



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1. Пусть первый член арифметической прогрессии равен a_1 , а разность равна d . Тогда

$$\begin{cases} a_1 + 3d = 6 - 9x \\ a_1 + 5d = (x^2 - 4y)^2 \\ a_1 + 9d = 9x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 - 9x - 3d = x^2(x-2)^2 - 5d \\ 6 - 9x - 3d = 9x^2 - 9d \\ x^2(x-2)^2 - 5d = 9x^2 - 9d \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 6 - 9x - 3d &= 9x^2 - 9d \\ 6d &= 9x^2 + 9x - 6 \\ d &= \frac{3x^2 + 3x - 2}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2(x-2)^2 - 5d &= 9x^2 - 9d \\ 9x^2 - 4d &= x^2(x^2 - 4y + 4) \end{aligned}$$

$$9x^2 - 2(3x^2 + 3x - 2) = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$9x^2 - 6x^2 - 6x + 4 = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x=1 \text{ корень } (1 - 4 + 1 + 6 - 4 = 0)$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \mid x-1 \\ \underline{-x^3 - x^3 + x^2 + 6x - 4} \\ -3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-3x^3 + 3x^2} \\ -2x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ 4x - 4 \\ \underline{-4x + 4} \\ 0 \end{array}$$

$$B \quad x^3 - 3x^2 - 2x + 4 = 0 \quad x=1 \text{ тоже корень}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \mid x-1 \\ \underline{-x^2 - 2x + 4} \\ -2x^2 - 2x + 4 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ -4x + 4 \\ \underline{-4x + 4} \\ 0 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 4 = 20$$

$$x_1 = \frac{2 + 2\sqrt{5}}{2} = 1 + \sqrt{5}$$

$$x_2 = 1 - \sqrt{5}$$

Тогда

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = 1 + \sqrt{5} \\ x = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$$

Ответ. $\{1, 1 + \sqrt{5}, 1 - \sqrt{5}\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

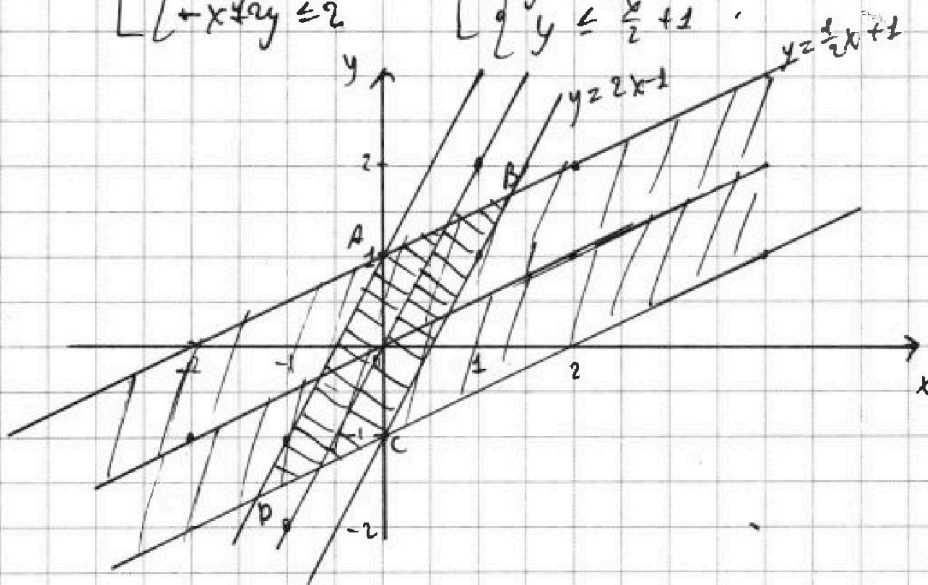
12. $|x-y| \leq 2$
 $|2x-y| \leq 1$

1) Рассмотрим сначала $|x-y| \leq 2$

$$\begin{cases} x-y \geq 0 \\ x-y \leq 2 \\ x-y \leq 0 \\ x+y \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq \frac{x}{2} \\ y \geq \frac{x}{2} - 1 \\ y \geq \frac{x}{2} \\ y \leq \frac{x}{2} + 1 \end{cases}$$

Покажем это графически (как //)



2) $|2x-y| \leq 1$

$$\begin{cases} 2x-y \geq 0 \\ 2x-y \leq 1 \\ 2x-y \leq 0 \\ -2x+y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq 2x \\ y \geq 2x - 1 \\ y \geq 2x \\ y \leq 2x + 1 \end{cases}$$

Покажем это на той же системе координат (как \\\)

Тогда x и y подходит только из ~~пер~~ четырехугольника ABCD. Максимальные значения x и y одновременно выполняются в точке B, где которая является пересечением $y = 2x - 1$ и $y = \frac{1}{2}x + 1$.

$$2x - 1 = \frac{1}{2}x + 1$$

$$1.5x = 2$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$y = 2x - 1 = 2 \cdot \frac{4}{3} - 1 = \frac{5}{3}$$

Тогда максимальное $3y + 6x = 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 5 + 8 = 13$.

