



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1. Пусть первый член арифметической прогрессии равен a_1 , а разность равна d . Тогда

$$\begin{cases} a_1 + 3d = 6 - 9x \\ a_1 + 5d = (x^2 - 4y)^2 \\ a_1 + 9d = 9x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 - 9x - 3d = x^2(x-2)^2 - 5d \\ 6 - 9x - 3d = 9x^2 - 9d \\ x^2(x-2)^2 - 5d = 9x^2 - 9d \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 6 - 9x - 3d &= 9x^2 - 9d \\ 6d &= 9x^2 + 9x - 6 \\ d &= \frac{3x^2 + 3x - 2}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2(x-2)^2 - 5d &= 9x^2 - 9d \\ 9x^2 - 4d &= x^2(x^2 - 4y + 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9x^2 - 2(3x^2 + 3x - 2) &= x^4 - 4x^3 + 4x^2 \\ 9x^2 - 6x^2 - 6x + 4 &= x^4 - 4x^3 + 4x^2 \\ x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 &= 0 \end{aligned}$$

$x=1$ корень $(1 - 4 + 1 + 6 - 4 = 0)$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \mid x-1 \\ \underline{-x^3 - x^3 + x^2 + 6x - 4} \\ -3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-3x^3 + 3x^2} \\ -2x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ 4x - 4 \\ \underline{-4x + 4} \\ 0 \end{array}$$

$x=1$ тоже корень

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \mid x-1 \\ \underline{-x^3 - x^2} \\ -2x^2 - 2x + 4 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ -4x + 4 \\ \underline{-4x + 4} \\ 0 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 4 = 20$$

$$x_1 = \frac{2 + 2\sqrt{5}}{2} = 1 + \sqrt{5}$$

$$x_2 = 1 - \sqrt{5}$$

Тогда

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = 1 + \sqrt{5} \\ x = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$$

Ответ. $\{1, 1 + \sqrt{5}, 1 - \sqrt{5}\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

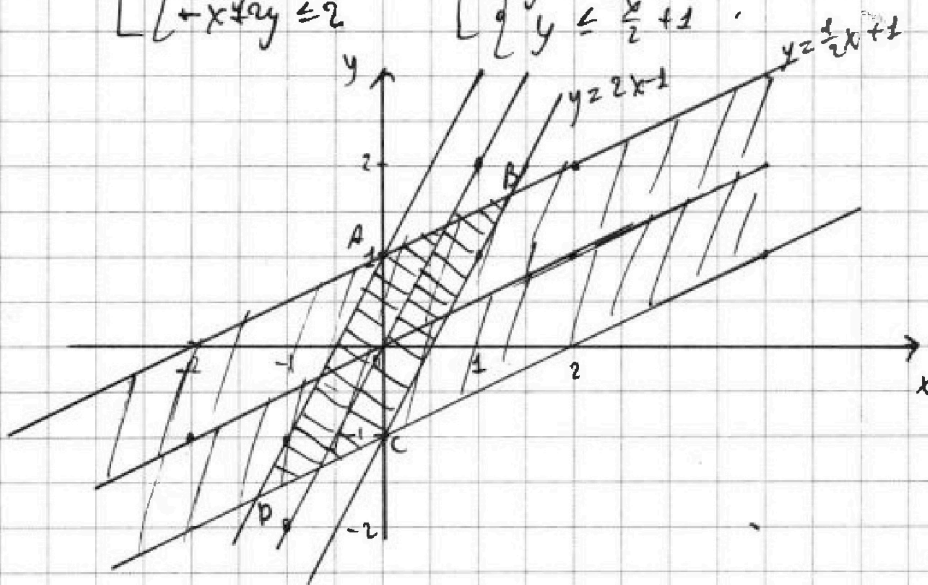
12. $|x-y| \leq 2$
 $|2x-y| \leq 1$

1) Рассмотрим сначала $|x-y| \leq 2$

$$\begin{cases} x-y \geq 0 \\ x-y \leq 2 \\ x-y \leq 0 \\ -x+ay \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq \frac{x}{2} \\ y \geq \frac{x}{2} - 1 \\ y \geq \frac{x}{2} \\ y \leq \frac{x}{2} + 1 \end{cases}$$

Покажем это графически (как //)



2) $|2x-y| \leq 1$

$$\begin{cases} 2x-y \geq 0 \\ 2x-y \leq 1 \\ 2x-y \leq 0 \\ -2x+y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq 2x \\ y \geq 2x - 1 \\ y \geq 2x \\ y \leq 2x + 1 \end{cases}$$

Покажем это на той же системе координат (как \\\)

Тогда x и y подходит только из ~~той~~ четырехугольника ABCD. Максимальные значения x и y одновременно выполняются в точке B, где которая является пересечением $y = 2x - 1$ и $y = \frac{1}{2}x + 1$.

$$2x - 1 = \frac{1}{2}x + 1$$

$$1.5x = 2$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$y = 2x - 1 = 2 \cdot \frac{4}{3} - 1 = \frac{5}{3}$$

Тогда максимальное $3y + 6x = 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 5 + 8 = 13$.

Ответ: 13.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~а) $a^2 + 9 = 3 \cdot (59)^2$. Аналог $b^2 + 9 = 11 \cdot (59)^2$, $(a-9) \cdot (a+9) = 3 \cdot (59)^2$~~

Рассмотрим $b(a+9) = 11p^2$. Возможны случаи, когда

$b : p^2$, $b : p$ и $a+9 : p$ или $(a+9) : p^2$.

1) $b : p^2$

Если $b = p^2$, то $a+9 = 11$, $a = 2$. Тогда $mn = p^2$, $m+2n = 2$.

Но т.к. m и n натуральные, $m \geq 1$, $n \geq 1$, т.е. $m+2n \geq 3$.

Этот случай невозможен

Если $b = kp^2$, то $a+9 = 1$, то $a < 0$, что невозможно, т.к. $a \in \mathbb{N}$.

2) $b : p$ и $a+9 : p$.

