



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

выпуклый n -угольник

$$\alpha_1 = 143^\circ$$

$$\alpha_i = \alpha_1 + 2^\circ \cdot (i-1) = 143^\circ + 2^\circ(i-1)$$

Пусть вершин n

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = (n-2) \cdot 180^\circ$$

$$143 \cdot n + 2 + 4 + \dots + 2 \cdot (n-1) = 180n - 360$$

$$143n + \frac{2n \cdot (n-1)}{2} = 180n - 360$$

$$n^2 - n + 143n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

142	180
180	142
	38

По м. Виета

$$n = 18$$

$$n = 20 \quad - \text{наибольший}$$

Ответ: 20 вершин



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$\ln (16^x \cdot 8^y \cdot 24^z) = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z = 2 \cdot 3, \text{ т.к. } x, y, z - \text{целые, то } z = 1$$

$$2^{4x+3y+3} \cdot 3 = 2 \cdot 3$$

$$2^{4x+3y+3} = 2$$

$$4x + 3y + 3 = 1$$

$$4x + 3y = -2$$

$$y = \frac{-4x-2}{3}, \text{ т.к. } x, y, z - \text{целые, то } -4x-2 \div 3 \Rightarrow$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + \frac{16x^2 + 16x + 4}{9} + 1 = \frac{25x^2 + 16x + 13}{9}$$

Найдем мин. значение функции $f(x) = \frac{25}{9}x^2 + \frac{16}{9}x + \frac{13}{9}$

Т.к. это парабола с ветвями направлены вверх

$$-4x - 2 = 3k \quad -4x \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow -x \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow$$

$$x \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow x = 3k + 1 \Rightarrow y = \frac{-12k - 4 - 2}{3} = -4k - 2,$$

где k - целое



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда $x^2 + y^2 + z^2 = (3k+1)^2 + (-4k-2)^2 + 1 = 9k^2 + 6k + 1 + 16k^2 + 16k + 4 + 1 = 25k^2 + 22k + 6$, где k - целое

Тогда функция $f(k) = 25k^2 + 22k + 6$ парабола с ветвями вверх, где вершина параболы находится в точке $-\frac{22}{50}$, т.е. при $k \geq 1$ она только увеличивается и при $k \leq -1$ тоже только увеличивается (имеется ввиду значение)

Значит миним. значение при $k \geq 1$ это хотя бы 53, миним. значение при $k \leq -1$ это хотя бы 9, миним. значение при $k=0$ это 6. Значит миним. значение функ. $f = 25k^2 + 22k + 6 = x^2 + y^2 + z^2$ это 6, если смотреть в целых значениях.

Пример: $x = 3 \cdot 0 + 1 = 1$, $y = -4 \cdot 0 - 2 = -2$, $z = 1$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 + 4 + 1 = 6$$

Ответ: 6

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$M = \{n, n+1, \dots, n+6\}$$

Сумма шестерок принимает вид от $6n+15$

до $6n+21$, т.к. $n \geq 1$, то $6n+15 \geq 21$, т.е.

~~шестерку~~ сумма шестерок хотя бы 21.

$$p^2 - q^2 = 792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$$(p-q)(p+q) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

Т.к. сумма шестерок это от $6n+15$ до $6n+21$,

то $p-q$ принимает значение от 1 до 6, т.е.

делитель 11 не входит в скобку $p-q$, значит

входит в скобку $p+q : 11$.

$p-q$ и $p+q$ не могут вообще делиться на

3, т.к. иначе $2p : 3 \Rightarrow p : 3$, а, т.к. $p \geq 21$

и оно простое, то такое невозможно. Значит

только одно число из $p-q$ и $p+q$ делится на

3, т.е. на 9 (иначе множителя 9 не будет),

а т.к. $p-q \leq 6$, то $p+q : 9$.

