



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a > b$,
 - число $a - b$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a + b^2 = 820$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_4 = a_1 q^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$a_{10} = a_1 q^9 = x+4$$

$$a_{12} = a_1 q^{11} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$\rightarrow a_1$ - первый член
 q - знаменатель

$$\frac{15x+6}{(x-3)^3} \geq 0$$

$$\frac{15(x+\frac{6}{15})}{x-3} \geq 0$$

$$x + \frac{2}{5} \geq 0$$

$$x-3 \geq 0$$

$$x \in (-\infty; -\frac{2}{5}] \cup (3; +\infty)$$

$$\frac{a_{12}}{a_4} = q^8 = \sqrt{\frac{(15x+6)(x-3) \cdot (x-3)^3}{(15x+6)}} = \sqrt{(x-3)^4} = (x-3)^2 \quad q^4 = |x-3|$$

$$\frac{a_{12}}{a_{10}} = q^2 = \sqrt{\frac{(15x+6)(x-3)}{x+4}} = q\text{-значит. число} \Rightarrow \begin{cases} q^2 \geq 0 \\ x+4 > 0 \\ x-3 > 0 \end{cases}$$

$$q^4 = \frac{(15x+6)(x-3)}{(x+4)^2} = |x-3|$$

~~$x \geq 3$ или $x < 3$ $q = 0$ и $q > 2$~~

При $x > 3$:

$$15x+6 = x^2+8x+16$$

$$x^2-7x+10=0$$

$$D = 49-40 = 9$$

$$x = \frac{7 \pm 3}{2} = 5$$

$$x = \frac{7-3}{2} = 2$$

При $x \in (-\infty; -\frac{2}{5}]$:

$$15x+6 = -x^2-8x-16$$

$$x^2+23x+22=0$$

$$x = -1$$

$$x = -22 \text{ - не подходит}$$

~~$x=5$ $x=2$ $x=-1$ $x=-22$~~ Ответ: $x=2$

$x=5$
 $x=-1$

~~a_1
 a_{10}
 a_{12}~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \quad (1)$$

(1): правая часть $y^2 - 4xy + 4x^2 \leq 15$

Значит, $|y-20| + 2|y-35| \leq 15$

$$\begin{array}{ccccccc} |y-20| & - & + & + & & & \\ |y-35| & - & 20 & - & 35 & + & \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y \geq 35 \\ y-20+2y-70 \leq 15 \\ y \in (20; 35) \\ y-20-2y+70 \leq 15 \\ y \leq 20 \\ -y+20-2y+70 \leq 15 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} y = 35 \\ y \leq 35 \\ y \in (20; 35) \\ y \geq 35 \\ y \leq 20 \\ y \geq 25 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} y = 35 \\ y \in \emptyset \\ y \in \emptyset \end{array} \right. \quad y = 35$$

Тогда $y = 35$ $\sqrt{225-z^2} = (35-20) + 2(35-35) = 15$
 $z = 0$.

(2): Найдём максимум $y = 35, z = 0$:

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$$

Пусть $u = \sqrt{x+7}, u \geq 0$ $u^2 + v^2 = x+7+5-x = 12$
 $v = \sqrt{5-x}, v \geq 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} u-v+6 = 2uv \\ u^2+v^2 = 12 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} u-v = 2uv-6 \\ (u-v)^2 + 2uv = 12 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 2uv = 6+u-v \\ (u-v)^2 + (u-v) + 6 = 12 \quad (3) \end{array} \right.$$

(3): $(u-v)^2 + (u-v) - 6 = 0$

$$\left[\begin{array}{l} u-v = 2 \\ u = v+2 \end{array} \right. \quad \left[\begin{array}{l} u-v = -3 \\ u = v-3 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u = v+2 \\ 2v^2 + 4v + 4 = 12 \quad (*) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u = v-3 \\ 2v^2 - 6v + 9 = 12 \end{array} \right.$$

(*) $2v^2 + 4v - 8 = 0$ $2v^2 + 2v - 4 = 0$
 $D_1 = 1+4 = 5$
 $v = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$
П.к. $v \geq 0$,
 $v = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$

