 + 6x+9$$

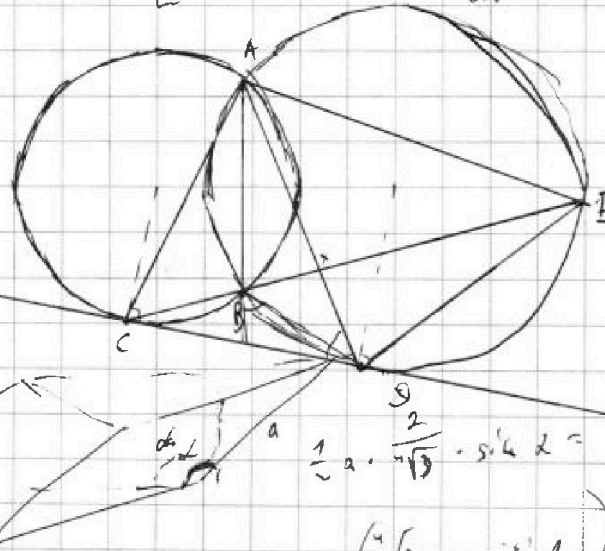
$$x^2 - 19x + 12 = 0; \quad x \leq 18 \quad \sqrt{-787 - 37} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = -28$$

$$x < 6: \quad -5 < x < -2 \quad x^2 + 31x = 0 \quad x = 0 \quad x = -31$$

$$|z| \leq 9 \quad z \geq -9$$

$$x_1 \geq 1; \quad y_2 \leq 6; \quad z_3 \geq 15$$

$$a = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad a_1, a_2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$



$$a - c = 1$$

$$b - c = a^2$$

$$a - c + c = a^2$$

$$a = a^2$$

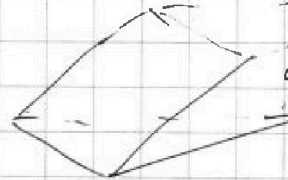
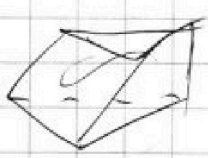
$$b - c = -a^2$$

$$b - a = 1 - a^2$$

$$a - c = -a^2$$

$$b - c = -1$$

$$b - a = 1 - a^2$$



$$\frac{1}{2} a \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sin \alpha =$$

$$\cos 3x = \cos(60+2x) = \cos 2x \cdot \cos 60 - \sin 2x \cdot \sin 60 =$$

$$= (\cos^2 x - 1) \cos 60 - 2 \sin x \cos x \cdot \sin 60$$

$$\cos 90 = 3 \cos^2 x - 4 \cos^4 x \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = 4 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8} =$$

$$4 \cos^2 x - 3 \cos^4 x$$

$$4 \cos^2 x - 3 \cos^4 x + 3 \cos^4 x - 3 \cos^2 x = 1$$

$$(\cos x - 1)^2 - \cos^2 x = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

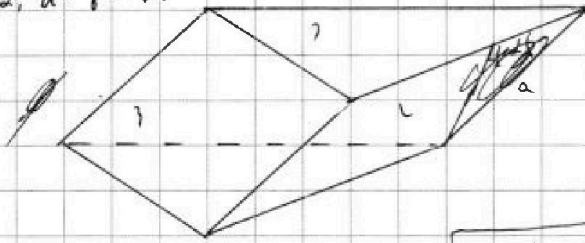
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b^2 \sqrt{2} = 1; b^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}; b = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}; ab \sin \alpha =$$

$$ab = 2; a = \frac{2}{b} = 2\sqrt{2}$$



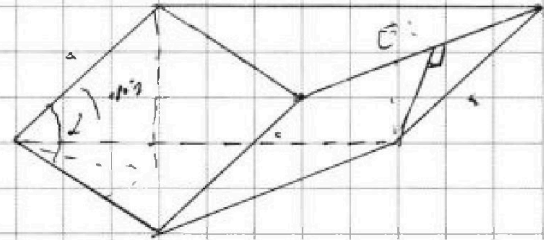
$$a^2 \sin \alpha; a = \frac{2}{\sqrt[4]{2}} = 2; a = \sqrt[4]{8}$$

$$\frac{a \cdot \cos \alpha}{1}; a \cdot \sin \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{4}; \sin \alpha =$$

$$h = \sqrt{a^2 \sin^2 \alpha - a^2 \cos^2 \alpha}$$

$$= \sqrt{a^2 \sin^2 \alpha + \frac{1}{4} - a^2 \cos^2 \alpha} = \sqrt{\frac{3}{4} a^2 \sin^2 \alpha + \frac{1}{4}}$$

$$h = \sqrt{a^2 \sin^2 \alpha - \frac{a^2 \cos^2 \alpha}{4}} = \sqrt{\frac{a^2 (4 \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 1)}{4}} = \sqrt{\frac{a^2 (5 \sin^2 \alpha - 1)}{4}} = \frac{a}{2} \sqrt{5 \sin^2 \alpha - 1}$$



$$a \cdot \sin \alpha =$$

$$y < -71; -4 - y - 4y + 10 = 16 - 5y > 16;$$

$$-4 < y < 5; y + 4 + 4y + 10 = 24 - 3y > 9;$$

$$a - b + 9 = 2ab = 0$$

$$x + 5 = x + 1 = 6$$

$$s = 2; y^2 + 11y + 15 = 0;$$

$$71 - 25 = 46$$

$$D: 4 + 4 = 8; 2\sqrt{2}$$

$$-2 \pm 2\sqrt{2}; -2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$6 - 2\sqrt{t} = 4t + 16 - 8\sqrt{t}; 6\sqrt{t} = 4t + 10; 3\sqrt{t} = 2t + 5; 9t = 4t^2 + 25 + 20t;$$

$$4t^2 + 11t + 11 = 0;$$

$$149 - 400 = \sqrt{2111}$$

$$\frac{21+11}{9} = \frac{50}{9}$$

$$64 - 20 = 44; 2\sqrt{11}$$

$$\sqrt{3 + 2\sqrt{11}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{11}} + 4 = 2; \frac{2\sqrt{11} \pm 8}{4}$$

$$\frac{2\sqrt{11} - 7}{1}; \frac{\sqrt{11}}{2} - 2;$$

$$-80 - 5 = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$\sqrt{3 - \frac{\sqrt{11}}{2}} + \sqrt{3 + \frac{\sqrt{11}}{2}} + 5; \sqrt{\frac{\sqrt{11}}{2} + 3} = 2\sqrt{11} = 5;$$

$$\sqrt{3 - \frac{\sqrt{11}}{2}} - \sqrt{3 + \frac{\sqrt{11}}{2}} = 1; 3 - \frac{\sqrt{11}}{2} + 3 + \frac{\sqrt{11}}{2} - 2\sqrt{\dots} = 6 - 5\sqrt{11}$$