Ответ: 13.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~а) $a^2 + b^2 = 3 \cdot (59)^2$. Анализ: $a^2 + b^2 = 3 \cdot (59)^2 = (a-b)^2 + 4ab$~~

Рассмотрим $b(a+d) = 11p^2$. Возможны случаи, когда

$b : p^2$, $b : p$ и $a+d : p$ или $(a+d) : p^2$.

1) $b : p^2$

Если $b = p^2$, то $a+d = 11$, $a = 2$. Тогда $mn = p^2$, $m+2n = 2$.

Но т.к. m и n натуральные, $m \geq 1$, $n \geq 1$, т.е. $m+2n \geq 3$.

Этот случай невозможен

Если $b = kp^2$, то $a+d = 11$, то $a < 0$, что невозможно, т.к. $a \in \mathbb{N}$.

2) $b : p$ и $a+d : p$.

Если $b = kp$ и $a+d = p$, то $mn = k(m+2n+d)$

$mn = km + 2kn + kd$. Если m и n четные, то левая

часть четная, а правая нечетная. Если m и n нечетные, то левая часть $\equiv 2$, а правая $\equiv 1$, что невозможно. Если $m \equiv 2$ и $n \equiv 2$, то левая часть $\equiv 2$, а правая $\equiv 2$. Если $m \equiv 2$ и $n \equiv 1$, то левая часть

~~не, а правая~~ Если $m \equiv 1$ и $n \equiv 1$, то правая часть $\equiv 2$, т.е. $m+2n+d \equiv 2$ и при этом $m+2n+d$ нечет.

Ответ: $3, 3, 3$ т.е. Тогда $m+2n+d = 2$, то $m+2n < 0$,

т.е. это невозможно.

3) b и $a+d : p^2$

Если $a+d = 11p^2$, то $b = mn$ и $m = n = 1$. $3+d = 11p^2$, что невозможно.

Если $a+d = 3p^2$, то $b = 11$, то $mn = 11$. Если $m = 11$ и $n = 1$, то $1+2+3 = 6 \neq 3p^2$, что невозможно.

Если $11 = m$ и $m = 1$, то $1+22+3 = 26 \neq 3p^2$, что тоже невозможно.

Тогда $m = 5$ и $n = 3$

Ответ. $n = 3, m = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N3. \quad A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = mn(m+2n+9) \quad \left\{ \begin{array}{l} a \text{ и } b \text{ натуральные} \end{array} \right.$$

Пусть $m+2n = a$, $mn = b$. Тогда

$$A = a(a-7)$$

$$B = b(a+9)$$

1) Пусть $a(a-7) = 11p^2$, $b(a+9) = 75q^2$

Тогда возможно 3 случая: $a: p^2$, $a-7: p^2$, $a: p$ и $a-7: p$.

а) $a: p^2$, $a-7: p$

Если $a = 11p^2$, то $a-7 = 1$, т.е. $11p^2 = 8$ и т.д. Тогда $a \neq 11p^2$

Если $a = p^2$ и $a-7 = 1$, то $a = 8$, что не является

квадратом натурального числа. Тогда такой случай невозможен

б) $(a-7): p^2$

Если $a-7 = 11p^2$, то $a = 1$, т.е. $-6 = 11p^2$, что невозможно

Если $a-7 = p^2$ и $a = 11$, то $p^2 = 4 \Rightarrow p = 2$.

Тогда $b = 20 = 75q^2$

$$4b = 15q^2$$

$$q^2: 4, \quad b: 15$$

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ mn = \frac{15 \cdot 4f^2}{4} = 15f^2 \end{cases}$$

Если $f > 1$, то $f^2 \geq 4$, т.е. $15f^2 \geq 60$. Тогда $m+2n > 11$

при всех m, n . Тогда $f = 1$.

