



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $132^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
3. [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 1080$ .
4. [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1I_2 = 8$ , а  $MZ \cdot MY = 9$ .
5. [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$  или  $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$ ?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 4 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром  $\sqrt{2}$ . Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Другой когда прогрессия возрастает.  $n$ -ком-во вершин.

$$132 + \dots + (132 + 2(n-1)) = \frac{132 + 132 + 2(n-1)}{2} \cdot n = 180 \cdot (n-2)$$

посчитали сумму углов

разбили на  $\Delta$  и посчитали сумму углов

$$(132 + (n-1)) \cdot n = 180n - 360$$

$$131n + n^2 - 180n + 360 = 0 \quad n^2 - 49n + 360 = 0 \quad n = 40; 9$$

Но  $n \neq 40$  т.к.  $132 + 2(n-1) > 180$  а углы выпуклой многоугольника.  $\Rightarrow n = 9$

2. Другой когда прогрессия убывает.  $n$ -ком-во вершин.

$$132 + \dots + (132 - 2(n-1)) = \frac{132 + 132 - 2(n-1)}{2} \cdot n = 180(n-2)$$

$$(132 - (n-1)) \cdot n = 180n - 360 \quad 133n - n^2 - 180n + 360 = 0$$

$$-n^2 - 47n + 360 = 0 \quad n^2 + 47n - 360 = 0 \quad D = 47^2 + 4 \cdot 360 = 3649$$

$$60^2 < 3649 < 61^2 \Rightarrow \sqrt{D} - \text{целое число}$$

$n = \frac{-47 \pm \sqrt{D}}{2}$  - не целое число. Нет натуральных  $n$ .

Ответ: 9



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$\ln 25^x + \ln 75^y + \ln 125^z = \ln 45$$

$$e^{\ln 25^x + \ln 75^y + \ln 125^z} = e^{\ln 45} \quad e^{\ln 25^x} \cdot e^{\ln 75^y} \cdot e^{\ln 125^z} = e^{\ln 45}$$

$$25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45$$

$$5^{2x} \cdot 3^y \cdot 5^{2y} \cdot 5^{3z} = 3^2 \cdot 5^1 \quad \begin{matrix} \text{степень } 3 & \text{степень } 5 \end{matrix} \Rightarrow y = 2 \quad 2x + 2y + 3z = 1$$

$$2x + 3z = -3 \quad x = \frac{-3z - 3}{2}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = \left(\frac{-3z - 3}{2}\right)^2 + z^2 + 4 = \frac{9z^2 + 18z + 9}{4} + \frac{4z^2}{4} + \frac{16}{4} =$$

$$= \frac{13z^2 + 18z + 25}{4} \quad \min \text{ значение } \frac{-b}{2a} = \frac{-18}{26}$$

т.к.  $x = \frac{-3z - 3}{2}$ , то  $z$  - нечетное (т.к.  $x$  - целое)

Ближайшее к нечетное к  $\frac{-18}{26}$  это  $-1$ .

Очевидно что чем ближе к вершине параболы, тем значение меньше (примем неважно с какой стороны)

$$\text{Тогда } z = -1; x = 0; y = 2 \quad x^2 + y^2 + z^2 = 5$$

Ответ: 5



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p^2 - q^2 = (p - q)(p + q) = 1080 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$$

$p$  и  $q$  - сумма 6 натуральных чисел  $\Rightarrow p, q > 2$  и простые

$\Rightarrow p, q$  - нечетные.  $p - q$  - четное. Тогда  $p - q$  может

быть 2, 4, 6. (т.к. если  $A$  - сумма 5 чисел  $p = A + c, q = A + d$   
где  $c$  и  $d$  - четные числа  $p - q = c - d \leq 6$ )

I:  $p - q = 6$   $2p = 6 + 180 = 186$   $p = 93$  : 3  
 $p + q = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$  **НЕ ПОДХОДИТ.** не простое

II.  $p - q = 4$   $p + q = 2 \cdot 3^3 \cdot 5 = 270$  1)  $2p = 4 + 270 = 274$  2)  $p = 137$

3)  $q = p - 4 = 133$  : 7 4)  $q$  - не простое **НЕ ПОДХОДИТ.**

III.  $p - q = 2$   $2p = 542$   $p = 271$   $q = 269$

$p + q = 540$  Из условия следует что  $p$  и  $q$  существуют, а этот случай единств. возможен.  $\Rightarrow p = 271$  и  $q = 269$ .

