



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5-x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x-35)(x+1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~1

$\{a_i\}$ - арифметическая прогрессия.

$$a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$a_{13} = 5-x$$

$$a_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \quad \left\{ \begin{array}{l} (13x-35)(x+1) \geq 0 \\ x+1 \neq 0 \end{array} \right.$$

ОДЗ:

$$\left\{ \begin{array}{l} (13x-35)(x+1) \geq 0 \\ x+1 \neq 0 \end{array} \right.$$

⇓

$$\left\{ \begin{array}{l} (x - \frac{35}{13})(x+1) \geq 0 \\ x \neq -1 \end{array} \right.$$

Пусть d - разность арифметической прогрессии a_i :

$$x \in (-\infty; -1) \cup (\frac{35}{13}; +\infty)$$

$$a_{15} = a_7 \cdot d^8$$

$$\sqrt{(13x-35)(x+1)} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot d^8$$

~~$$\frac{(13x-35)(x+1) \cdot (x+1)^3}{(13x-35)}$$~~

~~$$\sqrt{13x-35} \cdot (x+1)^2$$~~

$$d^8 = \frac{(13x-35)(x+1)(x+1)^3}{(13x-35)} = (x+1)^2$$

~~$$d^4 = \pm (x+1)^2 \Rightarrow d^6 = \pm (x+1)^3$$~~

~~$$d^6 = \sqrt[6]{(x+1)^5}, x \geq -1 \quad \text{①} \quad \sqrt[6]{(x+1)^3} \cdot (x+1)^3 = \sqrt[6]{(x+1)^3} \cdot \sqrt[6]{(x+1)^3} = \sqrt[6]{(x+1)^6} = x+1$$~~

$$d^6 = \sqrt[6]{-(x+1)^3}, x \leq -1 \quad \text{②}$$

$$\text{①} \therefore a_{15} = a_7 \cdot d^6 \Rightarrow 5-x = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (x+1)^3 = \sqrt{(13x-35)(x+1)^3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - x = \sqrt{13x - 35}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq 5 \\ 25 - 10x + x^2 = 13x - 35 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \leq 5 \\ x^2 - 23x + 60 = 0 \end{array} \right.$$

$$D = 529 - 240 = 289 = 17^2$$

$$x = \frac{23 \pm 17}{2} \quad // \quad \begin{array}{l} 20 > 5 \\ \text{не } \log x \\ = 3, \log x \end{array}$$

$$\downarrow$$

$$x = 3 \geq 1, \log x.$$

② $x \leq -1$

$$5 - x = \sqrt{35 - 13x}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq 5 \\ 25 - 10x + x^2 = 35 - 13x \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \leq 5 \\ x^2 + 3x - 10 = 0 \end{array} \right.$$

$$x = -5, \log x, \text{ т.к. } \leq -1$$

$$x = 2, \text{ не } \log x, \text{ т.к. } > -1$$

① + ②: $\begin{cases} x = 3 \\ x = -5 \end{cases}$

Ответ: 3; -5;



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 2.

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \end{cases}$$

Рассм $f(y) = (y+1) + 3|y-12|$

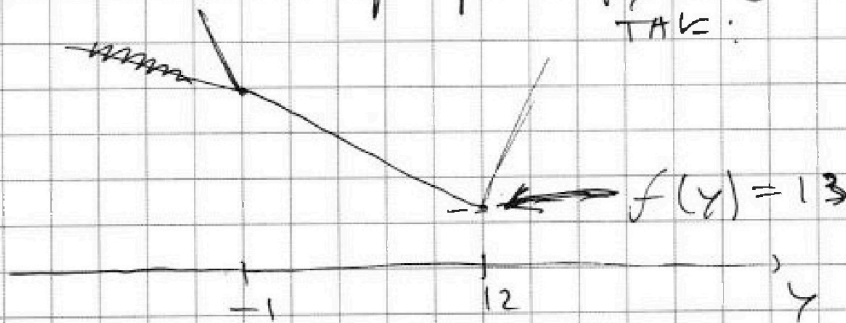
1) $y \geq 12$: $f(y) = 4y - 35$

2) $y \in [-1; 12)$: $f(y) = -2y + 37$

3) $y < -1$: $f(y) = -4y + 35$

На промежутке $y \in [-1; 12)$ $f(y)$ принимает в силу своей монотонности значения от $f(12) = -24 + 37 = 13$ до $f(-1) = 39$.