При этом и $p-q$, и $p+q$ делится на 2, т.к. они p и q

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

простые, которые больше 20, т.е. нечетные, тогда их сумма и разность четные. Значит из множителей $2^3 \cdot 3^2 = 36$ осталась только 2. Рассмотрим два случая:

1) $p - q = 2$

$$p + q = 4 \cdot 9 \cdot 11 = 396$$

$$2p = 398; \quad p = 199; \quad q = 197$$

Тогда $q = 6n + 15, \dots, 6n + 19$ это-то из этого

~~$p = 6n + 17, \dots, 6n + 21$~~ это-то из этого

$$\left. \begin{aligned} 6n + 15 &\leq 197 \leq 6n + 19 \\ 6n + 17 &\leq 199 \leq 6n + 21 \end{aligned} \right\} n = 30$$

Тогда ии-во $M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$

2) $p - q = 4$

$$p + q = 2 \cdot 9 \cdot 11 = 198$$

$$2p = 202; \quad p = 101; \quad q = 97, \text{ как и в 1 случае получаем:}$$

$$\left. \begin{aligned} 6n + 15 &\leq 97 \leq 6n + 19 \\ 6n + 17 &\leq 101 \leq 6n + 21 \end{aligned} \right\} \text{нет такого } n.$$

Ответ: $M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$

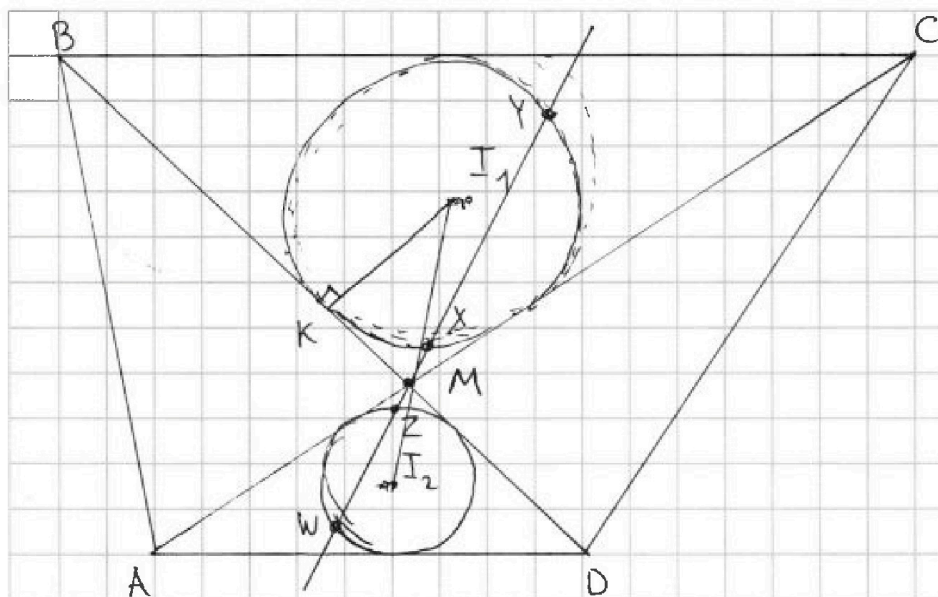
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$I_1 I_2 = \frac{13}{2}$$

$$AD : BC = 1 : 2$$

$$MZ \cdot MY = 5$$

$$AD \parallel BC$$

$\angle MAD = \angle MCB$ (вн.н.л.у. $AD \parallel BC$)

$\angle MDA = \angle MBC$ (вн.н.л.у. $AD \parallel BC$)

$\angle AMD = \angle BMC$ (вертик. у.)

} $\triangle AMD \sim \triangle BMC$, при этом коэф. подобия 2, т.к. $\frac{BC}{AD} = 2$

Также можно Т.е. при шестетии в точке M $\triangle AMD$ переходим в $\triangle BMC$. Соответственно w_2 переходим в w_1 (т.к. $M \in I_1 I_2$, ведь $\angle BMD = 180^\circ$, а $\angle I_1 M I_2 = \frac{\angle BMD}{2} + \angle CMD + \frac{\angle AMD}{2} = \angle BMD = 180^\circ$).

Тогда $\frac{MX}{MZ} = 2 \Rightarrow MX \cdot MY = 2 \cdot MZ \cdot MY = 10$, а $MK^2 = MX \cdot MY$

$I_1 M = 2 I_2 M$ и $I_1 I_2 = \frac{13}{2} \Rightarrow I_1 M = \frac{13}{3}$. Тогда по м. Пиф.