Допустим в  $M$  есть число 41 или меньше, тогда сумма 6 из 7 не более чем  $42 + 43 + 44 + 45 + 46 + 47 = 89 \cdot 3 = 267 < p, q$  - противоречие

Допустим в  $M$  все числа 43 или больше, тогда сумма 6 из 7 хотя бы  $43 + 44 + 45 + 46 + 47 + 48 = 91 \cdot 3 = 273 > p, q$  - противоречие.

Тогда  $M$  может быть только  $\{42, 43, 44, 45, 46, 47, 48\}$   
 тогда  $M$  без 44 это  $p$ .  $M$  без 46 это  $q$

Ответ:  $\{42, 43, 44, 45, 46, 47, 48\}$

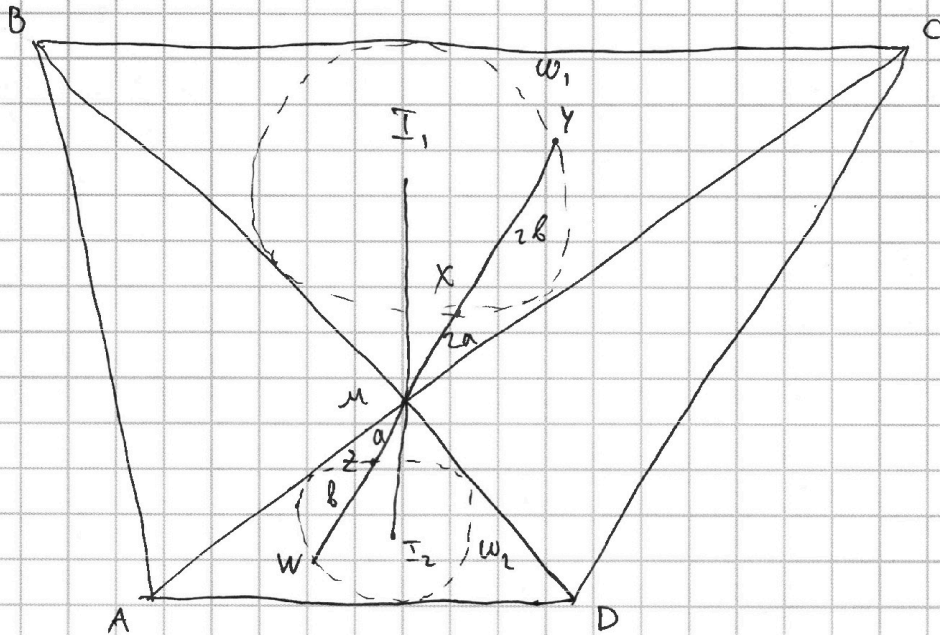


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\triangle BCM \sim \triangle AMD$  т.к.  $\angle AMD = \angle BMC$  и  $\angle BCM = \angle MAD$  коэфф равен 2.

Сделаем гомотетию с центром M, переводящую A в C и D в B.

Тогда  $\triangle AMD \rightarrow \triangle CMD$ .  $\omega_2 \rightarrow \omega_1$ .  $I_2 \rightarrow I_1 \Rightarrow I_2M \rightarrow I_1M \Rightarrow$

$I_2$  и  $I_1$  на 1 прямой.  $Z \rightarrow X$  и  $W \rightarrow Y$ . Y гомотетии

коэфф равен 2.  $I_1I_2 = I_1M \leftarrow I_2M = 8$  и  $\frac{I_2M}{I_1M} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow I_2M = \frac{8}{3}$  и  $I_1M = 2 \cdot \frac{8}{3}$ . Пусть  $MZ = a$ ,  $MW = b$ .

Тогда  $MX = 2a$ ,  $XY = 2b$   $MZ \cdot MY = 9 = a \cdot (2a + 2b)$

Пусть у  $\omega_1$  радиус равен r. Тогда степень точки M относительно  $\omega_1$  равен  $(MI_1 - r)(MI_1 + r)$ , с другой стороны  $MX \cdot MY$ .

$$\left(\frac{16}{3}\right)^2 - r^2 = 2a(2a + 2b) = 2 \cdot 9 \quad r^2 = \frac{16^2}{9} - 18 = \frac{94}{9}$$

$$r = \frac{\sqrt{94}}{3}$$

Ответ:  $\frac{\sqrt{94}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть 5-м-во 4х оставшихся точек.