Схематично график функции выглядит так:



~~Рассм~~ $f(y) \in [13; +\infty)$

Рассм $g(z) = \sqrt{169-z^2} \in (0; 13]$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(y+1) + 3|y-12| = \sqrt{169 - z^2}$$

$\in [13; +\infty)$ $\in [0; 13]$

$$\left\{ \begin{array}{l} (y+1) + 3|y-12| = 13 \\ \sqrt{169 - z^2} = 13 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = 12 \\ z = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2+z} \\ y = 12 \\ z = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

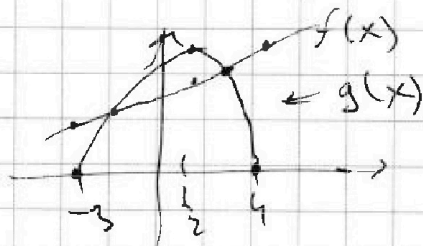
$D = 1 + 48 = 49$
 $x = \frac{-1 \pm 7}{2} = -3$

$$\underbrace{\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5}_{f(x)} = \underbrace{2\sqrt{-(x-4)(x+3)}}_{g(x)}$$

ОДЗ:

$$\left\{ \begin{array}{l} (x+4)(x+3) \leq 0 \\ x+3 \geq 0 \\ x-4 \leq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x+3 \geq 0 \\ x-4 \leq 0 \end{array} \right. \Rightarrow x \in [-3; 4]$$

Это уравнение имеет два решения, т.к.



Ответ: $(x, y, z): (x_1; 12; 0)$
 $(x_2; 12; 0)$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1-3.

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p$$

ЗАМЕНА: $\cos x = t \in [-1; 1]$

Пусть $f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(2t + 1)^2 \geq 0$$

\Downarrow
 $f(t)$ монотонно возраст.

Т.к. $f(t)$ монотонно возрастает, то она принимает все значения от своего минимума при $t = -1$ до максимума при $t = 1$.

$$t = -1: f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4$$

$$t = 1: f(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10$$

$$t \in [-1; 1] \Rightarrow f(t) \in [-4; 10]$$

$$f(t) = p \in [-4; 10]$$

Ответ: $p \in [-4; 10]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

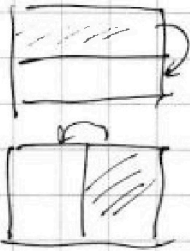
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

15.

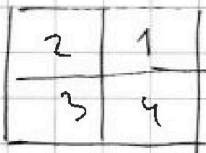
$$200 \cdot 250 = 50000 \text{ клеток}$$



симметрич от средних линий:

$$C_4^{25000} + C_4^{25000}$$

Среды тех встречаются также, которые симметричны отн. обеих линий.



1 зеркально с 2,

4 зеркально с 3,

1 зеркально с 4

2 зеркально с 3 =>

=> чет верте 1, 2, 3, 4 являются одинак.

ковити, но по разному поворачивали
пластинка ми а зная чет ~~все~~ всего
таких симметричных ~~из~~ от ^{одних} средних
линий позиций:

$$C_2^{12500}$$

И всего $2 \cdot C_4^{25000} - C_2^{12500}$. Здесь переписаны не все углообразные в симметрии, матрица р ТАКАЯ



Всего таких симметрии

$$2 \cdot C_4^{25000} + 2 \cdot C_3^{12500} \cdot 12500 + C_2^{12500} \cdot (C_2^{12500} - 1)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вариант симметричный Бюджет:

$$2 \cdot C_{50000}^4 - C_{12500}^2 + 2 \cdot C_{12500}^4 +$$
$$+ \cancel{25000} \cdot C_{12500}^3 + (C_{12500}^2)^2 -$$
$$- C_{12500}^4$$

Ответ: $2 \cdot C_{50000}^4 + 2 \cdot C_{12500}^4 + 25000 \cdot C_{12500}^3 +$

$$+ (C_{12500}^2)^2 - 2 \cdot C_{12500}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