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ mn = 15 \end{cases}$$

$$m = 11 - 2n$$

$$(11-2n)n = 15$$

$$11n - 2n^2 - 15 = 0$$

$$2n^2 - 11n + 15 = 0$$

$$D = 121 - 4 \cdot 2 \cdot 15 = 121 - 120 = 1$$

$$n_1 = \frac{11+1}{4} = 3$$

$$n_2 = \frac{11-1}{4} = 2.5. \quad \text{Так как } n \in \mathbb{N}, \text{ то}$$

$$n = 3, \quad m = 11 - 2n = 5.$$

в) $(a-7): p$ и $a: p$.

Если $(a-7) = 11p$ и $a = p$, то $a-7 = 11a$, т.е. $a = -7$, что невозможно, т.к. $a \in \mathbb{N}$. Если $a = 11p$ и $a-7 = p$, то $11p-7 = p$ т.е. $10p = 7$, что невозможно, т.к. $p \in \mathbb{N}$.

2) Пусть. В этих случаях возможно только $n = 3$ и $m = 5$.

2) Пусть $a(a-7) = 75q^2$ и $b(a+9) = 11p^2$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Уч. Дано:

$\triangle ABC$

AX - биссектриса

M - середина BC

$K \in l$

$l \parallel AX$

$\angle \cap AB = \beta$

$\angle \cap CA = \gamma$

$AC = 6, YZ = 4, AZ = 3$

Найти: BC ?

Решение:

Пусть $\angle BAX = \angle XAC = \alpha$ (AX - биссектриса по условию)

$AX \parallel MZ$ (по усл.) и AY - секущая $\Rightarrow \angle CYM = \alpha$ (по св-м

$AX \parallel MZ$ и AB секущая $\Rightarrow \angle YZA = \alpha$ (по св-м параллельных

$\triangle YAZ$ $\angle AYZ = \angle YZA = \alpha \Rightarrow \triangle YAZ$ равносторонний (по усл.)

$\Rightarrow YA = AZ = 3$. Пусть $BM = c, MX = d$. Т.к. M - середина BC , то $MC = c \Rightarrow XC = c - d$.

$\angle CA'X = \angle CYM = \alpha, \angle YCB$ в $\triangle ACX$ и $\triangle YCM$ общий \Rightarrow

$\Rightarrow \triangle ACX \sim \triangle YCM$ (по двум углам) $\Rightarrow \frac{YC}{AC} = \frac{MC}{XC}$

$$\frac{3}{6} = \frac{c}{c-d} \Rightarrow d = \frac{1}{3}c, c-d = \frac{2}{3}c.$$

Рассмотрим $\triangle ABX$ и $\triangle ZBM$: $\angle ABM$ общий,
 $\angle BZM = \angle YZA = \alpha$ (вертикальные) $= \angle ZAX$.

Тогда $\triangle ABX \sim \triangle ZBM$ (по двум углам) \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{BZ + 3}{BZ} = \frac{c + \frac{1}{3}c}{c} = \frac{4}{3}$$

$$4BZ = 3BZ + 9$$

$$BZ = 9 \Rightarrow AB = 12.$$

В $\triangle YAZ$ по т. косинусов $AY^2 + AZ^2 - 2 \cdot AY \cdot AZ \cdot \cos(180 - 2\alpha) = YZ^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$16 = 9 + 9 - 2 \cdot 9 \cdot \cos(180 - 2\alpha), \text{ т.к. } \cos(180 - 2\alpha) = -\cos(2\alpha)$$

$$16 = 18 + 18 \cos 2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \frac{16 - 18}{18} = \frac{-2}{18} = -\frac{1}{9}$$

По т. косинусов в $\triangle ABC$ $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos 2\alpha$

$$BC^2 = 144 + 36 + 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \frac{1}{9} = 180 + 16 = 196$$

Ответ. $\Rightarrow BC = 14$
14.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6. Заметим, что если 2 выбранных узла симметричны относительно центра, такой вариант будет посчитан 2 раза, а в остальных случаях 4 раза. Всего узлов в квадрате 121.

1) Если 2 выбранных точки симметричны относительно центрального узла.

Первую точку можно выбрать 120 способами (все, кроме центральной, т.к. если центральная выбрана, покрая не будет симметричен относительно центра). Вторая точка ~~будет~~ однозначно соответствует первой выбранной точке. Так как точки образуют попарно 2 раза выборки, то с учетом поворота будет $\frac{120}{2} = 60 \cdot 2 = 30$ способов.

2) а) Если 2 выбранных точки несимметричны относительно центра и одна из них является центральным узлом.