Если $b = kp$ и $a+9 = p$, то $mn = k(m+2n+9)$

$mn = km + 2kn + 9k$. Если m и n четные, то левая

часть четная, а правая нечетная. Если m и n нечетные, то левая часть $\equiv 2$, а правая $\equiv 1$, что невозможно. Если $m \equiv 2$ и $n \equiv 2$, то левая часть $\equiv 2$, а правая $\equiv 2$.

Если $m \equiv 2$ и $n \equiv 1$, то левая часть $\equiv 2$, а правая $\equiv 1$.

Если $m \equiv 1$ и $n \equiv 1$, то правая часть $\equiv 2$.

т.е. $m+2n+9 \equiv 2$ и при этом $m+2n+9$ простое.

Ответ: $3 \cdot 5 \cdot 7$ т.е. Тогда $m+2n+9 = 2$, то $m+2n < 0$,

т.е. это невозможно.

3) $b(a+9) : p^2$

Если $a+9 = 11p^2$, то $b = mn$ и $m = n = 1$. $3+9 = 11p^2$, что невозможно.

Если $a+9 = p^2$, то $b = 11$, то $mn = 11$. Если $m = 11$ и $n = 1$, то $11+2+9 = p^2 = 22$, что невозможно.

Если $11 = m$ и $m = 1$, то $1+22+9 = p^2 = 32$ что тоже невозможно.

Тогда $m = 5$ и $n = 3$

Ответ. $n = 3$, $m = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3. $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$

$B = mn(m+2n+9)$ (a и b натуральные)

Пусть $m+2n = a$, $mn = b$. Тогда

$A = a(a-7)$

$B = b(a+9)$

1) Пусть $a(a-7) = 11p^2$, $b(a+9) = 75q^2$

Тогда возможно 3 случая: $a : p^2$, $a-7 : p^2$, $a : p$ и $a-7 : p$.

a) $a : p^2$, $a-7 : p$

Если $a = 11p^2$, то $a-7 = 1$, т.е. $11p^2 = 8$ и т.д. Тогда $a \neq 11p^2$

Если $a = p^2$ и $a-7 = 1$, то $a = 8$, что не является

квадратом натурального числа. Тогда такой случай невозможен

б) $(a-7) : p^2$

Если $a-7 = 11p^2$, то $a = 1$, т.е. $-6 = 11p^2$, что невозможно

Если $a-7 = p^2$ и $a = 11$, то $p^2 = 4 \Rightarrow p = 2$.

Тогда $b \cdot 20 = 75q^2$

$4b = 15q^2$

$q^2 : 4$, $b : 15$

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ mn = \frac{15 \cdot 4f^2}{4} = 15f^2 \end{cases}$$

Если $f > 1$, то $f^2 \geq 4$, т.е. $15f^2 \geq 60$. Тогда $m+2n > 11$

при всех m, n . Тогда $f = 1$.

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ mn = 15 \end{cases}$$

$m = 11 - 2n$

$(11-2n)n = 15$

$11n - 2n^2 - 15 = 0$

$2n^2 - 11n + 15 = 0$

$D = 121 - 4 \cdot 2 \cdot 15 = 121 - 120 = 1$

$n_1 = \frac{11+1}{4} = 3$

$n_2 = \frac{11-1}{4} = 2.5$. Так как $n \in \mathbb{N}$, то

$n = 3$, $m = 11 - 2n = 5$.

в) $(a-7) : p$ и $a : p$.

Если $(a-7) = 11p$ и $a = p$, то $a-7 = 11a$, т.е. $a = -7$, что невозможно, т.к. $a \in \mathbb{N}$. Если $a = 11p$ и $a-7 = p$, то $11p-7 = p$ т.е. $10p = 7$, что невозможно, т.е. $p \notin \mathbb{N}$.

2) Пусть. В этих случаях возможно только $n = 3$ и $m = 5$.

2) Пусть $a(a-7) = 75q^2$ и $b(a+9) = 11p^2$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Уч. Дано:

$\triangle ABC$

AX - биссектриса

M - середина BC

$K \in l$

$l \parallel AX$

$l \cap AB = Z$

$l \cap AC = Y$

$AC = 6, YZ = 4, AZ = 3$

Найти: BC ?

Решение:

Пусть $\angle BAX = \angle XAC = \alpha$ (AX - биссектриса по условию)

$AX \parallel MZ$ (по усл.) и AY - секущая $\Rightarrow \angle CYM = \alpha$ (по св-м

$AX \parallel MZ$ и AB секущая $\Rightarrow \angle YZA = \alpha$ (по св-м параллельных

$\triangle YAZ$ $\angle AYZ = \angle YZA = \alpha \Rightarrow \triangle YAZ$ равносторонний (по усл.)

$\Rightarrow YA = AZ = 3$. Пусть $BM = c, MX = d$. Т.к. M - середина BC , то $MC = c \Rightarrow XC = c - d$.

$\angle CA'X = \angle CYM = \alpha$, $\angle YCB$ в $\triangle ACX$ и $\triangle YCM$ общий \Rightarrow

$\Rightarrow \triangle ACX \sim \triangle YCM$ (по двум углам) $\Rightarrow \frac{YC}{AC} = \frac{MC}{XC}$

$$\frac{3}{6} = \frac{c}{c-d} \Rightarrow d = \frac{1}{3}c, \quad c-d = \frac{2}{3}c.$$

Рассмотрим $\triangle ABX$ и $\triangle ZBM$: $\angle ABM$ общий,
 $\angle BZM = \angle YZA = \alpha$ (вертикальные) $= \angle ZAX$.