р.б.

$$(a, b, c) \in \mathbb{Z} : \begin{cases} 1) a > b \\ 2) a - b \not\equiv 3 \\ 3) (a - c)(b - c) = p^2 \\ 4) a + b^2 = 560 \end{cases}$$

3) $(a - c)(b - c) = p^2$, p - простое, значит разобьём на случаи:

1) $a - c = 1 \Rightarrow b - c > a - c$
 $b - c = p^2 \Rightarrow b > a$ - не подходит

2) $a - c = b - c = p \Rightarrow a = b = t$

из 4) $t^2 + t - 560 = 0$

$$D = 1 + 2240 = 2241 = 9 \cdot 249 = 9 \cdot 3 \cdot 83$$

$$t = \frac{-1 \pm 3\sqrt{3 \cdot 83}}{2} \text{ - ирра-}$$

-циональные числа, ~~значит~~ не подходит, т.к.

$$a, b \in \mathbb{Z}$$

3) $a - c = p^2$
 $b - c = 1$

из 2) $a - b \not\equiv 3$

$$(a - c) - (b - c) = a - b \not\equiv 3$$

$$p^2 - 1 \not\equiv 3$$

$$p^2 \not\equiv 1 \pmod{3}$$

$$\begin{cases} (p-1)(p+1) \not\equiv 0 \pmod{3} \\ p-1 \not\equiv 0 \pmod{3} \Leftrightarrow p \not\equiv 1 \pmod{3} \\ p+1 \not\equiv 0 \pmod{3} \Leftrightarrow p \not\equiv 2 \pmod{3} \end{cases}$$

$$\Downarrow p \equiv 0 \pmod{3}$$

$$\begin{cases} a - c = 9 \\ b - c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 9 + c \\ b = c + 1 \end{cases} \Rightarrow p = 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

и 3 4) $a + b^2 = 560$

$$9 + c + (1+c)^2 = 560$$

$$9 + c + 1 + 2c + c^2 = 560$$

$$c^2 + 3c - 550 = 0$$

$$D = 9 + 2200 = 2209 = 47^2$$

$$c = \frac{-3 \pm 47}{2} \begin{matrix} -25 \Rightarrow a = 9 - 25 = -16 \\ -24 \Rightarrow b = -25 + 1 = -24 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow a = 9 + 22 = 31$$

$$b = 1 + 22 = 23$$

Магические тройки

$$(a, b, c) : \begin{pmatrix} 31, 23, 22 \\ -16, -24, -25 \end{pmatrix}$$

4) $a - c = -1$ $a - c > b - c \rightarrow a > b$, чужих
 $b - c = -p^2$

~~$a - b = (a - c) + (b - c) = -1 + p^2$~~ ~~3~~
Аналогично нулю
3: $p = 3$

$$\begin{cases} a = c - 1 \\ b = c - 9 \end{cases} \Rightarrow \text{и 3 4) } a + b^2 = 560$$

$$c - 1 + c^2 - 18c + 81 = 560$$

$$c^2 - 17c + 80 - 560 = 0$$

$$c^2 - 17c - 480 = 0$$

$$D = 17^2 + 1920 =$$

$$= 289 + 1920 = 2209 = 47^2$$

$$\frac{17 \pm 47}{2} \begin{matrix} 32 \\ -15 \end{matrix}$$

$$c = \frac{17 \pm 47}{2} = -15$$

$$c = 32: b = 32 - 9 = 23$$

$$a = 32 - 1 = 31$$

$$c = -15: b = -15 - 9 = -24$$

$$a = -15 - 1 = -16$$

Магические тройки: $(a, b, c): (-16, -24, -15)$

$(31, 23, 32)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5) a - c = b - c = -p \Rightarrow a = b = c$$

Аналогично что пункты n_2 t не может быть иррациональным числом из $cb - ba$ n_4 .

$$6) a - c = -p^2 \quad b - c > a - c$$
$$b - c = -1 \quad b > a, \text{ не может}$$