$2v^2 - 6v - 3 = 0$ $D_2 = 9+6 = 15$
 $v = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{2}$
П.к. $v \geq 0$
 $v = \frac{3 + \sqrt{15}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Находим:

$$\begin{cases} z = -1 + 2\sqrt{5} \\ u = 1 + \sqrt{5} \\ v = \frac{3 + \sqrt{15}}{2} \\ w = \frac{3 + \sqrt{15}}{2} - 3 = \frac{-3 + \sqrt{15}}{2} \end{cases}$$

Обратная замена:

$$\begin{cases} u = \sqrt{x+7} \\ 1 + \sqrt{5} = \sqrt{x+7} \\ \frac{-3 + \sqrt{15}}{2} = \sqrt{x+7} \end{cases} \quad \begin{cases} x+7 = 6 + 2\sqrt{5} \\ x+7 = \frac{15+9-6\sqrt{15}}{4} = \frac{24-6\sqrt{15}}{4} = \frac{12-3\sqrt{15}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 + 2\sqrt{5} \\ x = \frac{12-3\sqrt{15}}{2} - 7 = \frac{12-14-3\sqrt{15}}{2} = \frac{-2-3\sqrt{15}}{2} \end{cases}$$

Ответ $(-1 + 2\sqrt{5}; 35; 0); (\frac{-2-3\sqrt{15}}{2}; 35; 0)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
/ ИЗ /

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos^3 x + 6 \cos x = 3 \cos^2 x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x - 3(2 \cos^2 x - 1) = p$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 = p$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 - p = 0$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p, \quad t \in [-1; 1]$$

$f(t)$ - непрерывная ф-ия

Значит, $f(t) = 0$ имеет реш., если $\begin{cases} f(-1) \leq 0 \\ f(1) \geq 0 \end{cases}$

по теореме о промежуточной значении

-хх

$$f(-1) = -4 - 6 - 3 + 3 - p = -10 - p$$

$$f(1) = 4 - 6 + 3 + 3 - p = 4 - p$$

$$\begin{cases} -10 - p \leq 0 \\ 4 - p \geq 0 \\ -10 - p \geq 0 \\ 4 - p \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p \geq -10 \\ p \leq 4 \\ p \leq -10 \\ p \geq 4 \end{cases}$$

или $p \in [-10; 4]$ есть хотя бы 1 реш.

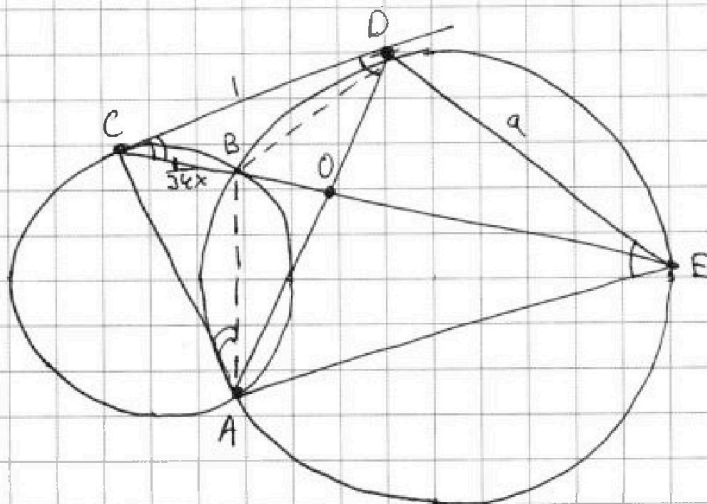


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Отметим на рисунке так, что $DE = a$, $CD = 1$
Пусть $CO = 3x$ $OE = 25x$

$$CD^2 = BC \cdot CE \quad 1 = BC \cdot 34x \quad BC = \frac{1}{34x} \quad BO = 9x - \frac{1}{34x}$$

$$BO : OE = AO : OD$$

$$\left(9x - \frac{1}{34x}\right) \cdot 25x = AO \cdot OD$$

$$225 \cdot 9x^2 - \frac{25}{34} = AO \cdot OD$$

$$\angle DFA = \angle CDA$$

$$\angle DCB = \angle CAB$$

т.к. угол между касат. и хордой равен половине градусной меры дуги, стянутой соответствующей хордой.