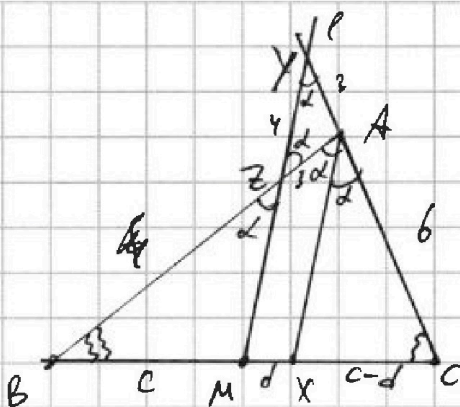
Тогда $\triangle ABX \sim \triangle ZBM$ (по двум углам) \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{BZ + 3}{BX} = \frac{c + \frac{1}{3}c}{c} = \frac{4}{3}$$

$$4BZ = 3BX + 9$$

$$BZ = 9 \Rightarrow AB = 12.$$

В $\triangle YAZ$ по т. косинусов $AY^2 + AZ^2 - 2 \cdot AY \cdot AZ \cdot \cos(180 - 2\alpha) = YZ^2$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$16 = 9 + 9 - 2 \cdot 9 \cdot \cos(180 - 2\alpha), \text{ т.к. } \cos(180 - 2\alpha) = -\cos(2\alpha)$$

$$16 = 18 + 18 \cos 2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \frac{16 - 18}{18} = \frac{-2}{18} = -\frac{1}{9}$$

По т. косинусов в $\triangle ABC$ $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos 2\alpha$

$$BC^2 = 144 + 36 + 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \frac{1}{9} = 180 + 16 = 196$$

Ответ. $\Rightarrow BC = 14$
14.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6. Заметим, что если 2 выбранных узла симметричны относительно центра, то такой вариант будет посчитан 2 раза, а в остальных случаях 4 раза. Всего узлов в квадрате 121.

1) Если 2 выбранных точки симметричны относительно центрального узла.

Первую точку можно выбрать 120 способами (все, кроме центральной, т.к. если центральная выбрана, покрая не будет симметричен относительно центра). Вторая точка ~~будет~~ однозначно соответствует первой выбранной точке. Так как точки образуют попарно 2 раза выборки, то с учетом поворота будет $60 \cdot 2 = 30$ способов.

2) а) Если 2 выбранных точки несимметричны относительно центра и одна из них является центральным узлом.

Количество способов таких раскрасок определяется лишь способами выбора не центральной точки. С учетом поворота их будет $\frac{120}{4} = 30$.

б) Если 2 выбранных точки не симметричны относительно центра и ни одна не является центральным узлом.

Первую точку можно выбрать 120 способами (все, кроме центральной), вторую (119) (все, кроме центральной и уже выбранной). Способов всего будет $\frac{120 \cdot 119}{2}$ и с учетом поворота $\frac{120 \cdot 119}{2 \cdot 4} = 15 \cdot 119 = 1785$.

Всего способов покраски будет $1785 + 30 + 30 = 1845$.
Ответ. 1845.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \mid x-1 \\ -x^4 - x^3 \\ \hline -3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ -(-3x^3 + 3x^2) \\ \hline -2x^2 + 6x - 4 \\ -(-2x^2 + 2x) \\ \hline 4x - 4 \\ -(4x - 4) \\ \hline 0 \end{array}$$

$x^2(x-3) \cdot 2(x-1)$
 $x=1$ корень?..

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \mid x-1 \\ -x^3 + x^2 \\ \hline -2x^2 - 2x + 4 \\ -(-2x^2 + 2x) \\ \hline -4x + 4 \\ -(-4x + 4) \\ \hline 0 \end{array}$$

MZ - ?
 AB - ? (BZ - ?)

$$\begin{array}{r} 1 \\ 14 \\ \times 14 \\ \hline 14 \\ 14 \\ \hline 196 \end{array}$$

$b = 4 + 4 \cdot 4 = 20$

$x_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$
 $b_2 = 1 - \sqrt{5}$?...

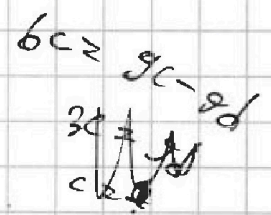
$\frac{9}{6} = \frac{MY}{AX} = \frac{3}{2} = \frac{MZ + 4}{AX}$