Ответ: (a, b, c) :

$$(31, 23, 22), (-16, -24, -25)$$

$$(-16, -24, -15), (31, 23, 32)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2 \cdot \sqrt{12+x-x^2} \quad 12 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} =$$

$$\begin{aligned} & \geq 0 \\ & x \leq 4 \end{aligned}$$

$$x^2 - x - 12 \rightarrow = \frac{48 + 2 - 1}{4} = \frac{49}{4}$$

$$D = 1 + 48 = 49$$

$$x = \frac{1 \pm 7}{2} = -3$$

$$-(x+3)(x-4) \geq 0$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{-(x-4)} + 5 = 2 \quad \begin{matrix} -3 & 4 \\ \text{---} & \text{---} \end{matrix}$$

$$x \leq -3 \quad x \geq 4$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2 \sqrt{ab}$$

$$x \leq -3 \quad x \geq 4$$

$$\sqrt{a} + 2\sqrt{a} + 5 = 2\sqrt{b}(2\sqrt{a} + 1)$$

$$a - b + 5 = 2ab \Rightarrow a - b(2a+1) = a+5$$

$$x = 4: \sqrt{7} + 5 = 2 \quad b = \frac{a+5}{2a+1} = \frac{1}{2} \left(\frac{2a+30}{2a+1} \right)$$

$$2\sqrt{3,5} + 5 = 2\sqrt{\frac{49}{4}} = 2 \cdot \frac{7}{2} = 7 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2a+1}$$

$$7 - 2\sqrt{(x+3)(4-x)} = 4(\dots) - 2\sqrt{\dots} + 25$$

$$2 \cdot \frac{7}{2} = \sqrt{7} \text{ max } x$$

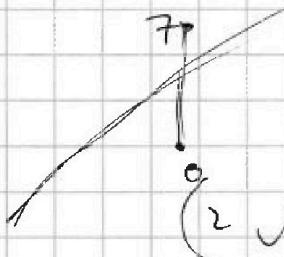
$$|\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5|' = \frac{1}{2\sqrt{x+3}} + \frac{1}{2\sqrt{4-x}} = 0$$

$$\sqrt{4-x} + \sqrt{x+3} \geq 0$$

$$4-x = x+3$$

$$x = \frac{1}{2} \quad 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$(2\sqrt{2+x-x^2})' = \frac{-2x+1}{\sqrt{\dots}} =$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \quad a_{13} = a_7 \cdot d^6$$

$$a_{13} = 5-x = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot d^6$$

$$a_{15} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3} \cdot (x+1)} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3} \cdot d^2}$$

$$(5-x) \cdot \frac{(x+1)^3}{\sqrt{13x-35}} = \left(\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)}} \cdot \frac{(x+1)^3}{\sqrt{13x-35}} \right)^3$$

$$\frac{(5-x)}{\sqrt{13x-35}} \left(5-x - \frac{(13x-35)(x+1)}{\sqrt{13x-35}} \cdot \frac{(x+1)^3}{\sqrt{13x-35}} \right) = 0$$

$$x = -1$$

$$5-x - (x+1)^4 \cdot \sqrt{(13x-35)(x+1)} = 0$$

$$7 \quad 13 \quad 15$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos 3x + 3 \cos^2 x + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 3(2 \cos^2 x - 1) + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \in \mathbb{R}: a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = a d^6 \quad 13-7-6 = 0$$

$$a_{13} = 5-x = a d^{12} = b d^6$$

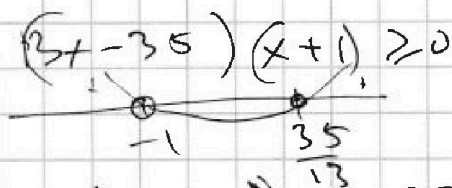
$$a_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)^2} = a d^{14} = b d^8$$

