



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_4 = a_1 q^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$a_{10} = a_1 q^9 = x+4$$

$$a_{12} = a_1 q^{11} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$\rightarrow a_1$ - первый член
 q - знаменатель

$$\frac{15x+6}{(x-3)^3} \geq 0$$

$$\frac{15(x+\frac{6}{15})}{x-3} \geq 0$$

$$x + \frac{2}{5} \geq 0$$

$$x-3 \geq 0$$

$$x \in (-\infty; -\frac{2}{5}] \cup (3; +\infty)$$

$$\frac{a_{12}}{a_4} = q^8 = \sqrt{\frac{(15x+6)(x-3) \cdot (x-3)^3}{(15x+6)}} = \sqrt{(x-3)^4} = (x-3)^2 \quad q^4 = |x-3|$$

$$\frac{a_{12}}{a_{10}} = q^2 = \sqrt{\frac{(15x+6)(x-3)}{x+4}} = q\text{-значит. число} \Rightarrow \begin{cases} q^2 \geq 0 \\ x+4 > 0 \\ x-3 > 0 \end{cases}$$

$$q^4 = \frac{(15x+6)(x-3)}{(x+4)^2} = |x-3|$$

~~$x \geq 3$ или $x < 3$ $q = 0$ и $q > 2$~~

При $x > 3$:

$$15x+6 = x^2+8x+16$$

$$x^2-7x+10=0$$

$$D = 49-40 = 9$$

$$x = \frac{7 \pm 3}{2} = 5$$

$$x = \frac{7-3}{2} = 2$$

При $x \in (-\infty; -\frac{2}{5}]$:

$$15x+6 = -x^2-8x-16$$

$$x^2+23x+22=0$$

$$x = -1$$

$$x = -22 \text{ - не подходит}$$

~~$x=5$ $x=2$ $x=-1$ $x=-22$~~ Ответ: $x=2$

$x=5$
 $x=-1$

~~a_1
 a_{10}
 a_{12}~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \quad (1)$$

(1): правая часть $y^2 - 4xy + 4x^2 \leq 15$

Значит, $|y-20| + 2|y-35| \leq 15$

$$\begin{array}{ccccccc} |y-20| & - & + & + & & & \\ |y-35| & - & 20 & - & 35 & + & \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y \geq 35 \\ y-20+2y-70 \leq 15 \\ y \in (20; 35) \\ y-20-2y+70 \leq 15 \\ y \leq 20 \\ -y+20-2y+70 \leq 15 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} y = 35 \\ y \leq 35 \\ y \in (20; 35) \\ y \geq 35 \\ y \leq 20 \\ y \geq 25 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} y = 35 \\ y \in \emptyset \\ y \in \emptyset \end{array} \right. \quad y = 35$$

Тогда $y = 35$ $\sqrt{225-z^2} = (35-20) + 2(35-35) = 15$
 $z = 0$.

(2): Найдём максимум $y = 35, z = 0$:

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$$

Пусть $u = \sqrt{x+7}, u \geq 0$ $u^2 + v^2 = x+7+5-x = 12$
 $v = \sqrt{5-x}, v \geq 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} u-v+6 = 2uv \\ u^2+v^2 = 12 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} u-v = 2uv-6 \\ (u-v)^2 + 2uv = 12 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 2uv = 6+u-v \\ (u-v)^2 + (u-v) + 6 = 12 \quad (3) \end{array} \right.$$

(3): $(u-v)^2 + (u-v) - 6 = 0$

$$\left[\begin{array}{l} u-v = 2 \\ u = v+2 \\ u-v = -3 \\ u = v-3 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u = v+2 \\ 2v^2 + 4v + 4 = 12 \quad (*) \\ u = v-3 \\ 2v^2 - 6v + 9 = 12 \end{array} \right.$$

(*) $2v^2 + 4v - 8 = 0$ $2v^2 + 2v - 4 = 0$
 $D_1 = 1+4 = 5$
 $v = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$
П.к. $v \geq 0$,
 $v = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$