$\frac{3 + BZ}{BZ} = \frac{AX}{MZ}$

$AX = \frac{2(MZ + 4)}{3}$

$BM = MC!$

$\frac{3 + BZ}{BZ} = \frac{2MZ + 8}{3 \cdot MZ}$

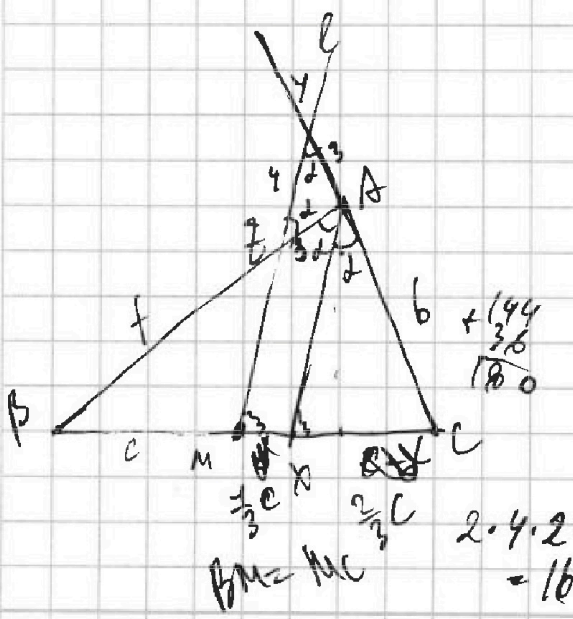


$\frac{3}{BZ} + 1 = \frac{2}{3} + \frac{8}{3MZ}$

$x - 2d = 6c$
 $3c = 2d$
 $d = \frac{1}{3}c$

$c + d + e = 2c$
 $d + e = c$

$\frac{4}{3}c = \frac{4}{3}$



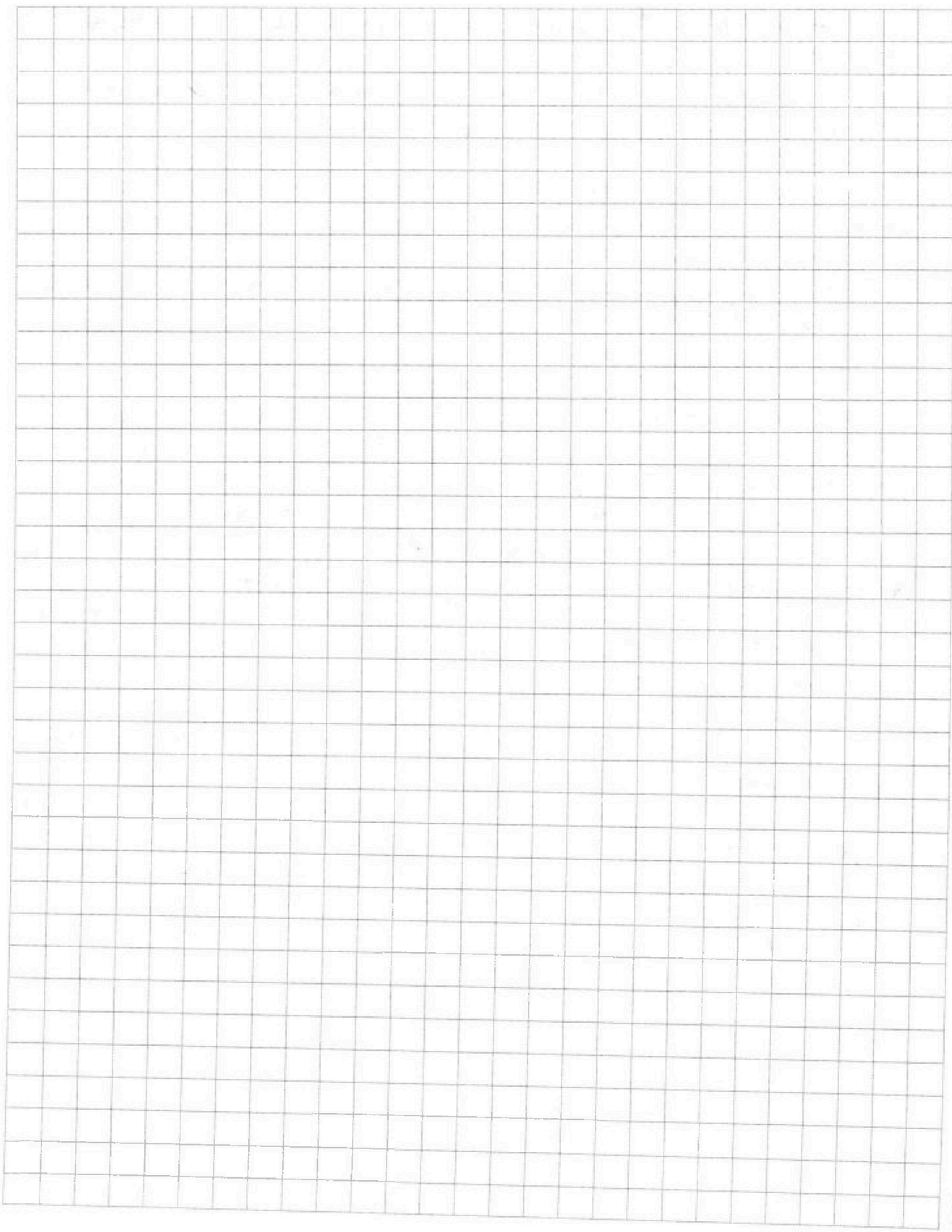


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} b(a+9) = 11p^2 \\ a(a-7) = 75q^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b &: p^2 \\ \Delta b &= p^2 \\ a+9 &= 11 \\ a &= 2 \\ m+n &= 2 \\ mn &= q^2 \\ m &= n \\ 3q &= 2 \text{ кет. } 2) \end{aligned}$$

$$a(a-7) = 25 \cdot 3 \cdot 9^2 = 25 \cdot 3 \cdot 99$$

$$\begin{aligned} 1) \quad & \begin{cases} a : 9 \\ a-7 : 9 \end{cases} \quad q=7 \\ & a^2 - 7a - 25 \cdot 3 \cdot 99 = 0 \\ & D = 49 + 4 \cdot 25 \cdot 3 \cdot 99 = 49 + 100 \cdot 3 \cdot 99 \\ & \quad = 30149 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 4k+2l &= \\ 4k+2l &= 2 \cdot 2k+1+2l+99 = \\ &= 2 \cdot 2k+4l+110 \\ m \cdot n &: 29 \\ n &= 2l \end{aligned}$$

$$a \geq \text{кебече кет}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & \begin{cases} a : 9^2 \\ a-7 : 9 \end{cases} \quad q : (5q)^2 \\ & a-7 : (5q) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad & a = 3(5q)^2 \\ & a-7 = 1 \quad a=8 \text{ кет} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & a = (5q)^2 \\ & a-7 = 3 \quad a=10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= 2k+1 \\ n &= 2l \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2k+1)2l &= \\ &= 4k \cdot 2l + 2l \\ &= 4k \cdot 2l + 2l \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & b = 11p^2 \\ & a+9 = 1 \text{ кет} \\ & b : p, a+9 : p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad & b = 11p^2 \quad 2mn \\ & a+9 = p = 2m+n+9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= 11(a+9) \\ mn &= 11(m+n+9) \end{aligned}$$

кет мн кет...