~~52x~~

$$d = \frac{1}{\sqrt{x+1} \sqrt[3]{x+1}} \quad d^6 = \frac{1}{(x+1)^3}$$

$$d^8 = \frac{b d^6}{5} = \frac{1}{5} \sqrt{(x+1)(x+1)^3} = (x+1)^2$$

$$d = x+1 \Rightarrow d^6 = \pm (x+1) \sqrt{x+1}$$



1) \oplus :

$$5-x = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (x+1)^3$$

$$x \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{35}{13}; +\infty\right)$$

$$\frac{35}{13} - 5 = \frac{35-65}{13} = -\frac{30}{13}$$

$$-x \in (-\infty; -\frac{35}{13}] \cup (1; +\infty)$$

$$5-x = \sqrt{13x-35}$$

$$5-x \in (-\infty; +\frac{30}{13}] \cup (6; +\infty) \quad 5-x \geq 0$$

$$x \leq 5$$

$$5-x = \sqrt{35-13x}$$

$$x \leq 5$$

~~52x~~

$$25-10x+x^2 = 35-13x$$

$$x^2+3x-10=0$$

$$D = 9+40 = 49$$

$$-3 \pm 7$$

$$x = \frac{-5}{2}$$

$$\frac{-5}{2}$$

$$(5-x)^2 = 13x-35$$

$$25-10x+x^2 = 13x-35$$

$$x^2-23x+60=0$$

$$D = 23^2 - 240 = 529 - 240 =$$

$$= 329 - 40 = 289 = 17^2$$

$$x = \frac{23 \pm 17}{2} = 20$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{(x-4)(x+3)}$$

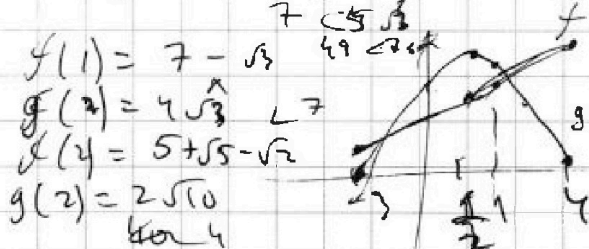
↙ можно возвр.

$$(-3; 4)$$

$$f(x) \in [5 + \sqrt{7}; 5 + \sqrt{7}] \quad f(4) = 5 + \sqrt{7}$$

$$g(x) \in [0; 7] \quad g(\frac{1}{2}) = 7$$

$$g(4) = 0$$



$$f(\frac{1}{2}) = 5$$

$$g(-3) = 5 - \sqrt{7}$$

$$a + 2,5 = b - 2,5$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$a + 2,5 = -2ab$$

$$7 - 2\sqrt{(1/2)^2} = 2 \frac{5 + \sqrt{5} \quad \sqrt{2} + 2\sqrt{10}}{25 + 10\sqrt{5} + 5}$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$ab + b - 2,5 = -ab + a + 2,5 =$$

$$m(b) \quad m(a)$$

$$ak + k - 2,5 = -ab + a + 2,5$$

$$k(a+1) - 2,5$$

$$k = \frac{-ab + a + 5}{a+1}$$

$$a(-b+1) + 2,5$$

$$= - (ab - a - 2,5)$$

$$= \sqrt{x} \neq \sqrt{-x}$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{-x}$$

$$a - b = 2\sqrt{ab} \quad \text{but } 2 - x^3$$

$$\sqrt{ab}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

16.
 $(a, b, c) \in \mathbb{Z}$
 1) $a > b$
 2) $a - b \neq 3$
 3) $(a - c)(b - c) = p^2$
 4) $a + b^2 = 560$

~~1) $a > b$
 2) $a - b \neq 3$
 3) $(a - c)(b - c) = p^2$
 4) $a + b^2 = 560$~~

$$p^2 + p - 560 = 0$$

$$p = 1 + \sqrt{1 + 2240} = 2249$$

$$(a - c)(b - c) = p^2$$

1) $a - c = 1$
 $b - c = p^2$

$a > b$
 $a - c > b - c$

2) $a - c = b - c = p$

3) $b - c = 1$
 $b = c + 1$

$a - c = p^2$

$$a - b = (a - c) - (b - c) \neq 3 \Rightarrow p^2 - 1 \neq 3$$

$$9 - 1 \neq 3$$

$$0 - 1 \neq 3$$

~~$p \neq 3$~~

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2 \sqrt{(x-3)(x+3)}$$

$$f(x) - g(x) + 5 = 2 f(x) \cdot g(x)$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x}$$

$$k - b = ab$$

$$k = a$$

$$b = b$$

$$\sqrt{x+3}(\sqrt{4-x} - 1) = -\sqrt{4-x}(\sqrt{x+3} + 1)$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$x_0 + \frac{1}{x_0}$$