$2v^2 - 6v - 3 = 0$ $D_2 = 9+6 = 15$
 $v = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{2}$
П.к. $v \geq 0$
 $v = \frac{3 + \sqrt{15}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдем:

$$\begin{cases} z = -1 + 2\sqrt{5} \\ u = 1 + \sqrt{5} \\ v = \frac{3 + \sqrt{15}}{2} \\ w = \frac{3 + \sqrt{15}}{2} - 3 = \frac{-3 + \sqrt{15}}{2} \end{cases}$$

Обратная замена:

$$\begin{cases} u = \sqrt{x+7} \\ 1 + \sqrt{5} = \sqrt{x+7} \\ \frac{-3 + \sqrt{15}}{2} = \sqrt{x+7} \end{cases} \quad \begin{cases} x+7 = 6 + 2\sqrt{5} \\ x+7 = \frac{15+9-6\sqrt{15}}{4} = \frac{24-6\sqrt{15}}{4} = \frac{12-3\sqrt{15}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 + 2\sqrt{5} \\ x = \frac{12-3\sqrt{15}}{2} - 7 = \frac{12-14-3\sqrt{15}}{2} = \frac{-2-3\sqrt{15}}{2} \end{cases}$$

Ответ $(-1 + 2\sqrt{5}; 35; 0); (\frac{-2-3\sqrt{15}}{2}; 35; 0)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
/ ИЗ /

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x - 3(2 \cos^2 x - 1) = p$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 = p$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 - p = 0$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p, \quad t \in [-1; 1]$$

$f(t)$ - непрерывная ф-ия

Значит, $f(t) = 0$ имеет реш., если $\begin{cases} f(-1) \leq 0 \\ f(1) \geq 0 \end{cases}$

по теореме о промежуточных значениях

-хх

$$f(-1) = -4 - 6 - 3 + 3 - p = -10 - p$$

$$f(1) = 4 - 6 + 3 + 3 - p = 4 - p$$

$$\begin{cases} -10 - p \leq 0 \\ 4 - p \geq 0 \\ -10 - p \geq 0 \\ 4 - p \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p \geq -10 \\ p \leq 4 \\ p \leq -10 \\ p \geq 4 \end{cases}$$

или $p \in [-10; 4]$ есть хотя бы 1 реш.

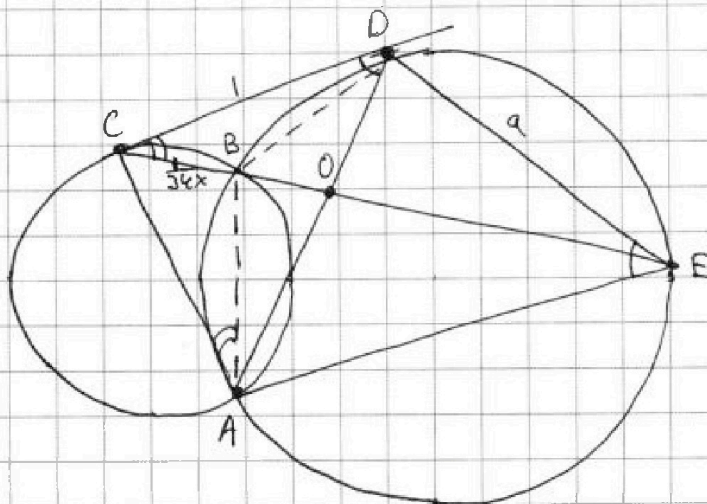


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Отметим на рисунке так, что $DE = a$, $CD = 1$
Пусть $CO = 3x$ $OE = 25x$

$$CD^2 = BC \cdot CE \quad 1 = BC \cdot 34x \quad BC = \frac{1}{34x} \quad BO = 9x - \frac{1}{34x}$$

$$BO \cdot OE = AO \cdot OD$$

$$\left(9x - \frac{1}{34x}\right) \cdot 25x = AO \cdot OD$$

$$25 \cdot 9x^2 - \frac{25}{34} = AO \cdot OD$$

$$\angle DFA = \angle CDA$$

$$\angle DCB = \angle CAB$$

т.к. угол между касат. и хордой равен половине градусной меры дуги, стянутой соответствующей хордой.