$$\begin{aligned} & \text{кет } m \cdot n : 11 \\ & \text{кет } m \cdot n : 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad & (a-7) = 3 \cdot 25q^2 \\ & a = 1 \text{ кет} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & (a-7) = 25q^2 \\ & a = 9 \text{ кет} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m(n-1) &= 22n+99 \\ & 4k+2l \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} mn &= 11m+22n+99 \\ m(a-9) &= 11m+99 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m(n-1) &= 22n+99 \\ & \sqrt{143} \end{aligned}$$

$$m \cdot n = 11m + 22n + 99$$

$$\begin{aligned} m \cdot n &: 11 \\ & 4 = 4 \cdot 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m \cdot n &: 11 \\ & 22 = 2 \cdot 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m \cdot n &: 11 \\ & 22 = 2 \cdot 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m \cdot n &: 11 \\ & \text{кет } m \cdot n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m \cdot n &: 11 \\ & \text{кет } m \cdot n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &\geq 1 \\ n &\geq 1 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y = -x + 9 = 18$$

$$y = 2x - 8 = 18$$

$$y = 3x - 1 = 18$$

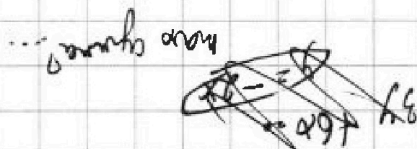
$$y = 4x - 2 = 18$$

$$x + y \leq h$$

$$x < h$$

$$y \leq h - x$$

$$0 \leq h - x \leq h$$



$$x - y \leq h$$

$$y \leq h + x$$

$$x \leq h + y$$

$$0 \leq h + y \leq h$$

$$x + y \geq h$$

$$y \geq h - x$$

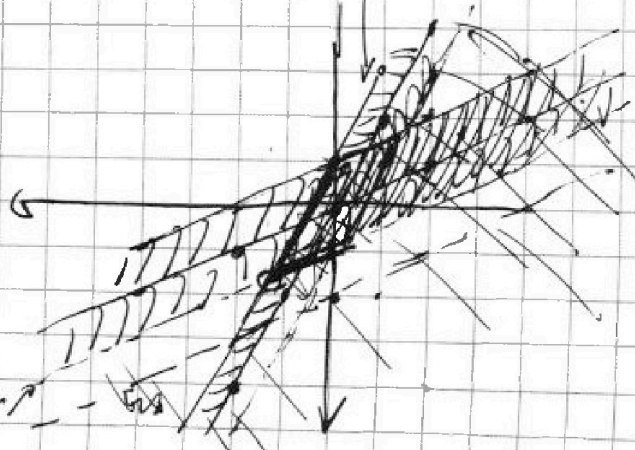
$$x \geq h - y$$

$$|x - y| \leq h$$

$$x \geq h + y$$

$$0 \leq h - x \leq h$$

$$x - y = h$$



$$x - y \geq h$$

$$y \leq h$$

$$x \leq h$$

$$x \geq h - y$$

$$0 \leq h - y \leq h$$

$$|x - y| \leq h$$

$$x + y \leq h$$

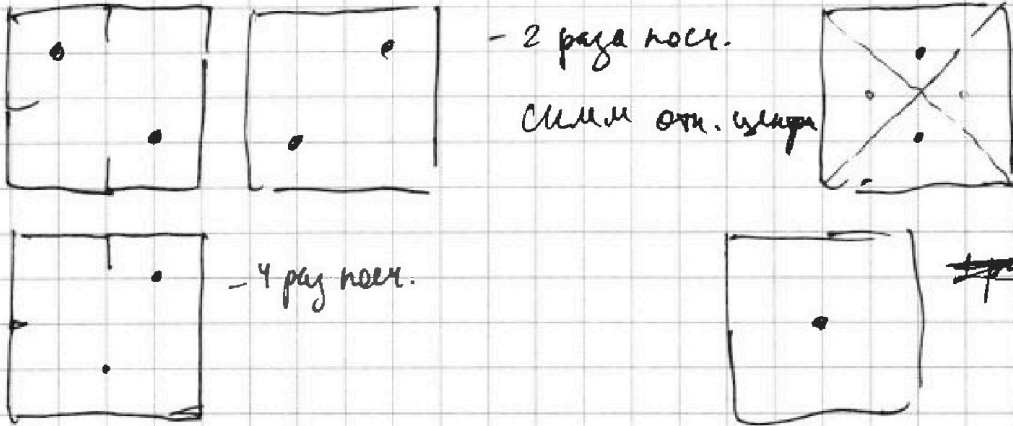


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



4) симм отн. центра 1 точка 120 способами, вторая очк.

поск. $\frac{120}{2} = 60$ ~~60~~ $\frac{60}{2} = 30$ способов
 контр. $\frac{120}{2} = 60$ ~~60~~ $\frac{60}{2} = 30$ способов
 симм отн. центра

2) не симм, по $120 \cdot (120 - 1 - 1) = 144 \cdot 119$

(матрица) 2) а) не симм, в центре $\frac{120}{4} = 30$ способов
 б) не симм, не в центре $120 \cdot 119$

$$\begin{matrix} 1845 \\ 90 \\ \hline 5985 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 5985 \\ 110 \\ \hline 6595 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 6595 \\ 110 \\ \hline 7205 \end{matrix}$$

$$\frac{7205}{110} = 65.5$$

$$\frac{720}{110} = 6.545$$

$$\frac{720}{110} = 6.545$$

$$m^2n + 2mn^2 + 9mn = m^2n + 2mn^2 - 7mn + 16mn = m^2n + 2mn^2 + 9mn$$

$$m^2n + 2mn^2 + 9mn = m^2n + 2mn^2 + 9mn$$

$$m^2n + 2mn^2 + 9mn = m^2n + 2mn^2 + 9mn$$

$$\sqrt{14+7} = 2\sqrt{14+7} - \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2}$$

$$x^2 + 2 + 9 + 2\sqrt{14+7} = 4\sqrt{14+7} - y^2 + 7 - y + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{14+7} - \sqrt{2} - \sqrt{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$3x - 2y > 0$
 $2x - y > 0$
 $x > y$
 $2x > y$

$x - 2y \leq 2$
 $2x - y \leq 1$
 $3x - 2y \leq 3$
 $x - y \leq 1$
 $x < x + 1$
 $y > x - 1$

$1 + 5 + 2\sqrt{5} = 6 + 2\sqrt{5}$
 $(5 + \sqrt{5})^2$

$2) \begin{cases} x - 2y \geq 0 \\ 2x - y \leq 0 \\ y \leq \frac{x}{2} \\ y \geq 2x \end{cases}$