1) когда из 5 берем 4 точки.

Если из 2 возьмем хотя бы 1 точку, то у нас у х-во 5 точек, тогда в основании пирамида х-во 4 точки, тогда основанием может быть только 2.

Но вне основания может лежать

только 1 точка а у нас их 4. Значит из 2 не можем взять точки. В м-ве 5 не все точки лежат на 1 плоскости, поэтому м-во из 4х точек 5 является пирамидой. В этом случае 1 пирамида.

2) когда из 5 берем 3 точки. Если из 2 берем хотя бы 2 точки, то у нас х-во 5 точек, тогда в основании пирамиды х-во 4 точки, тогда основание - 2, но вне основания 3 точки - невозможно.

Тогда из 2 не более 1 точки, но и не менее 1, т.к. в пирамиде х-во 4 вершины. Значит ровно 1 из 2.

$4 \cdot 8$  - кол-во взять 1 из 8

кол-во м. взять 5 из 4

В этом случае 32 пирамиды.

3) когда из 5 берем 2 точки. Если из 2 берем 3 или больше, то у нас х-во 5 точек, тогда в основании пирамиды х-во 4 точки, тогда основание - 2, но вне основания 2 точки - невозможно. Тогда максимум 2 из 2, минимум 2 из 2 т.к. в пирамиде х-во 4 вершины, тогда из 2 берем ровно 2 точки.

$\frac{4 \cdot 3}{2} \cdot \frac{8 \cdot 7}{2} = 24 \cdot 7 = 168$  В этом случае 168 пирамид.

2 из 4 2 из 8

4) когда из 5 берем 1 точку. Тогда из 2 берем хотя бы 3. Если возьмем хотя бы 3, то выйдет пирамида.

$256 - 9 - 28$

$256 - 37 = 219$

$2^8 - 1 - 8 - \frac{8 \cdot 7}{2}$  кол-во выбрать 2 кол-во выбрать 1

кол-во выбрать от 0 до 8

кол-во выбрать от 0 до 8

кол-во выбрать 1

Нет случая когда из 5 не берем (т.к. все основания на 1 плоскости)

т.к. 8 точек на окружности пирамиды выпуклые.