$R = I_1 K = \sqrt{I_1 M^2 - MK^2} = \sqrt{\frac{169}{9} - 10} = \frac{\sqrt{79}}{3}$. Ответ: $\frac{\sqrt{79}}{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 8 \sin \frac{\pi}{14} \cos^2 \frac{\pi}{14} - 4 \cos^2 \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{14} + 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} - 4 \cos^2 \frac{\pi}{14} + 4 \sin^2 \frac{\pi}{14}$$

$$+ 5 \sin \frac{\pi}{14} \quad \vee \quad 0$$

$$16 \sin^3 \frac{\pi}{14} + 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 7 \sin \frac{\pi}{14} + 1 \quad \vee \quad 0$$

Если $\sin \frac{\pi}{14} < \frac{1}{4}$, то правая часть больше, если

$\sin \frac{\pi}{14} > \frac{1}{4}$, то левая часть больше

Т.к. $\frac{\pi}{16} < \frac{\pi}{14}$, то $\sin \frac{\pi}{16} < \sin \frac{\pi}{14}$. Сравним $\sin \frac{\pi}{16}$

и $\frac{1}{4}$. Для этого найдем $\sin \frac{\pi}{16}$.

$$\cos \frac{\pi}{8} = \frac{\cos \frac{\pi}{4} + 1}{2} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} + 2}{4} = \frac{\sqrt{2} + 2}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{16} = \frac{\cos \frac{\pi}{8} + 1}{2} = \frac{\frac{\sqrt{2} + 2}{2} + 2}{4} = \frac{\sqrt{2} + 2 + 2}{4} = \frac{\sqrt{2} + 4}{4}$$

$$\sin \frac{\pi}{16} = \sqrt{1 - \cos^2 \frac{\pi}{16}} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2} + 4}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2} + 2}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к. $\frac{\pi}{14} < \frac{\pi}{12}$, то $\sin \frac{\pi}{14} < \sin \frac{\pi}{12}$. Сравним $\sin \frac{\pi}{12}$ и $\frac{1}{4}$

$$\sin \frac{\pi}{12} = \sin \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) = \sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} > \frac{1}{4}$$

$$\sqrt{6} - \sqrt{2} > 1$$

$$6 + 2 - 2\sqrt{12} > 1$$

$$7 > 2\sqrt{12}$$

49 > 48, значит $\frac{1}{4}$ ~~меньше~~ меньше, но не сильно.

Значит вернее $\frac{\pi}{14}$ меньше $\frac{1}{4}$, ведь $\sin \frac{\pi}{16}$ мен-

ше $\frac{1}{4}$, но не сильно $\left(\sin \frac{\pi}{16} = \frac{\sqrt{12^2 + 2^2} + 2}{2} \right)$

Следовательно, $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$ больше.

$$\text{Ответ: } 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Кол-во пирамид, когда 4 точки какие-то точки из 7 в плоскости α явл-ся основанием:

$$5 \cdot (C_7^3 + C_7^4 + C_7^5 + C_7^6 + C_7^7) = 5 \cdot (2^7 - C_7^2 - C_7^1) = 5 \cdot (128 - 21 - 7) = 500$$

Кол-во пирамид, когда какие-то точки из 5 вне плоскости α явл-ся основанием пирамиды:

Т.к. они вне плоскости α , то выбрав любые 3 в этой плоскости не будет 4-ой точки.