$$ab + b = ab + a + 5$$

$$x_0' = x_0 - 2(x_0 - 1)$$

$$\sqrt{x+4} = \sqrt{x_0+3} + 5 = 2\sqrt{(x_0+3)(4-x_0)}$$

$$= x_0 + 1$$

$$ab \quad a - b = 2ab \quad \frac{a}{b} - 1 = 2a$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{-x} + 5 = 2\sqrt{a(-a+7)}$$

$$a + b + 5 = 2\sqrt{ab}$$

$$a^2 + b^2 + a - b + 5 = (a+b)^2 \quad \sqrt{a} \quad \sqrt{b}$$

$$\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} = (a+b)^2$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{-a+7} + 5 = 2\sqrt{a(-a+7)}$$

$$a - a + 7 = 7$$

$$a \quad \sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab}$$

$$\left(\sqrt{a} + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{b} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

$$\left(\sqrt{a} + \frac{1}{2}\right)^2 + (a -$$

0,5

0,5

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 12 = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

$$\frac{13}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{13}{4} \quad \frac{1}{2} : \left(\frac{1}{2} \quad 4\right)$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$$

$$2 - \sqrt{3} + 5 = 2\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$$

$$2 : \sqrt{5} - \sqrt{2} + 5 = 2\sqrt{10}$$

3 :

$$\sqrt{6} - 4\sqrt{2} = 2\sqrt{6}$$

$$t \in (0; 7)$$

$$\sqrt{t} - \sqrt{-t+7} + 5 = 2\sqrt{t(-t+7)}$$

$$a + 10\sqrt{a} + 25 = 4ab + b + 4\sqrt{ab^2}$$

$$\sqrt{a}(10 - 4b) = 4ab + b - a - 25$$

$$a(10 - 4b)^2 =$$

$$\frac{4ab + b - a - 25}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a, b, c) \in \mathbb{R}: a > b$$

$$(a-b) \neq 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2, p \in \mathbb{P}$$

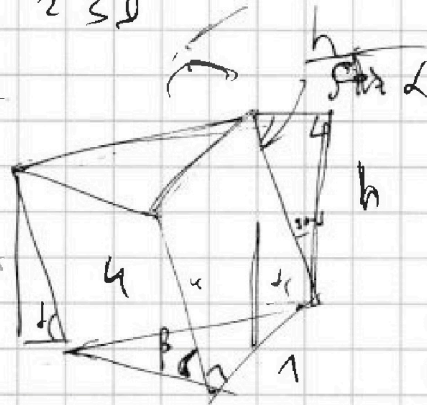
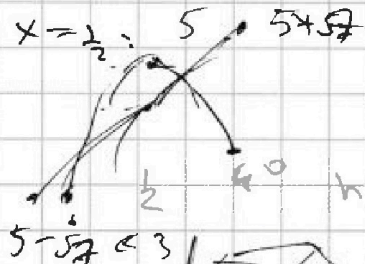
$$a + b^2 = 560$$

$$a > b:$$

$$b \in [1; 23]$$

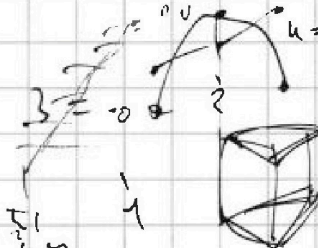
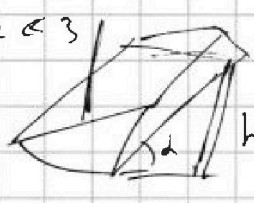
Квадраты
90 560:

121	11
144	12
169	13
196	14
225	15
256	16
289	17
324	18
361	19
400	20
441	21
484	22
529	23
576	24