Отв:  $1 + 32 + 168 + 219 = 420$  пирамид

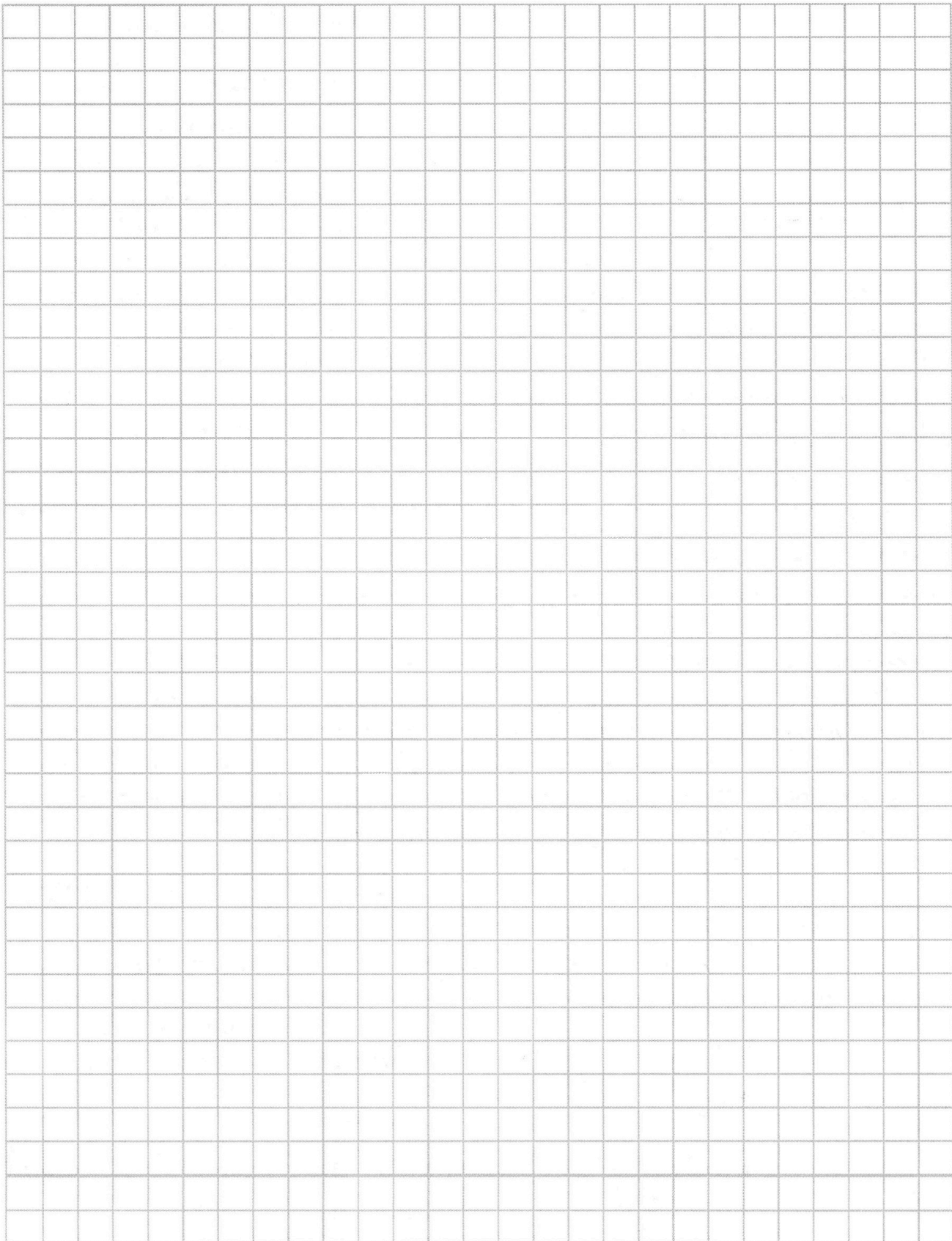


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



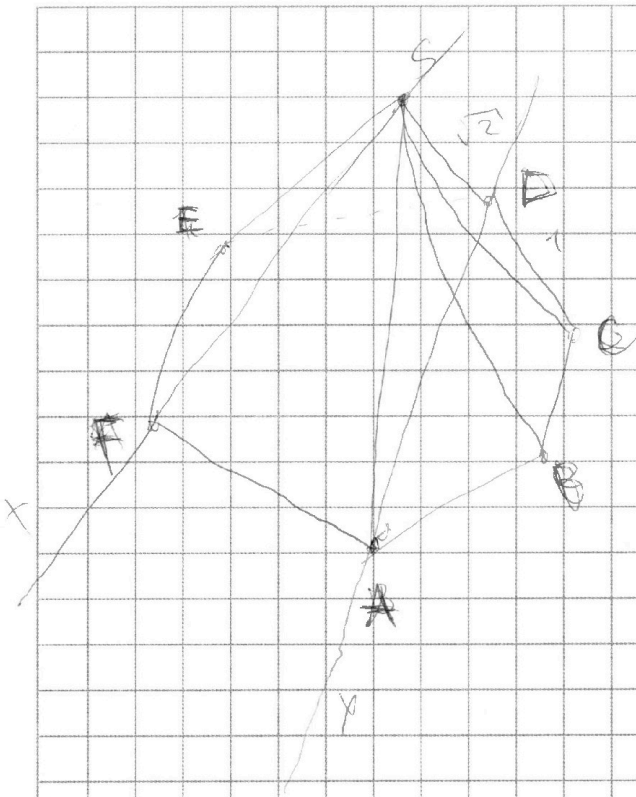


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





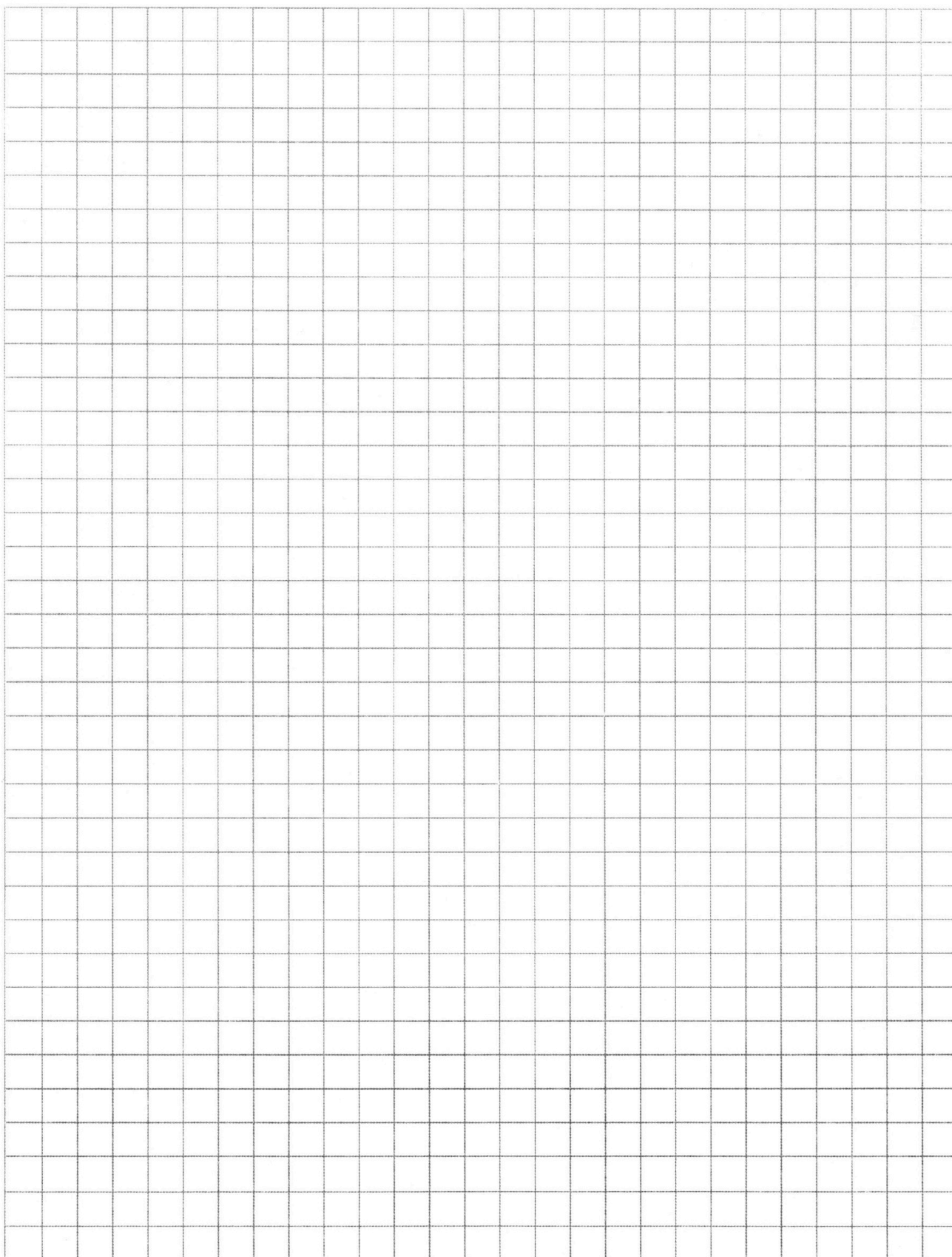


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

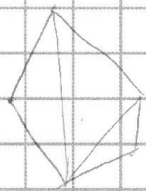


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1



132 134 136 ...  
132 130 128 126

Р-угольник  $(n-2) \cdot 180$  сумма углов

$$I \quad 132 + 130 + (132 - 2(n-1)) = \frac{132 + 132 - 2(n-1)}{2} \cdot n = \frac{(n-1)180}{2}$$