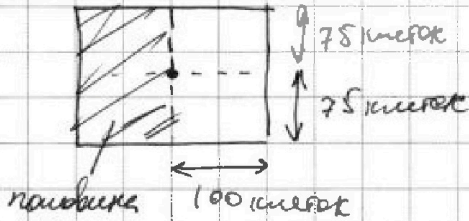
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Относительно центра



Каждой выбранной клетке соответствует симметричная ей относительно центра.

Поэтому выберем 4 клетки, причем так, чтобы никакие 2 из них не были соседями.

В разных половинах отн. центра.

(тогда однозначно выбираются или симметр.)

$$C_4^{100 \cdot 150}$$

~~$$C_1^{150 \cdot 200} \cdot C_1^{150 \cdot 200}$$~~

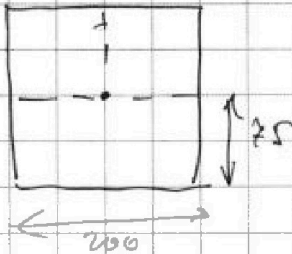
~~$$150 \cdot 200 \cdot (150 \cdot 200 - 2) \cdot (150 \cdot 200 - 4) \cdot (150 \cdot 200 - 6) / 4$$~~

выбираем подобно первой стороне

крае первой 2-ух и симметр. первой

крае первой и второй и симметричность и др.

2) Отн. ср. линии 11-ной большей стороне

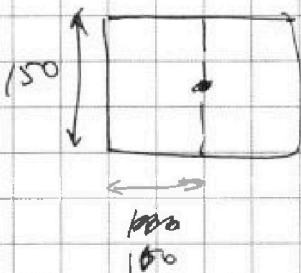


$$C_4^{200 \cdot 75}$$

выбираем 4 кл. в одной половине

⇒ симм. или однозначно выбираются.

3) Отн. ср. линии 11-ной меньшей стороне



$$C_4^{100 \cdot 150}$$

4) Отн. обеих ср. лин.

$$C_2^{75 \cdot 50}$$



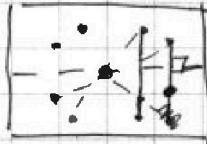
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) Отк. центра и "башней" ср. линии



$$C_{75 \cdot 100}^2$$

6) Отк. центра и "машней" ср. линии

$$C_{75 \cdot 100}^2$$

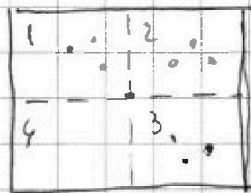
7) Отк. центра и обеих ср. линий

$$C_{75 \cdot 100}^2$$

Если мы во
отдаем фигуру
симметричной,
то оно диагональ
и трезуб.

Заметим, что если мы во симм. отк. центра и
какой-то из ср. линий, то оно симм. и отк. другой
ср. линии:

(если отк. фигуры ср. линии, тогда
еще симм. и отк. центра)



в каждой части,
на клет. п/ч-к' делит
ср. линии не более равно
2 закр. клеткам

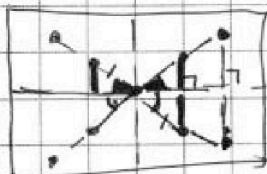
Почему равно 2?

Если в какой-то части ≥ 3 , то в противополож. части тоже ≥ 3
и в части т.к. симм. отк. ср. лин., тогда в части
диагональной противоположной 1-ой части тоже ≥ 3
т.к. симм. отк. центра \Rightarrow клеток уже 3, а у нас их 8.

(например, в части 2 ≥ 3 закр. \Rightarrow в части 3 ≥ 3 закр. и в части 1 ≥ 3 закр. клеток)

Если в какой-то части < 2 , то по принципу Дирихле
в какой-то из ост. 3-х ≥ 3 .