23
23
1 6 9
4 6 9
5 2 9
2 4
2 4
9 6
4 8
5 7 6

2500
9 = 4
8 = 4
7 = 9



$$S_3 = a \cdot 1 = \frac{h}{\sin \alpha} = 3$$

$$S_4 = a \cdot 1 \cdot \sin \beta = 4 \text{ см}$$

$$h \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = 4$$

$$3 \sin \alpha \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = 4$$

$$4t^3 + 6t^3 + 3t - 3 - p \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{4}{3}$$

$$f(t) = p \Rightarrow t = f^{-1}(p)$$

1 1
1 4 7
1 3 2 9
1 8 8
2 2 0 9

$$\cos 2x = \sin x \cos x + \sin x \cos x = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$$

$$= 2 \sin x \cos^2 x - \sin x + 2 \sin x \cos^2 x = \sin x (4 \cos^2 x - 1)$$

$$\cos 2x = \cos x \cdot \cos x - \sin x \sin x = 2 \cos^2 x - \cos x - 2 \sin^2 x \cos x$$

$$= 2 \cos^2 x - \cos x - 2 \cos x + 2 \cos^3 x$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

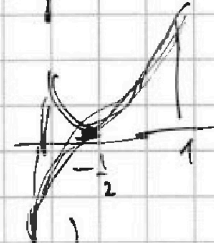
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(t) = 4t^3 + 6\cos^2 t + 3\cos t - 3 = y$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$(2t+1)^2 = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{2}$$



$$t = 1 : f(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10$$

$$t = -\frac{1}{2} : f(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{8} + \frac{6}{4} + \frac{3}{2} - 3 =$$

$$= -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - 3 = -\frac{7}{2}$$

$$t = -1 : f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4 < -\frac{7}{2}$$

$y \in [-4; 10]$ на краях.

$\forall \cos x \in [-1; 1] \exists y \in [-4; 10]$ можно.

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2+z}$$

$$(4+1) + 3(4-z) = \sqrt{169-z^2}$$

$$x \geq -3$$

$$169 - z^2 \geq 0$$

$$z^2 \leq 13^2 \rightarrow z \in [-13; 13]$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2+z}$$

$[0; +\infty)$

$$4 - (x+z) \geq 0 \rightarrow (x+z) \leq 4$$

$$\frac{1}{13+x} \leq 4$$

$u = t^2$

$$-t^2 + z = 0$$

$$t^2 + z^2 = 9$$

\mathbb{R}^+

$$-13 \leq z \leq 13$$

$$-13+x \leq x+z \leq 13+x \leq 4$$

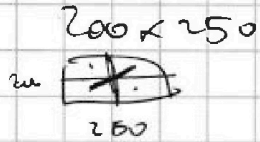


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



размер, средн.

50000
D

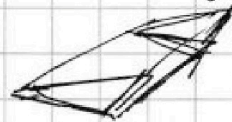
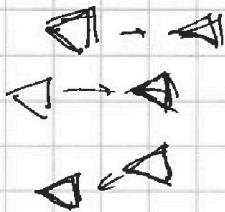
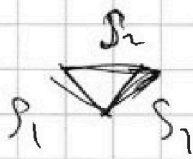
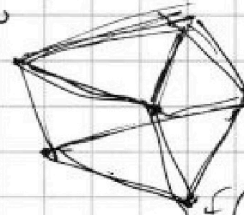


25000

$2C_{25000}^4$

$S_1 > S_2$

$a^2 \leq 2ab + b^2$



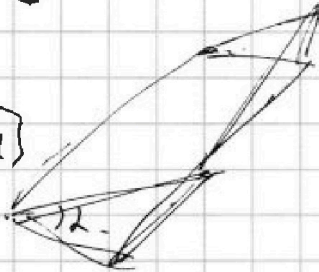
$f(x) = 12 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = 12 + \frac{1}{4} = \frac{49}{4}$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{2+x-x^2} = \frac{7}{2}$

$a(-b) = 2ab$
 $a - ab = b + ab$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2} + 2$
 $a(1+b) = b(7+9)$
 $\frac{a}{b} = \frac{7+9}{1+b}$