2

$$x \cdot \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$$

$$e \quad \log_e 25^x + \log_e 75^y + z \log_e 125^z = \ln 45$$

$$\log_e 25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = \log_e 45$$

$$y^2 = 4$$

$$25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45$$

$$5^{2x} \cdot 3^y \cdot 5^{2y} \cdot 5^{3z} = 3^2 \cdot 5^1$$

$$y = 2$$

$$2x + 2y + 3z = 1$$

$$2x + 3z = -3 \quad x = \frac{-3 - 3z}{2}$$

$$A + C \quad A + D$$

$$x^2 + z^2$$

$$\left(\frac{3z+3}{2}\right)^2 + z^2 \geq ?$$

3

1 2 3 4 5 6 7

$$24 \cdot 5 = 120$$

a a+1 a+2 ... a+6

$$\frac{9z^2 + 18z + 9}{4} + z^2$$

$$(p-q)(p+q) = p^2 - q^2 = 1080 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$$

$$4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$$

0 0 0 0 0 0 0  
0 0 0 0 0 0 0

108 | 2  
54 | 2  
27 | 3  
9 | 3  
3 | 3

12 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14  
15 16 17 5-6-7-8-9  
3 4 5 6 8 3-4-5-6-8  
8-6-6-5-4-5-8

$$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9$$

$$24 \cdot 36$$

$$23 \cdot 456 = 24 \cdot 30 = 6 \cdot 30$$

$$3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$$

$$12 \cdot 8$$

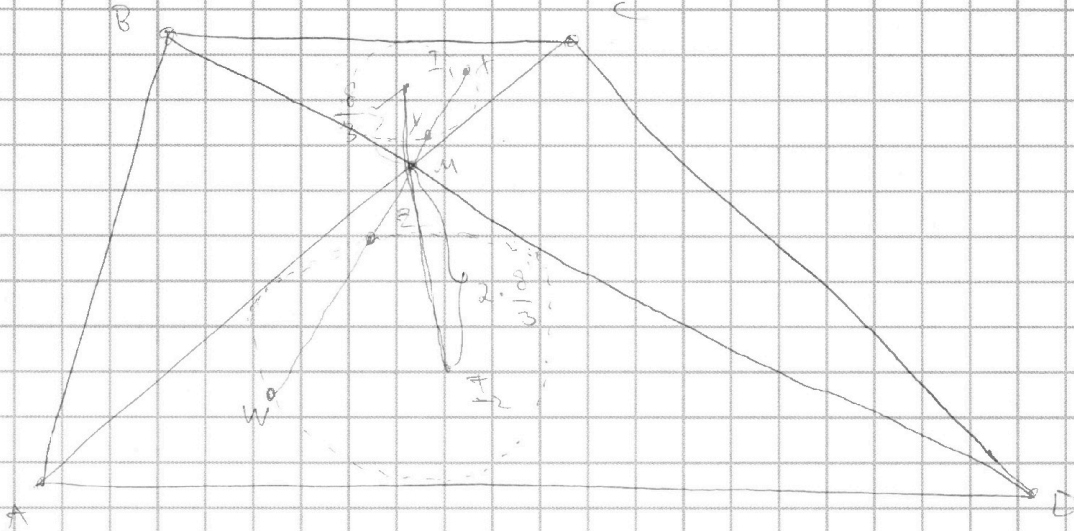


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{mz}{my} = \frac{2}{1}$$

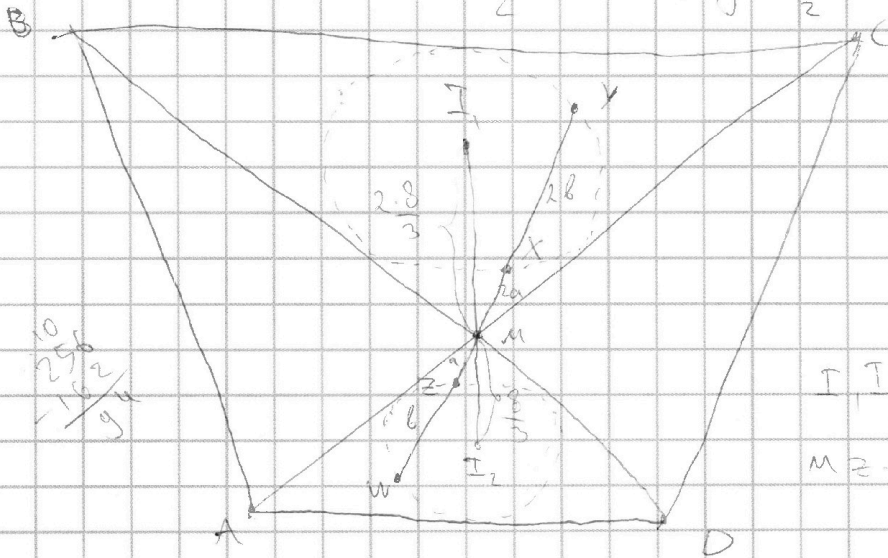
$$mz - my = g$$

$$mz = 2g$$

$$my = 2.47$$

$$mz = 3\sqrt{2}$$

$$my = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$



$$\frac{16}{96}$$

$$\frac{16}{256}$$

$$\frac{10}{256}$$

$$\frac{162}{94}$$

$$18 \cdot 9 = 81 \cdot 2 = 162$$

$$I_1 I_2 = 8$$

$$mz - my = g$$

$$\left(\frac{8}{3} - r\right)\left(\frac{8}{3} + r\right)$$

$$a^2(a+b) = g$$

$$a(a+b) = \frac{g}{2}$$

$$\frac{64}{9} - r^2 = \frac{119}{2}$$

$$256 - 162 = 94$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n^2 - 49n = 300 = 0$$

$$49^2 - 4 \cdot 300$$

$$2500 - 1400$$

$$1000 - 99 = 961$$

$$(50 - 7)^2 = 2500 - 100 + 1 = 2401$$

$$\frac{49 + 31}{2} = 40; 9$$