Количество способов таких раскрасок определяется лишь способами выбора не центральной точки. С учетом поворота их будет $\frac{120}{4} = 30$.

б) Если 2 выбранных точки не симметричны относительно центра и ни одна не является центральным узлом.

Первую точку можно выбрать 120 способами (все, кроме центральной), вторую (119/120, кроме центральной и уже выбранной). Способов всего будет $\frac{120 \cdot 119}{2}$ и с учетом поворота $\frac{120 \cdot 119}{2 \cdot 4} = 15 \cdot 119 = 1785$.

Всего способов покраски будет $1785 + 30 + 30 = 1845$.
Ответ. 1845.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \quad | \quad x-1 \\ -x^4 - x^3 \\ \hline -3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ -(-3x^3 + 3x^2) \\ \hline -2x^2 + 6x - 4 \\ -(-2x^2 + 2x) \\ \hline 4x - 4 \\ -(4x - 4) \\ \hline 0 \end{array}$$

$x^2(x-3) \cdot 2(x-1)$
 $x=1$ корень?..

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \quad | \quad x-1 \\ -x^3 - x^2 \\ \hline -2x^2 - 2x + 4 \\ -(-2x^2 + 2x) \\ \hline -4x + 4 \\ -(-4x + 4) \\ \hline 0 \end{array}$$

MZ ?
 AB ? (BZ ?)

$$\begin{array}{r} 1 \\ 14 \\ \hline 156 \\ + 14 \\ \hline 196 \end{array}$$

$b = 4 + 4 \cdot 4 = 20$

$x_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$
 $b_2 = 1 - \sqrt{5}$?...

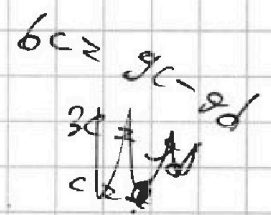
$\frac{9}{6} = \frac{MY}{AX} = \frac{3}{2} = \frac{MZ + 4}{AX}$