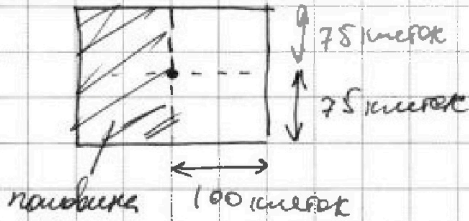
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Относительно центра



Каждой выбранной клетке соответствует симметричная ей относительно центра.

Поэтому выберем 4 клетки, причем так, чтобы никакие 2 из них не были соседями.

В разных параллелях от центра.

(тогда однозначно выбираются или симметр.)

$$C_4^{100 \cdot 150}$$

~~$$C_4^{150 \cdot 200} - C_4^{150 \cdot 200 - 2}$$~~

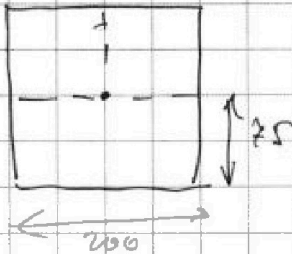
~~$$150 \cdot 200 (150 \cdot 200 - 2) (150 \cdot 200 - 4) (150 \cdot 200 - 6) / 4$$~~

выбираем подобно первой задаче

крае первой 2-х и симметр. первой

крае первой и второй и симметричность и др.

2) Отн. ср. линии 11-ной большой стороне

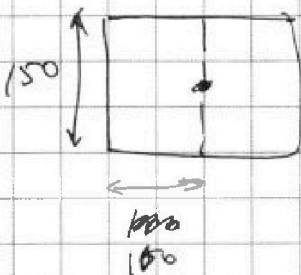


$$C_4^{200 \cdot 75}$$

выбираем 4 кл. в одной параллели

⇒ симм. или однозначно выбираются.

3) Отн. ср. линии 11-ной меньшей стороне



$$C_4^{100 \cdot 150}$$

4) Отн. обеих ср. лин.

$$C_2^{75 \cdot 50}$$



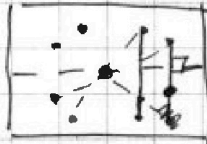
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) Отк. центра и "башней" ср. линии



$$C_{75 \cdot 100}^2$$

6) Отк. центра и "машней" ср. линии

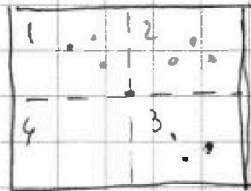
$$C_{75 \cdot 100}^2$$

7) Отк. центра и обеих ср. линий

$$C_{75 \cdot 100}^2$$

Если ли-во
отражает фигура
симметричная,
то оно диагональ
и трезуб.

Заметим, что если ли-во симм. отк. центра и
какой-то из ср. линий, то оно симм. и отк. другой
ср. линии:



в каждой части,
на кр. п/р-к делит
ср. линии на две равн.
2 зак. клетки

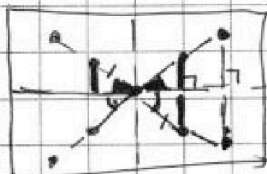
Почему равно 2?

Если в какой-то части ≥ 3 , то в противополож. части тоже ≥ 3
и в части т.к. симм. отк. ср. лин., тогда в части
диагональной противоположной 1-ой части тоже ≥ 3
т.к. симм. отк. центра \Rightarrow клеток уже 3, а у нас их 8.

(например, в части 2 ≥ 3 клеток \Rightarrow в части 3 ≥ 3 в.к.
и в части 1 ≥ 3 зак. клетки)

Если в какой-то части < 2 , то по принципу Дирихле
в какой-то из ост. 3-х ≥ 3 .