Значит, по 2 клетки в каждой части



Из рисунка видно, что мы во тоже симм.
отк. обеих ср. лин.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит, общее число способов:

$$150 \cdot 100 (150 \cdot 100 - 2) (150 \cdot 100 - 4) (150 \cdot 100 - 6) + C_{200 \cdot 75}^4 + C_{150 \cdot 50}^4 -$$

$$- 2 \cdot C_{75 \cdot 100}^2$$

$$C_{200 \cdot 75}^4 + C_{100 \cdot 150}^4 - 2 \cdot C_{75 \cdot 100}^2$$

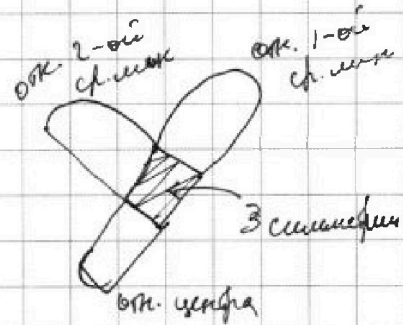
$$200 \cdot 75!$$

$$= 3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2 =$$

$$= \frac{3 \cdot 15000!}{14996! \cdot 4!} - \frac{2 \cdot 7500!}{7498! \cdot 2!}$$

$$\neq$$

Ответ: $3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2$.



составитель: Александр Владимирович



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(a-c)(b-c) = p^2$, где p - простое число

Если $a-c$ и $b-c > 0$
 $a = b = c + p$ - не пойдут, т.к. $a > b$ по условию.

1) $\begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases}$

$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} a = p^2 + c \\ b = 1 + c \end{cases}$

$\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases}$ $\begin{cases} a = c + 1 \\ b = c + p^2 \end{cases}$, $p > 1 \Rightarrow$ не пойдут, т.к. $a > b$ по условию.

$\Rightarrow \begin{cases} a = p^2 + c \\ b = 1 + c \end{cases}$

$a + b^2 = p^2 + c + (c+1)^2 = 820$

$p^2 \geq 4$ (мин $p = 2$)

$\Rightarrow c^2 + 3c + 1 \leq 820 - 4$ $\frac{+8+5}{9}$
 $c^2 + 3c + 1 \leq 816$ 3260

$c^2 + 3c - 815 \leq 0$

$D = 9 + 4 \cdot 815 = 3269$

$3248 < 3269 < 3364$

$\begin{cases} c = \frac{-3 + \sqrt{3269}}{2} \\ c = \frac{-3 - \sqrt{3269}}{2} \end{cases}$

$57 < \sqrt{3269} < 58$

$\frac{-3 + \sqrt{3269}}{2} > \frac{-3 + 57}{2} = 27$

$c \in \left[\frac{-3 - \sqrt{3269}}{2}, \frac{-3 + \sqrt{3269}}{2} \right]$

$\frac{-3 - \sqrt{3269}}{2} > \frac{-3 - 57}{2} = -30$

Итого $c \in \mathbb{Z}: c \in [-30; 27]$

$\frac{-3 + \sqrt{3269}}{2} > \frac{-3 + 57}{2} = 27$

все целые числа от -30 до 27 $\frac{60}{2} = 30$

$\frac{-3 - \sqrt{3269}}{2} < \frac{-3 - 57}{2} = -30$

$a - b = p^2 + c - 1 - c = p^2 - 1 \neq 3$

В квадрате числа при делении на 3 может давать остатки только 1 и 0. ($n = 3k \quad n^2 = 9k^2$)