$3) \begin{cases} x - y \leq 0 \\ 2x - y \geq 0 \\ y \geq \frac{x}{2} \\ y \leq 2x \end{cases}$

$4) \begin{cases} -x + y \leq 0 \\ 2x - y \leq 1 \\ x + y \leq 3 \\ y \geq x - 3 \end{cases}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y+6x \geq \dots \\ y \leq 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-2y)^2 \leq 4 \\ (2x-y)^2 \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4xy \geq x^2 + y^2 - 1 \\ 4xy \geq x^2 + y^2 - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 4xy + 4y^2 \leq 4 \\ 4x^2 - 4xy + y^2 \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y(x-y) \leq 4-x^2 \\ 4x(x-y) \leq 1-y^2 \end{cases}$$

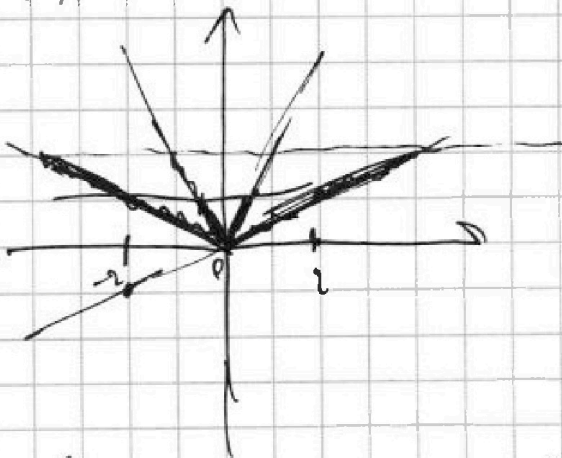
$$5x^2 - 8xy + 5y^2 \leq 5$$

$$2xy \leq 5(1 - y^2/x^2)$$

$$2xy \geq 5(x^2 + y^2 - 1)$$

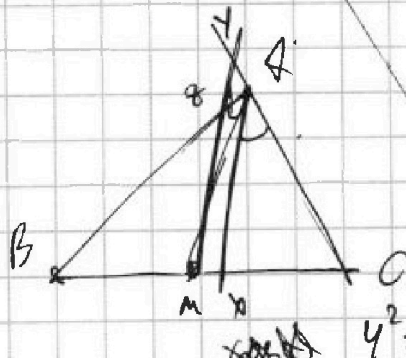
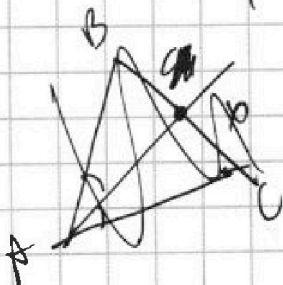
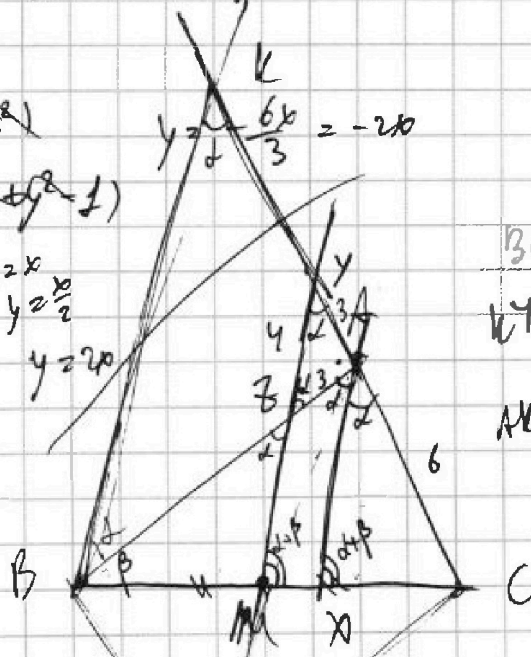
$$y = \frac{6x}{3} = 2x$$

График...



$$\begin{cases} y = 2x \\ y = \frac{x}{2} \\ y = 2x \end{cases}$$

BC-?
KZ=YC
AK=AB



AC=6
AB=3

$$y^2 = 3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos(180 - 2\alpha)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1. a_1, \dots, a_n
 разность d

~~16~~ $a_4 = a_2 + 3d = 6 - 9x$ x^2 $\frac{a_1 + 3d - 6}{-9} = \frac{6 - a_1 - 3d}{-9}$

$a_6 = a_1 + 5d = (x^2 - 2x)^2 = x^2(x-2)^2$

$a_{10} = a_1 + 9d = 9x^2$

~~$a_4 = 6 - 9x + 3d$~~ $x^2 = \frac{a_1 + 9d}{9}$ 6-18
 $a_1 + 5d = \frac{a_1 + 3d}{9} \cdot \left(\frac{6 - a_1 - 3d}{9} - 2 \right)$
 $a_1 + 5d = \frac{a_1 + 3d}{9} \cdot \left(\frac{-a_1 - 3d - 12}{9} \right)^2$

$\begin{cases} a_1 = 9x^2 - 9d \\ a_1 = x^2(x-2)^2 - 5d \\ a_1 = 6 - 9x - 9d \end{cases}$

$6x^2 + 6x - 4 = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - x^2$
 $-x^4 + 4x^3 - x^2 - 6x + 4 = 0$
 $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$
 $x = 1$ корень

1) $9x^2 - 9d = 6 - 9x - 9d$

~~$9x^2 - 9d = 6 - 9x - 9d$~~ $3x^2 - 3d = 2 - 3x - d$ $9 - 4 - 6 = -1$

$9x^2 + 9x - 6 = 6d$

$3x^2 + 3x - 2 = 2d$ $x^2 - 4x + 4$

$3x^2 + 3x = 2d + 2$

$d = \frac{3x^2 + 3x - 2}{2}$

$9x^2 - 9d = x^2(x-2)^2 - 5d$

~~$9x^2 - 9d = x^2(x-2)^2 - 5d$~~ $= x^2(x-2)^2 - \frac{5}{2}(3x^2 + 3x - 2)$
 $9x^2 - 9d = x^2(x^2 - 4x + 4)$ $6x^2 + 6x - 4 = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - 9x^2$