Значит, по 2 клетки в каждой части



Из рисунка видно, что ли-во тоже симм.
отк. обеих ср. лин.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит, общее число способов:

$$150 \cdot 100 (150 \cdot 100 - 2) (150 \cdot 100 - 4) (150 \cdot 100 - 6) + C_{200 \cdot 75}^4 + C_{150 \cdot 50}^4 -$$

$$- 2 \cdot C_{75 \cdot 100}^2$$

$$C_{200 \cdot 75}^4 + C_{100 \cdot 150}^4 - 2 \cdot C_{75 \cdot 100}^2$$

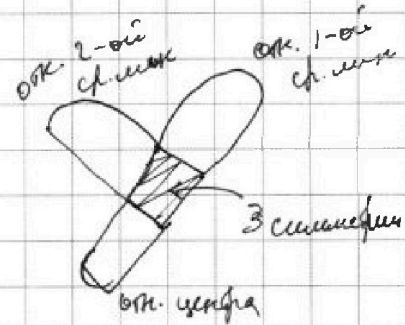
$$200 \cdot 75!$$

$$= 3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2$$

$$= \frac{3 \cdot 15000!}{14996! \cdot 4!} - \frac{2 \cdot 7500!}{7498! \cdot 2!}$$

$$\neq$$

Ответ: $3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2$.



составлена Гусева Вероника



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(a-c)(b-c) = p^2$, где p - простое число

Если $a-c$ и $b-c > 0$
 $a = b = c + p$ - не пойдут, т.к. $a > b$ по условию.

1) $\begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases}$

$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} a = p^2 + c \\ b = 1 + c \end{cases}$

$\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases}$ $\begin{cases} a = c + 1 \\ b = c + p^2 \end{cases}$, $p > 1 \Rightarrow$ не пойдут, т.к. $a > b$ по условию.

$\Rightarrow \begin{cases} a = p^2 + c \\ b = 1 + c \end{cases}$

$a + b^2 = p^2 + c + (c+1)^2 = 820$

$p^2 \geq 4$ (мин $p = 2$)

$\Rightarrow c^2 + 3c + 1 \leq 820 - 4$ $\frac{+8+5}{9}$
 $c^2 + 3c + 1 \leq 816$ 3260

$c^2 + 3c - 815 \leq 0$

$D = 9 + 4 \cdot 815 = 3269$

$3248 < 3269 < 3364$

$\begin{cases} c = \frac{-3 + \sqrt{3269}}{2} \\ c = \frac{-3 - \sqrt{3269}}{2} \end{cases}$

$57 < \sqrt{3269} < 58$

$\frac{-3 + \sqrt{3269}}{2} > \frac{-3 + 57}{2} = 27$

$c \in \left[\frac{-3 - \sqrt{3269}}{2}, \frac{-3 + \sqrt{3269}}{2} \right]$

$\frac{-3 - \sqrt{3269}}{2} > \frac{-3 - 57}{2} = -30$

Итого $c \in \mathbb{Z}: c \in [-30; 27]$

$\frac{-3 + \sqrt{3269}}{2} > \frac{-3 + 57}{2} = 27$

все целые числа от -30 до 27 $\frac{+60}{2} = 30$

$\frac{-3 - \sqrt{3269}}{2} < \frac{-3 - 57}{2} = -30$

$a - b = p^2 + c - 1 - c = p^2 - 1 \neq 3$

Вывод: число при делении на 3 может давать остатки только 1 и 0. ($n = 3k \quad n^2 = 9k^2$)

$\Rightarrow p^2 \equiv 3 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \equiv 0 \pmod{3}$

$n = 3k + 1 \quad n^2 = 9k^2 + 6k + 1$

$n = 3k + 2 \quad n^2 = 9k^2 + 12k + 3 + 1$

Поэтому p может быть только одним простым числом - 3.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p=3$$

$$c^2 + 3c + 1 = 810 - 9$$

$$c^2 + 3c + 1 = 811$$

$$c^2 + 3c - 810 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 810 = 9 + 4 \cdot 9 \cdot 90 = 9(1 + 360) = 3^2 \cdot 361 = (3 \cdot 19)^2 = 2$$

$$c = \frac{-3 \pm 3 \cdot 19}{2} = 3 \frac{(19-1)}{2} = \frac{3 \cdot 18}{2} = 27$$

$$c = \frac{-3 - 3 \cdot 19}{2} = \frac{-3(1+19)}{2} = -30$$

$$\begin{cases} a = p^2 + c \\ b = 1 + c \\ p = 3 \\ c = -30 \\ c = 27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 36 \\ b = 28 \\ c = 27 \\ a = -21 \\ b = -29 \\ c = -30 \end{cases}$$