$\Rightarrow p^2 \equiv 3 \pmod{9} \Rightarrow p^2 \equiv 9 \pmod{9}$

$n = 3k + 1 \quad n^2 = 9k^2 + 6k + 1$

$n = 3k + 2 \quad n^2 = 9k^2 + 12k + 3 + 1$

Поэтому p может быть только одним простым числом - 3.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p=3$$

$$c^2 + 3c + 1 = 810 - 9$$

$$c^2 + 3c + 1 = 811$$

$$c^2 + 3c - 810 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 810 = 9 + 4 \cdot 9 \cdot 90 = 9(1 + 360) = 3^2 \cdot 361 = (3 \cdot 19)^2 = 2$$

$$c = \frac{-3 \pm 3 \cdot 19}{2} = 3 \frac{(19-1)}{2} = \frac{3 \cdot 18}{2} = 27$$

$$c = \frac{-3 - 3 \cdot 19}{2} = \frac{-3(1+19)}{2} = -30$$

$$\begin{cases} a = p^2 + c \\ b = 1 + c \\ p = 3 \\ c = -30 \\ c = 27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 36 \\ b = 28 \\ c = 27 \\ a = -21 \\ b = -29 \\ c = -30 \end{cases}$$

Order: (36, 28, 27) или (-21, -29, -30)

② $(a-c)(b-c) = p^2$, где p - пр. число

⇒ Если $a-c, b-c < 0$

$$\begin{cases} a-c = -p & \text{не подходит} \\ b-c = -p & \text{т.к. тогда } a=b \end{cases} \begin{cases} a = c-1 \\ b = c-p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases} \begin{cases} a = c-p^2 & \text{не подходит, т.к. } a < c \\ b = c-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = c-1 \\ b = c-p^2 \end{cases}$$

$$a-b = c-1 - (c-p^2) = p^2 - 1 \neq 3$$

Аналогично ⊕ получаем $p=3$. $\begin{cases} a = c-1 \\ b = c-9 \end{cases}$

$$a+b^2 = c-1 + (c-9)^2 = c-1 + c^2 - 18c + 81 = c^2 - 17c + 80 = 810$$

$$c^2 - 17c + 80 = 810$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$c^2 - 17c + 80 - 820 = 0$$

$$c^2 - 17c - 740 = 0$$

$$D = 17^2 + 4 \cdot 740 = 3249 = 57^2$$

$$\begin{array}{r} 6740 \\ 4 \\ \hline 2960 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2960 \\ 289 \\ \hline 3249 \end{array}$$

$$c = \frac{17 + 57}{2} = \frac{74}{2} = 37$$

$$c = \frac{17 - 57}{2} = \frac{-40}{2} = -20$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = c - 1 \\ b = c - 9 \\ c = -20 \\ c = 37 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = -21 \\ b = -29 \\ c = -20 \\ a = 36 \\ b = 28 \\ c = 37 \end{array} \right.$$

Ответ: (36; 28; 29)
(-21; -29; -30)
(-21; -29; -20)
(36; 28; 37).

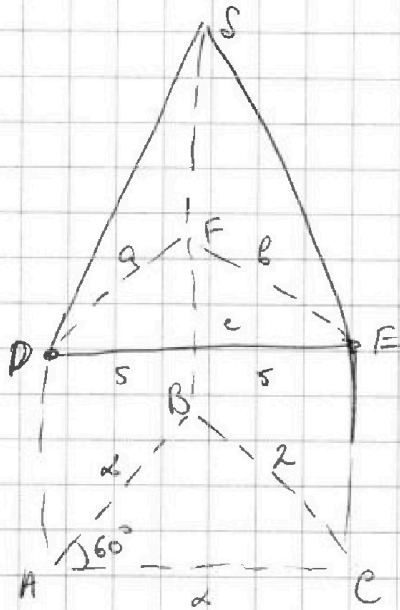


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1
2

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y-20| + 2|y-35| \leq 15$$

$$|y-35| - \quad - \quad +$$

$$|y-20| - 20 + 35 +$$

$$\begin{cases} y \geq 35 \\ y-20+2y-70 \leq 15 \end{cases}$$

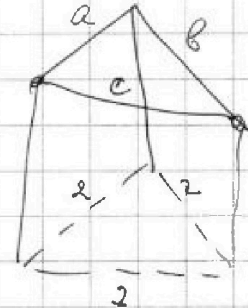
$$3y-90 \leq 15 \quad y=35 \quad y-30 \leq 5 \quad y \leq 35$$