$$C_5^3 \cdot C_{12}^1 = 10 \cdot 12 = 120$$

Кол-во пирамид, когда 2 точки из вне, 2 из плоск.,

$$C_5^2 \cdot C_{12}^2 = 10 \cdot 66 = 660$$

$$\text{Всего } 500 + 120 + 660 = 1280$$

Ответ: 1280



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$x(\ln 4 + \ln 4) + y(\ln 4 + \ln 2) + z(\ln 4 + \ln 6) = \ln 6$$

$$\ln 4 ($$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$\ln(16^x \cdot 8^y \cdot 24^z) = \ln 6$$

$$9k^2 + 6k + 1 + 16k^2 + 16k + 4 + 1$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$25k^2 + 22k + 6$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z = 2 \cdot 3$$

$$\frac{-22}{50} \quad \frac{+22^2}{50 \cdot 2} = \frac{22 \cdot 22 + 6}{50}$$

$$2^{(4x+3y+3z)} \cdot 3^z = 2 \cdot 3$$

т.к. целое, то $z = 1$ $\frac{-22^2 + 6}{100}$

$$2^{4x+3y+3} = 2$$

$$x = 3k + 1 \quad 1$$

$$y = -4k - 2 \quad -2$$

$$4x + 3y + 3 = 1$$

$$12k + 4 - 12k - 6 = -2 \quad \checkmark$$

$$4(3k+1) + 3(-4k-2)$$

$$\begin{array}{r} 22 \cdot 22 \\ \sqrt{22} \\ 44 \quad 1044 \quad 5 \\ 484 \quad - \\ -14 \\ 09 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$4x + 3y = -2$$

$$12k + 4 = -3y - 2$$

$$y = \frac{-4x - 2}{3}$$

$$12k + 6 = -3y$$

$$y = -4k - 2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + \frac{16x^2 + 16x + 4}{9} + 1 \neq 9$$

$$1300 - 256 = \frac{1044}{100 \cdot 9}$$

$$9x^2 + 16x^2 + 16x + 4 + 9$$

$$= \frac{116}{100} > 1$$

$$\frac{25x^2 + 16x + 13}{9}$$

т.к. $ax^2 + bx + c$ и $a > 0$ наим. зн.

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-16}{50}$$

$$\frac{16^2}{50 \cdot 2 \cdot 9} - \frac{16^2}{50 \cdot 9} + \frac{13}{9} = -\frac{16^2}{50 \cdot 2 \cdot 9} + \frac{13}{9}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{7} \sin \frac{\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{7} + 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\sin \frac{\pi}{7} = 2 \sin \frac{\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14}$$

$$\cos \frac{\pi}{7} = \cos^2 \frac{\pi}{14} - \sin^2 \frac{\pi}{14}$$

$$\sqrt{\frac{\cos 45 + 1}{2}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2} + 2}{4}}$$

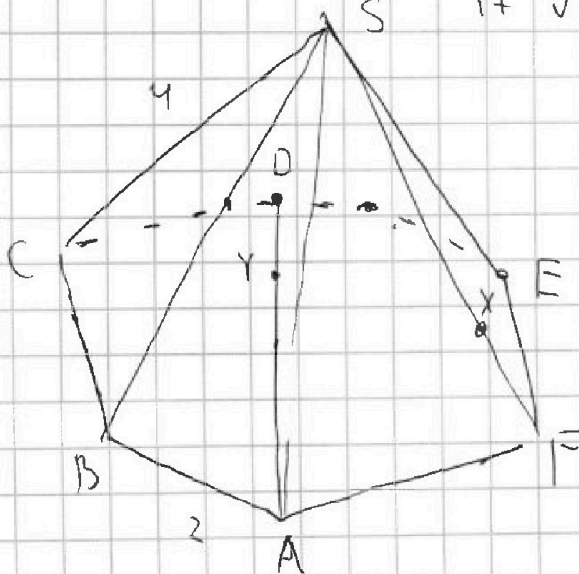
$$\cos 11,25 = \sqrt{\frac{\sqrt{2} + 2}{4} + 1}$$

$$5 - 8 \sin \frac{\pi}{14} \cos^2 \frac{\pi}{14} - 4 \cos^2 \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{14} + 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} - 4 \cos^2 \frac{\pi}{14} + 4 \sin^2 \frac{\pi}{14} + 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 8 \sin \frac{\pi}{14} (1 - \sin^2 \frac{\pi}{14}) - 4 (1 - \sin^2 \frac{\pi}{14}) \sin \frac{\pi}{14} + 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} - 4 + 4 \sin^2 \frac{\pi}{14} + 4 \sin^2 \frac{\pi}{14} + 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$8 \sin^3 \frac{\pi}{14} + 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} + 4 \sin^2 \frac{\pi}{14} + 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 8 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14} + 5 \sin \frac{\pi}{14} + 1$$

$$16 \sin^3 \frac{\pi}{14} + 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 7t + 1 < 0$$