~~Order: (36, 28, 27) или (-21, -29, -30)~~

② $(a-c)(b-c) = p^2$, где p - пр. число

⇒ Если $a-c, b-c < 0$

$$\begin{cases} a-c = -p & \text{не подходит} \\ b-c = -p & \text{т.к. тогда } a=b \end{cases} \begin{cases} a = c-1 \\ b = c-p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases} \begin{cases} a = c-p^2 & \text{не подходит, т.к. } a < c \\ b = c-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = c-1 \\ b = c-p^2 \end{cases}$$

$$a-b = c-1 - c + p^2 = p^2 - 1 \neq 3$$

Аналогично ⊕ получаем $p=3$. $\begin{cases} a = c-1 \\ b = c-9 \end{cases}$

$$a+b^2 = c-1 + (c-9)^2 = c-1 + c^2 - 18c + 81 = c^2 - 17c + 80 = 810$$

$$c^2 - 17c + 80 = 810$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$c^2 - 17c + 80 - 820 = 0$$

$$c^2 - 17c - 740 = 0$$

$$D = 17^2 + 4 \cdot 740 = 3249 = 57^2$$

$$\begin{array}{r} 6740 \\ 4 \\ \hline 2960 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2960 \\ 289 \\ \hline 3249 \end{array}$$

$$c = \frac{17 + 57}{2} = \frac{74}{2} = 37$$

$$c = \frac{17 - 57}{2} = \frac{-40}{2} = -20$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = c - 1 \\ b = c - 9 \\ c = -20 \\ c = 37 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = -21 \\ b = -29 \\ c = -20 \\ a = 36 \\ b = 28 \\ c = 37 \end{array} \right.$$

Ответ: (36; 28; 29)
(-21; -29; -30)
(-21; -29; -20)
(36; 28; 37).

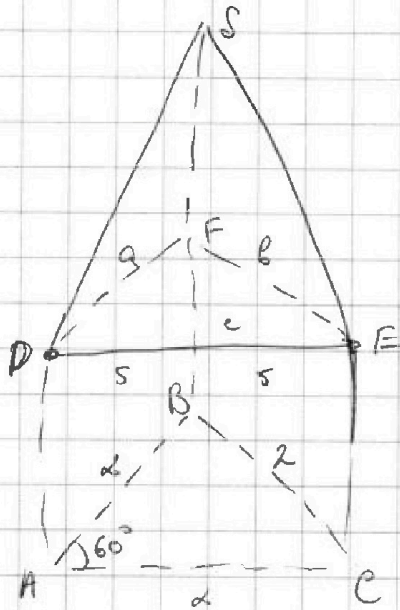


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\frac{1}{2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y-20| + 2|y-35| \leq 15$$

$$|y-35| - \quad - \quad +$$

$$|y-20| - 20 + 35 +$$

$$\begin{cases} y \geq 35 \\ y-20+2y-70 \leq 15 \end{cases}$$

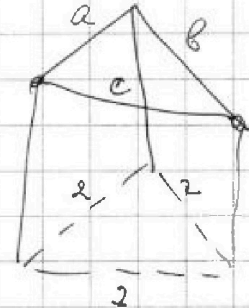
$$3y-90 \leq 15 \quad y=35 \quad y-30 \leq 5 \quad y \leq 35$$

$$\begin{cases} y \in (20; 35) \\ y-20-2y+70 \leq 15 \end{cases}$$

$$-y+50 \leq 15 \quad y \geq 35$$

$$\begin{cases} y \leq 20 \\ -y+20+2y+70 \leq 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq 20 \\ -3y+90 \leq 15 \\ 3y \geq 75 \\ y \geq 25 \end{cases}$$