$$\begin{cases} y \in (20; 35) \\ y-20-2y+70 \leq 15 \end{cases}$$

$$-y+50 \leq 15 \quad y \geq 35$$

$$\begin{cases} y \leq 20 \\ -y+20+2y+70 \leq 15 \end{cases}$$

$$y \leq 20 \quad -3y+90 \leq 15 \quad 3y \geq 75 \quad y \geq 25$$



r^2 и r'' убывают

$$4r^2 + 20r = 12$$

$$4r^2 + 20r + 4 = 12$$

$$2r^2 + 5r - 2 = 0$$

$$2r^2 + 4r - 8 = 0$$

$$2r^2 + 2r - 4 = 0$$

$$r_1 = 1 + 4$$

$$r^2 = \frac{\sqrt{15x+6}(x-3)}{x+4}$$

$$\frac{15 \cdot 5 + 6}{8} = 80$$

$$r, r^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}}$$

$$r, r^2 = x+4$$

$$r, r'' = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$r^8 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{\sqrt{(15x+6)(x-3)^3}} = \frac{1}{\sqrt{(x-3)^2}}$$

$$\Rightarrow r^8 = \frac{1}{|x-3|}$$

~~42~~

задача для решения

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$p \leq 4 \quad p \leq 10$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x - 3(2 \cos^2 x - 1) = p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 = p$$

$$4 + 3 - 6 + 2 + 3 + 3 = p$$

$$\cos 3x + \cos x + 5 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$2 \cos 2x \cos x + 2 \cos x + 3 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$2 \cos x (\cos 2x + 1) = 3(\cos x - \cos x) + p$$