геометрия

$$17 \sqrt{16 \sqrt{2}} + \frac{1}{8}$$



$$2 + 2 - 3,5 + 1$$

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 < 0$$

$$\frac{1}{4} \sqrt{\frac{2}{4}} \frac{7+4}{4} \frac{1}{4}$$

$$\frac{180}{x} = 15$$

$$\frac{120}{15} = x \cdot 12$$

$$\frac{45}{2} = 22,5$$

$$11,25$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 1$$

$$\sin \frac{\pi}{14} = \frac{1}{4}$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 4 \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{7} \sin \frac{\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 8 \sin \frac{\pi}{14} \cos^2 \frac{\pi}{14} - 4 \cos^2 \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{14} + 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} \quad \vee$$

$$4 \cos^2 \frac{\pi}{14} - 4 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 5 \sin \frac{\pi}{14} = 4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$1 - 12 \sin \frac{\pi}{14} + 16 \sin^3 \frac{\pi}{14} \quad \vee \quad -8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$1 - 7 \sin \frac{\pi}{14} + 16 \sin^3 \frac{\pi}{14} \quad \vee \quad = 8 \sin^2 \frac{\pi}{14}$$

$$1 - \sin \frac{\pi}{14} (7 - 16 \sin^2 \frac{\pi}{14})$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\sin \frac{\pi}{12} = \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3} \right) = \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{\cos 2\alpha + 1}{2}}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$$

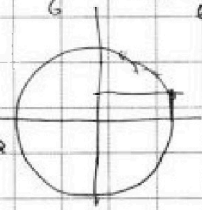
$$\sin \alpha = \frac{\sin 2\alpha}{2 \cos \alpha}$$

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} > \sin \frac{\pi}{7} > \sin \frac{\pi}{10}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \cdot 4 \\ \hline 8 \\ 2 \cdot 4 \\ \hline 8 \\ 2 \cdot 4 \\ \hline 8 \\ 2 \cdot 4 \\ \hline 8 \end{array}$$



$$\frac{tg \alpha + tg \beta}{1 - tg \alpha tg \beta} = tg \alpha + \beta$$

$$\frac{2 + tg \alpha}{1 - tg^2 \alpha} = tg 2\alpha$$

$$\sin \alpha = 2 + tg \frac{\alpha}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \frac{\pi}{16}$$

$$\vee \frac{1}{4}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2+2}}}{2}$$

$$\vee \frac{1}{4}$$

\uparrow^2

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$\frac{2 - \sqrt{2+2}}{4}$$

$$\vee \frac{1}{16}$$

$/ \times 4$

$$1 - \sqrt{1 - \dots}$$

$$2 - \sqrt{2+2}$$

$$\vee \frac{1}{4}$$

$$\sin \frac{\pi}{12} = \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3} \right) =$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{3}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{4}$$