r^2 и r'' убывают

$$4r^2 + 20r^2 = 12$$

$$4r = 20r + 2$$

$$2r^2 + 42r + 4 + 6r^2 = 12$$

$$2: 2r^2 + 42r - 8 = 0$$

$$\begin{cases} 2r^2 + 22r - 4 = 0 \\ D_1 = 1 + 4 \end{cases}$$

$$r^2 = \frac{\sqrt{15x+6}(x-3)}{x+4}$$

$$\frac{15 \cdot 5 + 6}{8} = 80$$

$$q, q^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}}$$

$$q, q^2 = x+4$$

$$q, q'' = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$q^8 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{\sqrt{(15x+6)(x-3)^3}} = \frac{1}{\sqrt{(x-3)^2}}$$

$$\Rightarrow q^8 = \frac{1}{|x-3|}$$

~~q^2~~

задача для решения

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$p \leq 4 \quad p \leq 10$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x - 3(2 \cos^2 x - 1) = p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 = p$$

$$4 + 3 - 6 + 2 + 3 + 3 = p$$

$$\cos 3x + \cos x + 5 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$2 \cos 2x \cos x + 2 \cos x + 3 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$2 \cos x (\cos 2x + 1) = 3(\cos x - \cos x) + p$$

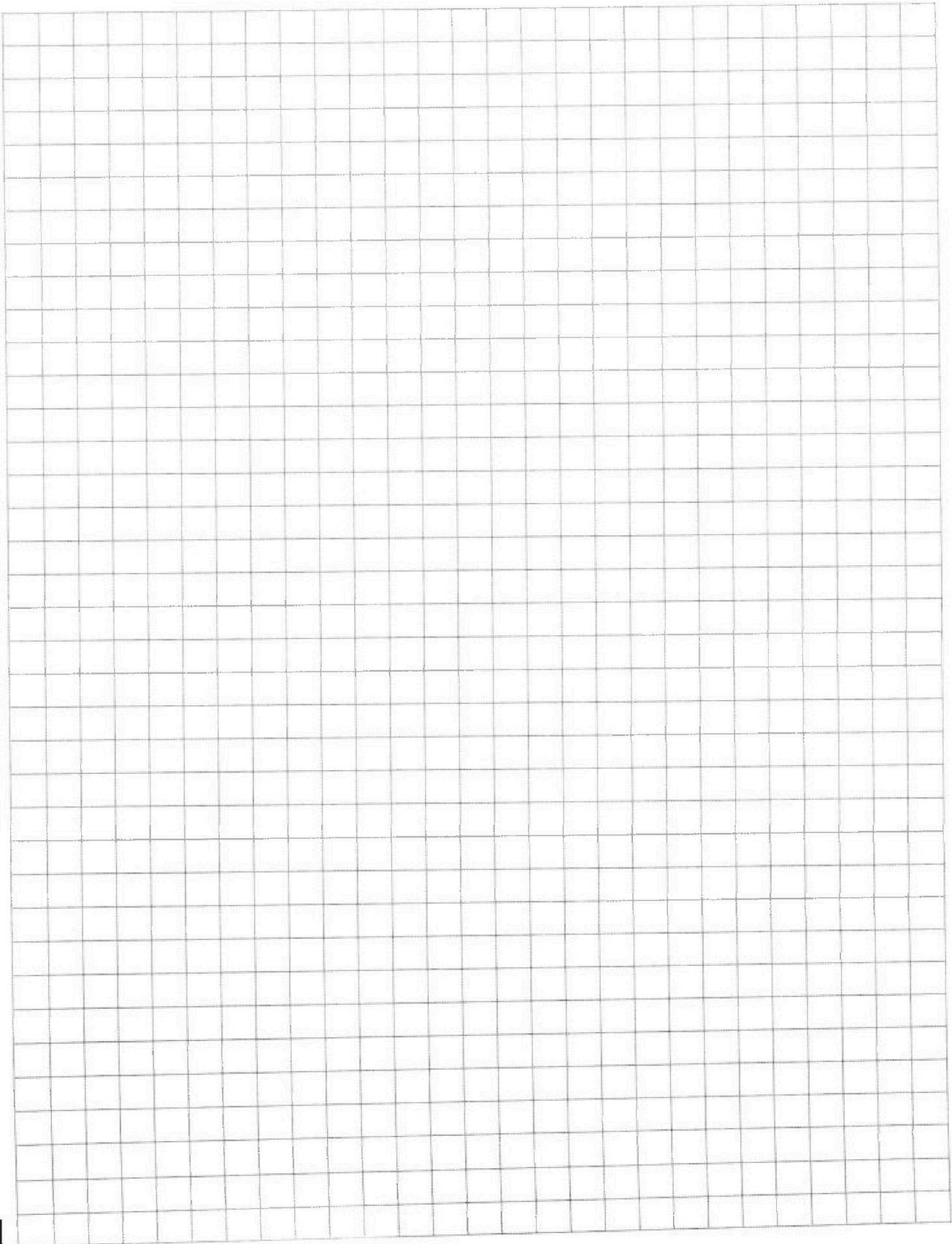


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$V = \frac{1}{2} abc \sin \alpha$$

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 3(2 \cos^2 x - 1) + p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x = 6 \cos^2 x - 3 + p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 = p$$

$$\cos 3x - \cos 2x = 4 \cos^2 x - 2 \cos 2x - 6 \cos x + p$$

$$-2 \sin \frac{3x}{2} \sin \frac{x}{2}$$

$$a > b$$

$$(a; b; c)$$

$$(c + p; c + p; c)$$

$$a - b \neq 3$$

$(a-c)/(b-c)$ или кв. или простое число.

$$a + b^2 = 820$$