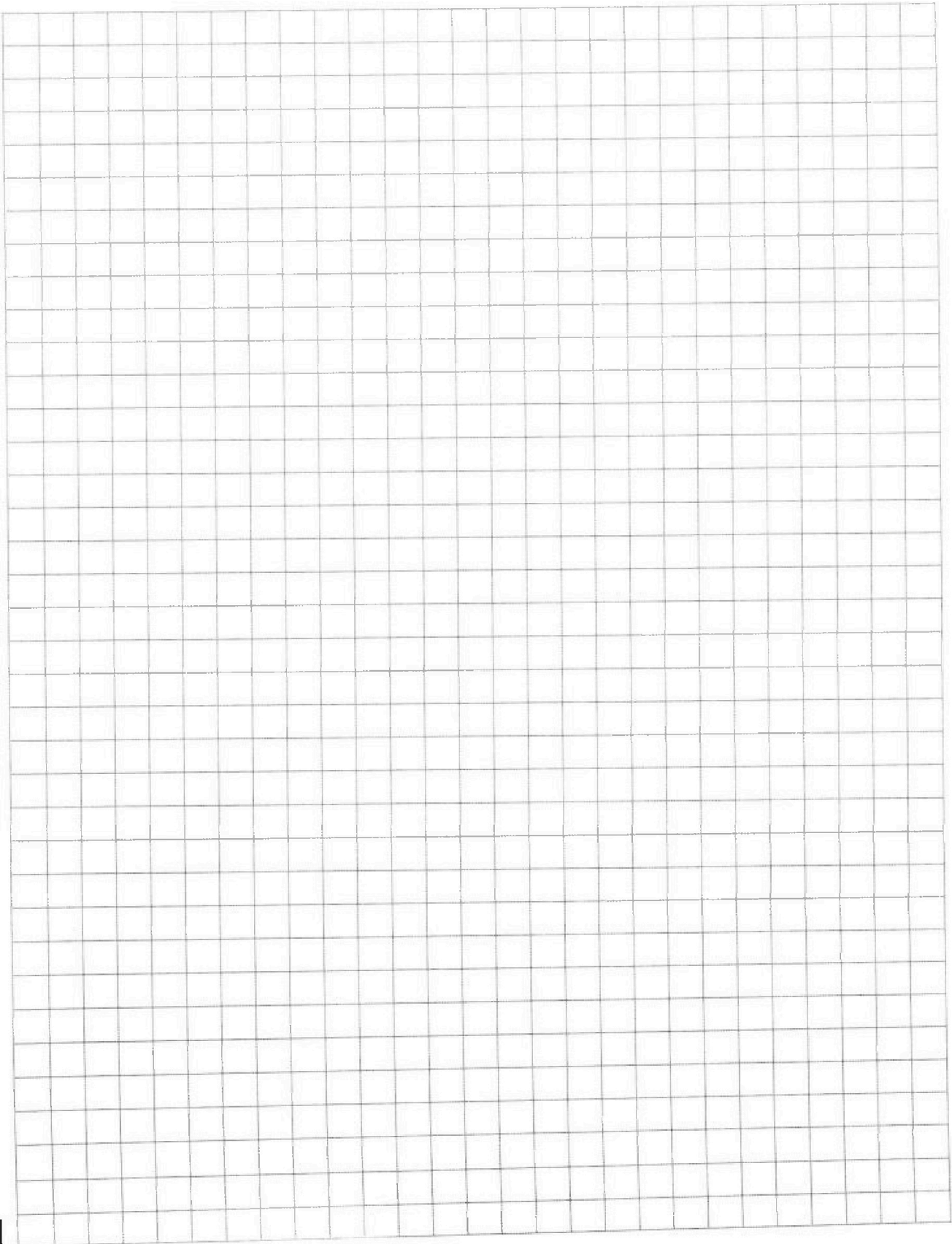


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$V = \frac{1}{2} abc \sin \alpha$$

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 3(2 \cos^2 x - 1) + p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x = 6 \cos^2 x - 3 + p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 = p$$

$$\cos 3x - \cos 2x = 4 \cos^2 x - 2 \cos 2x - 6 \cos x + p$$

$$-2 \sin \frac{3x}{2} \sin \frac{x}{2}$$

$$a > b$$

$$(a; b; c)$$

$$(c + p; c + p; c)$$

$$a - b \neq 3$$

$(a-c)/(b-c)$ или кв. или простое число.

$$a + b^2 = 820$$

$$\begin{cases} a = c + p \\ b = c + p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c + p^2 \\ b = c + 1 \end{cases}$$

$$c + p^2 - c - 1 = p^2 - 1 \neq 3$$

$$a + b^2 = 820 \Rightarrow c + p^2 + c^2 + 2c + 1 = c + p^2 + (c+1)^2 = 820$$

$$\begin{matrix} 2054 \\ \parallel \\ 2054 \\ \text{H} \end{matrix}$$

8

$$\text{max } c = 820 - 8 = 812$$

$$\begin{cases} p^2 - 1 = 3k + 1 \\ p^2 - 1 = 3k + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p^2 = 3k + 2 \\ p^2 = 3k + 3 \end{cases}$$

$$\frac{-3 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{\sqrt{81}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 205 \overline{) 5} \\ 20 \overline{) 41} \\ \underline{5} \\ 6 \end{array}$$

$$820 = 4 \cdot 5 \cdot 41$$

и то 9

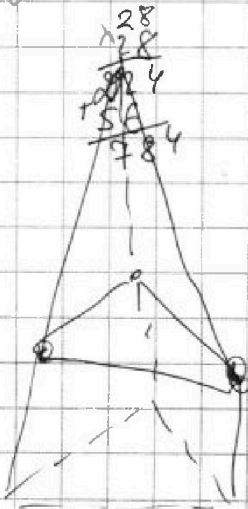
$$c \in [-30; 277]$$

$$(p-1)(p+1)$$

$$p^2 : 3$$

$$\Rightarrow p^2 : 9$$

$$\begin{matrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{matrix}$$



$$\begin{array}{r} 29 \\ \underline{23} \\ 261 \\ \underline{51} \\ 841 \end{array}$$

$$\frac{1}{2}(5+5+2\sqrt{55})$$