$$\vee \sqrt{2+2}$$

\uparrow^2

$$\frac{49}{16}$$

$$\vee \sqrt{2+2}$$

$$\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\vee \frac{1}{4}$$

$$\frac{17}{16}$$

$$\vee \sqrt{2}$$

$$\sqrt{6} - \sqrt{2} \quad \vee \quad 1$$

$$6 + 2 - 2\sqrt{12} \quad \vee \quad 1$$

$$\sin \frac{\pi}{12} > \frac{1}{4}$$

\vee

$$\sin \frac{\pi}{14}$$

$$\frac{7}{4} \quad \vee \quad 2\sqrt{12}$$

$$49 \quad \vee \quad 48$$

$$\sin \frac{\pi}{16}$$

$$\sin^2 \frac{\pi}{4} = 1 - \cos$$

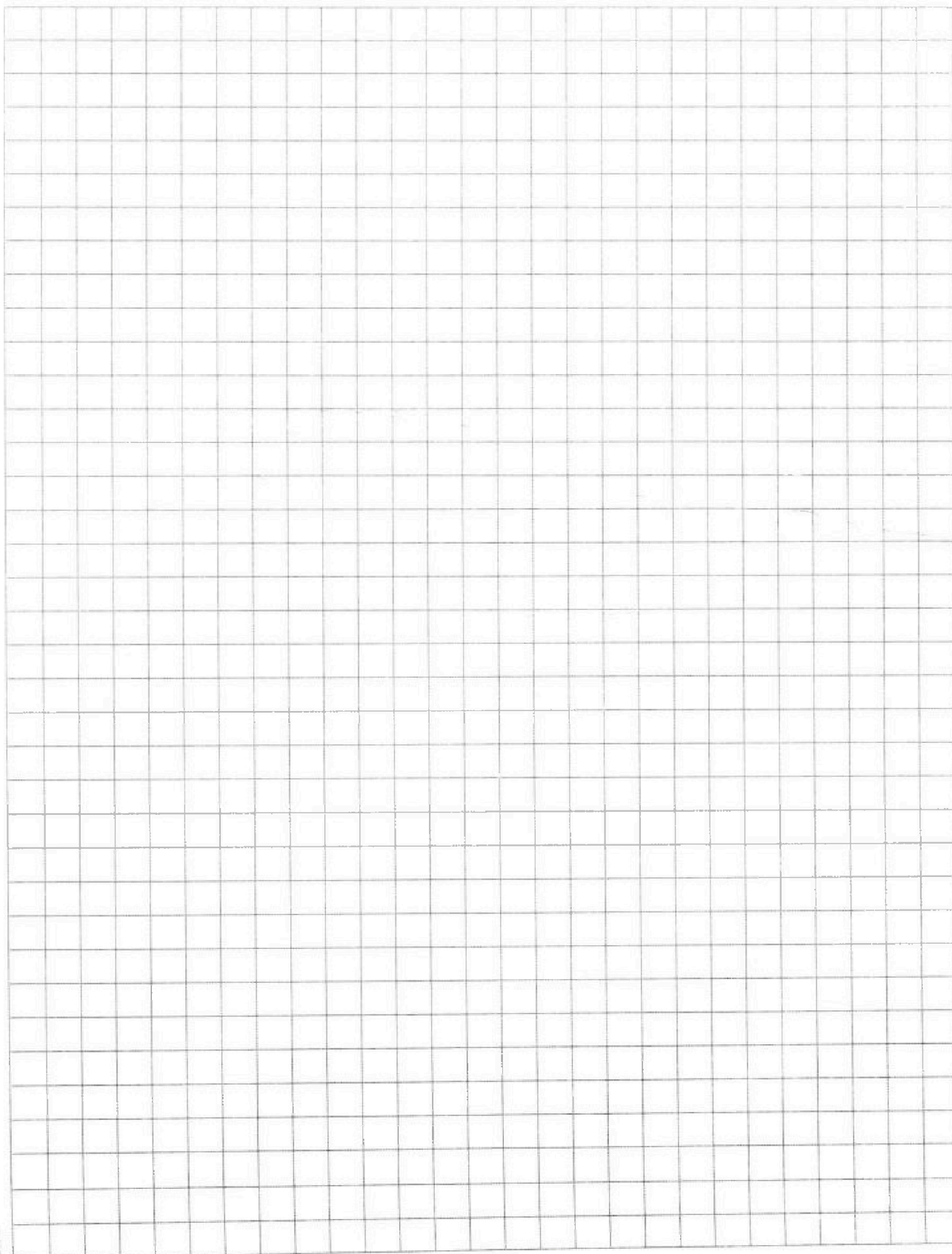


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

16 17 22
 $n, n+1, \dots, n+6$

$(p-q)(p+q) = 792$

$7n+21$ $\frac{16}{112}$ 133

$5n$ $6n+21$ $5n$

$5n$ $6n+20$ $9n$ $16 \cdot 49 = 792$

$5n$ $6n+19$ $5n$ $7 \cdot 99 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$ $1 \cdot 792$