$2(3x^2 + 3x - 2) = 9x^2 - x^2(x^2 - 4x + 4)$

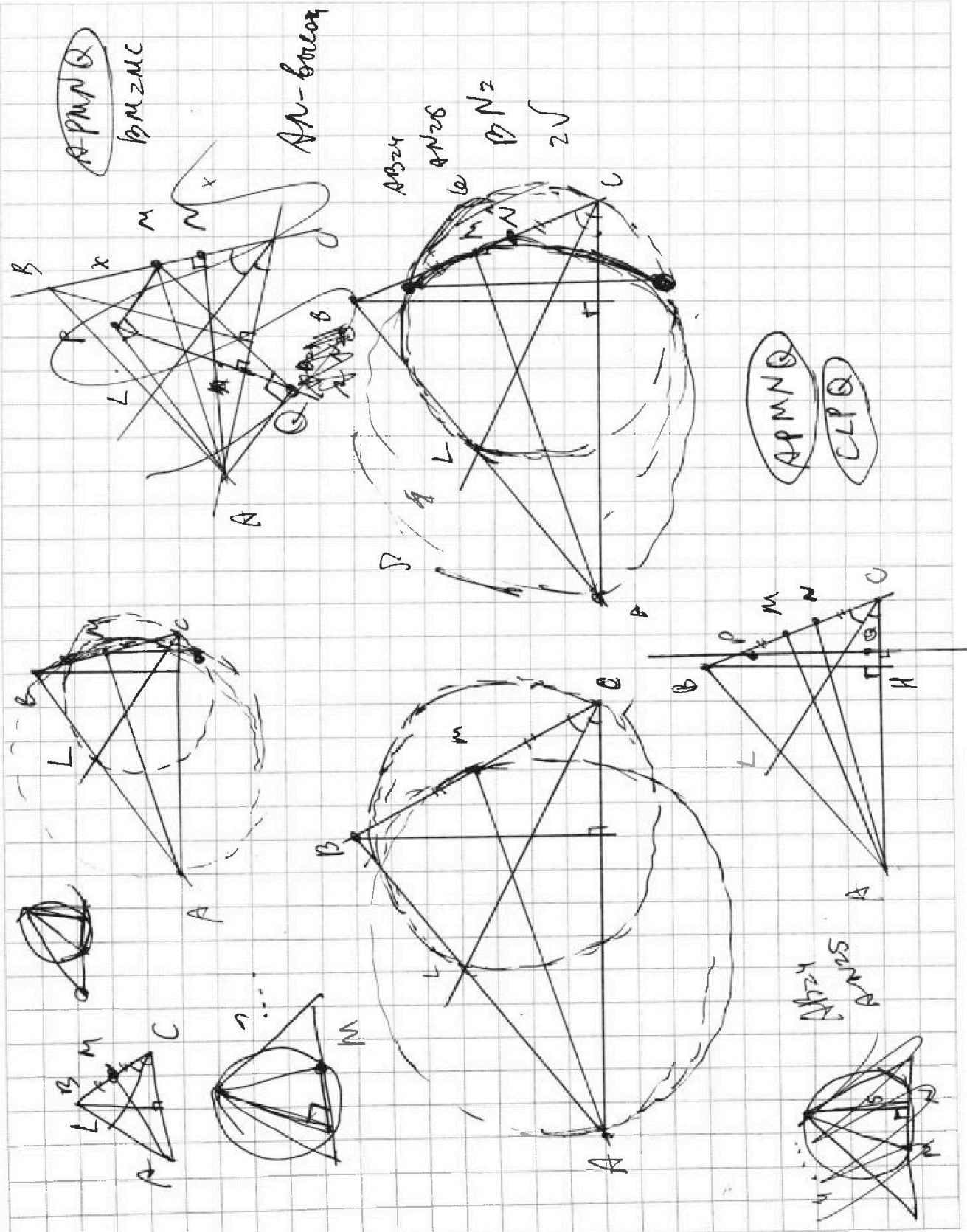


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 49 + 49x^2 = 56 + 20x - 4y^2 + 7 - y + 4\sqrt{m}$$