$$\begin{cases} a = c + p \\ b = c + p \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = c + p^2 \\ b = c + 1 \end{cases}$$

$$c + p^2 - c - 1 = p^2 - 1 \neq 3$$

$$a + b^2 = 820 \Rightarrow c + p^2 + c^2 + 2c + 1 = c + p^2 + (c+1)^2 = 820$$

$$\begin{matrix} 2054 \\ \parallel \\ 2054 \\ \text{H} \end{matrix}$$

8

$$\text{max } c = 820 - 8 = 812$$

$$\begin{cases} p^2 - 1 = 3k + 1 \\ p^2 - 1 = 3k + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p^2 = 3k + 2 \\ p^2 = 3k + 3 \end{cases}$$

$$\frac{-3 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{\sqrt{81}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 205 \overline{) 5} \\ 20 \overline{) 41} \\ \underline{5} \\ 6 \end{array}$$

$$820 = 4 \cdot 5 \cdot 41$$

н.ч. 4

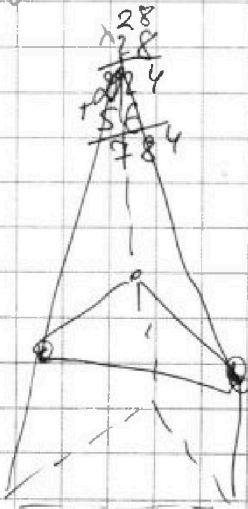
$$c \in [-30; 277]$$

$$(p-1)(p+1)$$

$$p^2 : 3$$

$$\Rightarrow p^2 : 9$$

$$\begin{matrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{matrix}$$



$$784$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ \underline{23} \\ 261 \\ \underline{57} \\ 841 \end{array}$$

$$\frac{1}{2}(5+5+2\sqrt{55})$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

150 × 200

150

200

75

100

Мф

U

M

B

1

2

3

4

5

6

7

100 × 75

Б ф

U = 1 + 2 + 3 + 4

M ф = 1 + 3 + 4 + 5

B ф = 2 + 3 + 4 + 6 + 7

2 · 1 + 2 · 2 + 2 · 3 + 3 · 4 + 4 + 5 + 6 + 7

вынесем: 1 + 2 + 3 и 2 · 4

EP = ?

CP = ?

1 = y · 34x

y = 1 / 34x

x^2 + 2x - 35 = 0

D_1 = 1 + 35 = 6^2

x = -1 ± 6 = 5

x = -1 - 6 = -7

EP = a

CP = b

EO = ?

CO = ?

BO = 9x - 1/34x

50 - y ≤ 15

y ≥ 35

75 ≤ 3y

y ≥ 25

4 - 20 + 6 = 2470

A

B

C

D

E

O

34x

a

4(20-1) = 6-20

u = (6-20) / (20-1)