$5n$ $6n+18$ $5n$ $72 \cdot 11$ $2 \cdot 396$

$5n$ $6n+17$ $5n$ $36 \cdot 22$ $3 \cdot 264$

$5n$ $6n+16$ $5n$ $24 \cdot 33$ $4 \cdot 198$

$5n$ $6n+15$ $5n$ $8 \cdot 99$ $6 \cdot 132$

$5n$ $6n+14$ $5n$ $9 \cdot 88$ $8 \cdot 99$

$5n$ $6n+13$ $5n$ $11 \cdot 72$ $9 \cdot 88$

$5n$ $6n+12$ $5n$ $12 \cdot 66$ $11 \cdot 72$

$5n$ $6n+11$ $5n$ $18 \cdot 44$ $12 \cdot 66$

$5n$ $6n+10$ $5n$ $36 \cdot 22$ $18 \cdot 44$

$5n$ $6n+9$ $5n$ $72 \cdot 11$ $36 \cdot 22$

$5-4 \sin 3d$ $p-q = 1 \dots 6$ $1, 2, 3, 4, 6$ 4

$4 \cos 2d - 5 \sin d$ $p+q = 12n + 31 \dots 41$ ≥ 43 $9 : 2 : 11$

$5 \cdot C_{12}^3 + C_{12}^{12}$ $2p = 12n + 32 \dots 47$ $p-q : 3$

$5(2^{12} - C_{11}^2 - C_{11}^1)$ $6n + 16 \dots 74$ $p+q : 3$

$C_5^3 \cdot 12$ $p-q = 4$ $2p : 3$

$p+q = 198$ 77 12

$2p = 202$ 82 13

$p = 101$ $q = 97$ $n = 16$

$6n + m$ $6n + k$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p - q = 2$$

$$p + q = 396$$

$$2p = 398$$

$$p = 199 \quad q = 197$$

$$6n + 15 \dots 21$$

$$n = 30$$

$$6n + 15 \quad 195$$

$$196$$

$$197$$

$$198$$

$$199$$

$$200$$

$$201$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee 4 \cos \frac{\pi}{7}$$

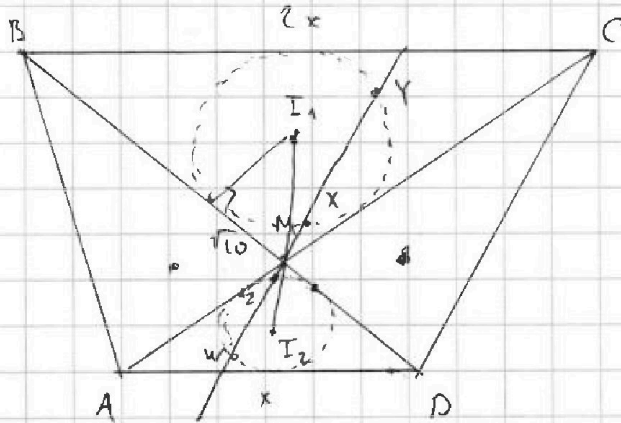
$$\sin \frac{3\pi}{14} = \sin \left(\frac{\pi}{7} + \frac{\pi}{14} \right)$$

$$\sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{14} + \cos \frac{\pi}{7} \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 4 \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{7} \sin \frac{\pi}{14}$$

$$2 \sin^2 \frac{\pi}{7} + 2 \cos^2 \frac{\pi}{7} + 2 \sin^2 \frac{\pi}{14} + 2 \cos^2 \frac{\pi}{14}$$

$$\left(2 \sin \frac{\pi}{7} - \cos \frac{\pi}{14} \right)^2$$



$$I_1 M : I_2 M = 2 : 1$$

$$13/2 = 3 I_2 M$$

$$\frac{13}{6} = I_2 M$$

$$R^2 + 10 = I_1 M^2 = \left(\frac{13}{3} \right)^2$$

$$MZ \cdot MW = MZ \cdot \frac{MY}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$$

$$R^2 = \frac{169}{9} - 10 = \frac{169 - 90}{9} = \frac{79}{9}$$

$$\frac{-169}{90} = \frac{79}{9}$$