~~$a(a-7) = m$~~

$a(a-7) = 11 \cdot p \cdot p$

p-прост

$a \cdot p \cdot p$

$a-7 = p \cdot p$

$p \geq 7$

каждо : 11

~~77~~

~~77~~

~~77~~

~~77~~

$a = p^2$

$a-7 = p \cdot p$

$a = 11 \cdot p^2$

$a-7 = 11$

$a = 18$

$a-7 = 11$

$a = 18$

$a-7 = 11 \cdot p^2$

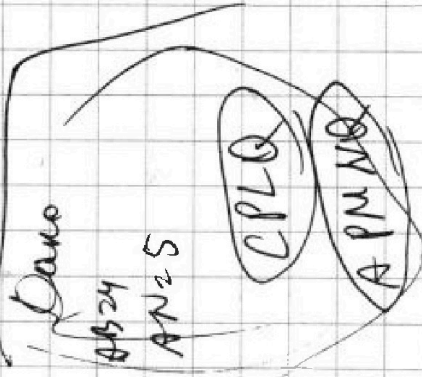
$a = 11$

$a-7 = 11 \cdot p^2$

$a = 11$

$a = 11 \cdot p^2$

$a = 11$



$A_2 (m+n) (m+n-7)$

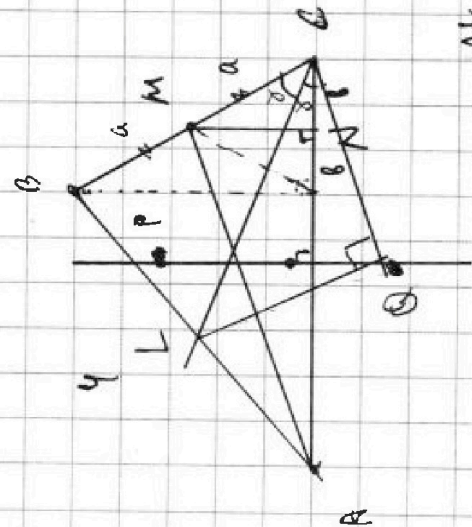
$B = mn (m+n+9)$

$m+n=a$

$mn=b$

$A = a(a-7) = 11 \cdot p \cdot p$

$B = b(a+9) = 75q^2$



$AL = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$

$BM = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$

$CN = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$

$AP = \frac{2}{3} AL$

$BP = \frac{2}{3} BM$

$CP = \frac{2}{3} CN$

$AP^2 + BP^2 + CP^2 = \frac{1}{3} (a^2 + b^2 + c^2)$

$AP^2 + BP^2 + CP^2 = \frac{1}{3} (a^2 + b^2 + c^2)$

$AP^2 + BP^2 + CP^2 = \frac{1}{3} (a^2 + b^2 + c^2)$

$AP^2 + BP^2 + CP^2 = \frac{1}{3} (a^2 + b^2 + c^2)$

$AP^2 + BP^2 + CP^2 = \frac{1}{3} (a^2 + b^2 + c^2)$

$AP^2 + BP^2 + CP^2 = \frac{1}{3} (a^2 + b^2 + c^2)$

$AP^2 + BP^2 + CP^2 = \frac{1}{3} (a^2 + b^2 + c^2)$

$B = 8 \cdot 90 = 720$

$48 = 95q^2$

$48mn = 95q^2$

$mn = 11$

$mn = 11$

$mn = 11$

$mn = 11$

$mn = 11$

$mn = 11$

$mn = 11$

$mn = 11$

$mn = 11$

$mn = 11$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$q(a-2) = 75d^2$
 $2a: q \rightarrow a=7q$

$B(a+d) = 11p^2$

1) $B: p^2$ $\bullet 4cp^2 a=2$
 $\bullet p=4$ $\bullet a=2$
 $a=3$ cp^2

2) $a+d=p^2$

11
 $m+2n=2$
 $3p=2$

ка границах 16
 внутри 65

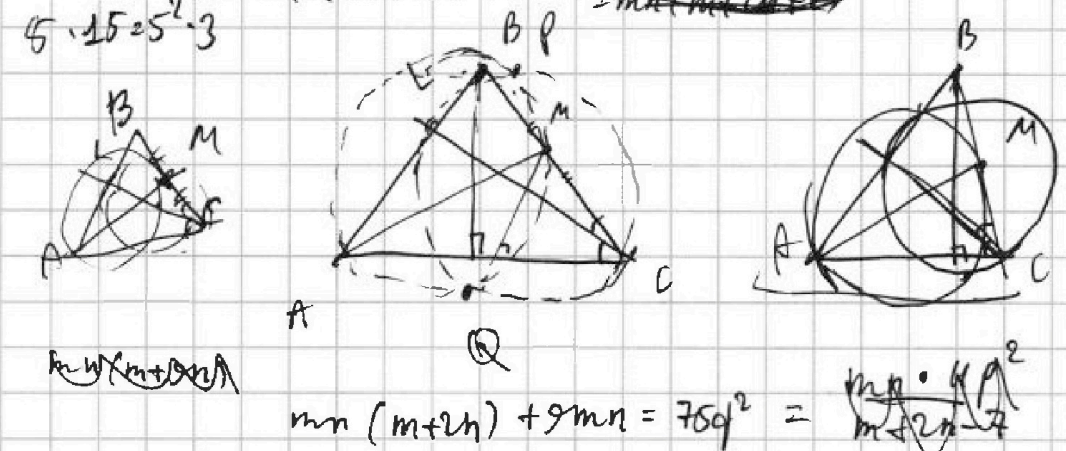
всего 121 углов...

$C = \frac{14^2}{4}$ \otimes $\begin{matrix} \text{на} \\ \text{не} \end{matrix}$ $\begin{matrix} \text{не} \\ \text{не} \end{matrix}$

$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 4n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7) = 11p^2$

$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+3)$ $(m+2n) = \frac{11p^2}{m+2n-7}$

$5 \cdot 15 = 5^2 \cdot 3$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

z y + 6x max?

$$\begin{cases} |10-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 - 4xy \leq 9 \\ 4x^2 + y^2 - 4xy \leq 1 \end{cases}$$

$$|x-y|/|x-y| \leq 2/1$$

$$b = 9x$$

$$2 - 3x$$

$$4 + 9x^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3x = 9x^2 - 12x + 4$$

$$\frac{Ac}{AB} = \frac{x_c}{Bx} = \frac{b}{AB}$$

$$\frac{6}{f+3} = \frac{9}{c+d}$$

$$\frac{6}{AB} = \frac{c-d}{c+d} = \frac{d}{f+3}$$

$$\frac{6}{9} = \frac{xc}{MC} = \frac{Ax}{My}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{c-d}{c}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{c-d}{c} = \frac{Ax}{My} = \frac{Ax}{Mz + 4}$$

$$\frac{Ax}{Mc} = \frac{f+3}{f} = \frac{c+d}{c}$$

$$\frac{6}{f+3} = \frac{\frac{2}{3}c}{\frac{4}{3}c} = \frac{2c}{4c} = \frac{c}{2c} = \frac{1}{2}$$

$$c-d = \frac{2c}{3}$$

$$d = c - \frac{2}{3}c = \frac{1}{3}c$$

$$d = \frac{1}{3}c \dots$$

$$12 = f+3$$

$$f = 9$$

$$AB = f+3 = 12$$

$$|10-2y| \leq 2$$

$$|x-2y|$$

$$y = \frac{x}{2}$$

$$2x = 5-4$$

$$4x =$$

$$5-2x$$