$x \in [-3; 4]$



$|y+1+3| |y-12| = \sqrt{69-2^2} \geq 13 \leq 13$

$69 - 2^2 = 65$
 $2 \rightarrow -13$

$(y+1) + 3 |y-12|$

$x+3 = -(x+4-7)$
 $\sqrt{7-x}$

①: $4y - 35 \rightarrow +4y$

②: $-2y + 37 \in [13; 40]$ $y=12, z=0$

③: $-4y + 35$ $y=12, z=0$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{2+x-x^2}$
3: $56 + 9 = 2\sqrt{\dots}$ 2: $5 - 5\sqrt{\dots}$ 4: $5 + 5\sqrt{\dots}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y = 3$$

$$a_7 = \sqrt{\frac{4}{4^3}} = \frac{1}{4}$$

$$x=2; a_7 = 0,5$$

$$a_{13} = 2$$

$$x = -5$$

$$a_{15} = 4$$

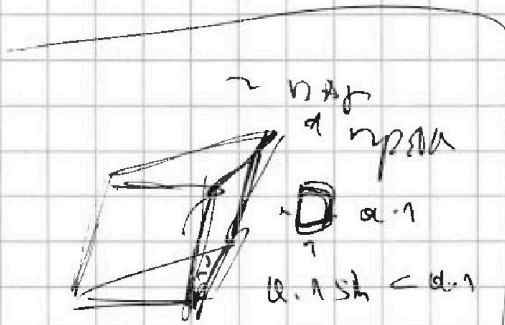
$$a_7 = \sqrt{\frac{100}{4^3}} = \sqrt{\frac{25}{4^2}} = \frac{5}{4}$$

$$a_{13} = 10 \quad a_7 ?$$

$$a_{75} = \sqrt{100 \cdot 4} = 20$$

$$= 20 \cdot 4 = 4 \cdot 5 = 20$$

$$d^6 = 2^3 = 8$$



$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-(x+2)} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2+2}$$

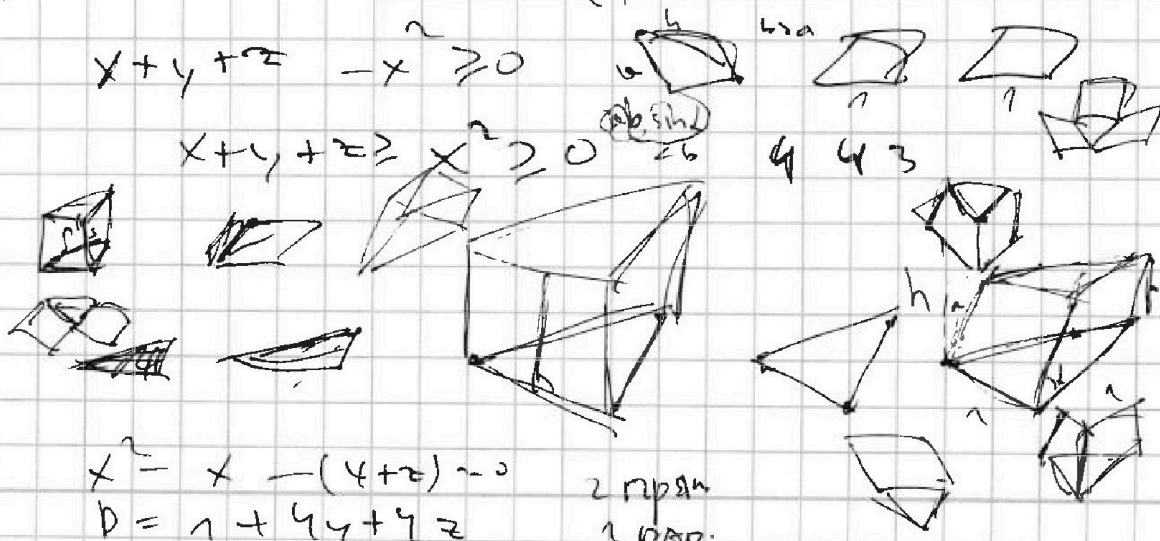
$$|\sqrt{x+3} + 5| + 3|\sqrt{4-x-2}| = \sqrt{3^2 - x^2}$$

$$(\sqrt{x+3} + 5)^2 = (2\sqrt{4+x-x^2+2} + \sqrt{4-x-2})^2$$

$$x+3+25+10\sqrt{x+3} = 4(4+x-x^2+2) + 4-x-2$$

$$x+4+x^2-x^2 \geq 0$$

$$x+4+x^2 \geq x^2 \geq 0$$



$$x^2 - x - (4+x) = 0$$

$$D = 1 + 4 + 4 = 9$$

2 npr
1 npr