$$30 \cdot 30 = 900$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 47^2 \\ \hline 47 \\ 329 \\ \hline 188 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} .910 \\ 2209 \\ - 1440 \\ \hline 769 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ - 31 \\ \hline 31 \\ + 3 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 27 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 20 \\ \hline 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2209 \\ + 1440 \\ \hline 3649 \end{array}$$

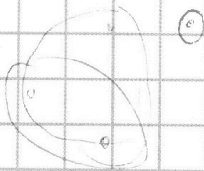
$$\begin{array}{r} 189 \\ + 54 \\ \hline 229 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 224 \\ + 56 \\ \hline 280 \end{array}$$

$$24 - 7 = 140 + 28$$

$$6 \times (60)^2 = 3600$$

$$61 = 3600 + 120 + 1$$

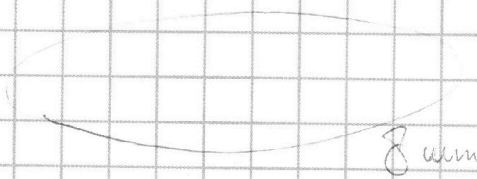


$$471$$

$$3 \mid 408$$

$$2 \mid \left(\frac{403}{2}\right) \cdot \frac{8 \cdot 7}{2}$$

$$1) 2^8 - 1 - 8 - \frac{8 \cdot 7}{2}$$



$$\begin{array}{r} 168 \\ + 33 \\ \hline 201 \\ + 219 \\ \hline 420 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(A+d)^2 - (A+c)^2 = 2Ad - 2Ac + d^2 - c^2 = 1080$$

$$(d-c)(2A+d+c) = 1080 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$$

$$d-c) 2 \cancel{3} // 4$$

$$I \quad d-c = 2$$

$$2A + c + 2 + c = 540$$

$$A + c + 1 = 270$$

$$A + c = 269$$

$$A + d = 271$$

$$\begin{array}{r} 269 \overline{) 7} \\ 21 \quad 3 \\ \hline 59 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 269 \overline{) 11} \\ 22 \quad 12 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$II \quad d-c = 4$$

$$(p+q) = 270$$

$$2p + 4 = 270$$

$$2p = 266$$

$$p = 133$$

$$137$$

X

$$\begin{array}{r} 269 \overline{) 13} \\ 26 \quad 2 \\ \hline 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \overline{) 47} \\ 119 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 133 \overline{) 7} \\ 7 \\ \hline 63 \end{array}$$

$$13 \cdot 9 = 117$$

$$26 \cdot 5 = 130$$

$$54 \cdot 5 = 250 + 20 = 270$$

$$\begin{array}{r} 108 \overline{) 2} \\ 54 \quad 2 \\ \hline 27 \end{array}$$

Мозаика

$$\begin{array}{r} 50 + 57 \\ \hline 107 \end{array} \cdot 5 = 260$$

$$\begin{array}{r} 270 \overline{) 6} \\ 24 \quad 45 \\ \hline 30 \end{array}$$

40

$$u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 = 87 \cdot 3 = 240 + 21 = 61$$

$$u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 = 89 \cdot 3 = 267$$

$$u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 = 273$$