$\frac{3 + BZ}{BZ} = \frac{AX}{MZ}$

$AX = \frac{2(MZ + 4)}{3}$

$BM = MC!$

$\frac{3 + BZ}{BZ} = \frac{2MZ + 8}{3 \cdot MZ}$

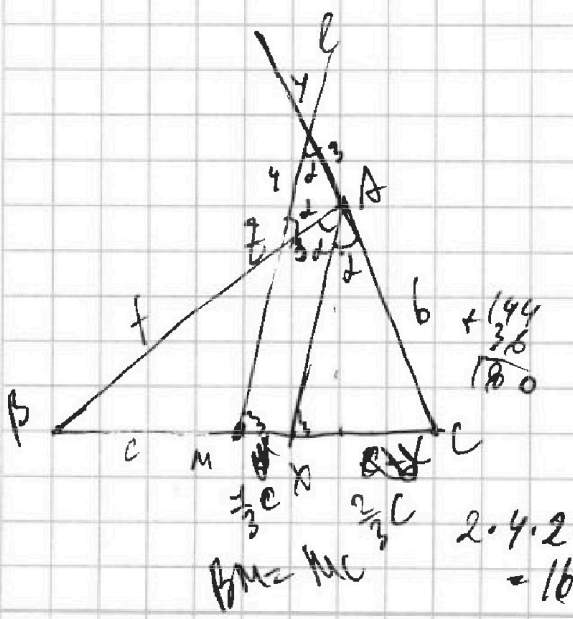


$\frac{3}{BZ} + 1 = \frac{2}{3} + \frac{8}{3MZ}$

$x - 2d = 6c$
 $3c = 2d$
 $d = \frac{1}{3}c$

$c + d + e = 2c$
 $d + e = c$

$\frac{4}{3}c = \frac{4}{3}$



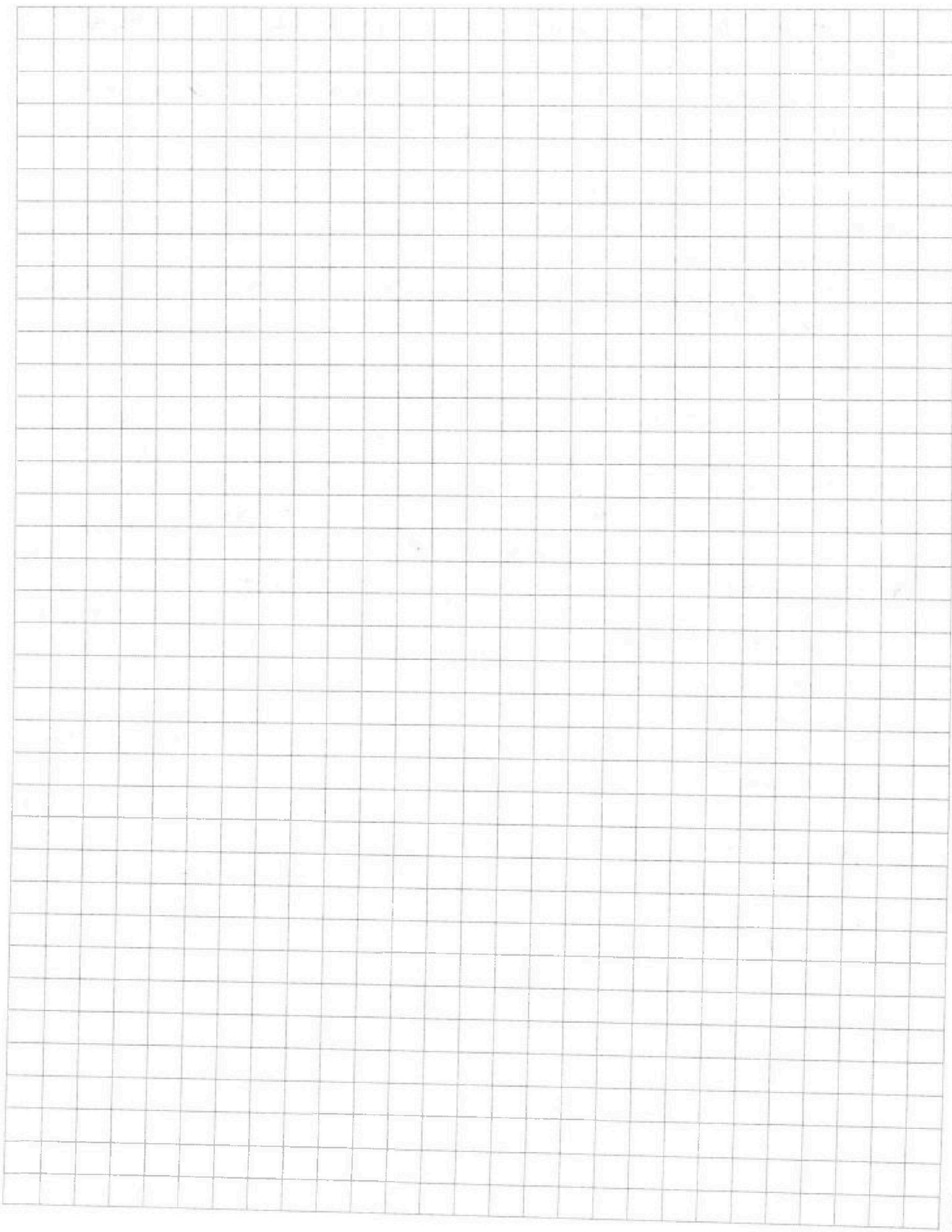


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} b(a+9) = 11p^2 \\ a(a-7) = 75q^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b &: p^2 \\ \Delta b &= p^2 \\ a+9 &= 11 \\ a &= 2 \\ m+n &= 2 \\ mn &= q^2 \\ m &= n \\ 3q &= 2 \text{ кет. } 2) \end{aligned}$$

$$a(a-7) = 25 \cdot 3 \cdot 9^2 = 25 \cdot 3 \cdot 99$$

$$\begin{aligned} 1) \quad & \begin{cases} a : 9 \\ a-7 : 9 \end{cases} \quad q=7 \\ & a^2 - 7a - 25 \cdot 3 \cdot 99 = 0 \\ & D = 49 + 4 \cdot 25 \cdot 3 \cdot 99 = 49 + 100 \cdot 3 \cdot 99 \\ & \quad = 30149 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4k+2l &= \\ 4k+2l &= 2 \cdot 2k+1+2l+99 = \\ &= 2 \cdot 2k+4l+110 \\ m \cdot n &: 29 \\ n &= 2l \end{aligned}$$

$$a \geq \text{кебакае кет}$$

$$\begin{aligned} a &: 9^2 \\ a-7 &: (5q)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad & a = 3(5q)^2 \\ & a-7 = 1 \quad a=8 \text{ кет} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & a = (5q)^2 \\ & a-7 = 3 \quad a=10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= 2k+1 \\ n &= 2l \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2k+1)2l &= \\ 2 \cdot k \cdot 2l + 11 + & \\ + 4 \cdot 2l + 99 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & b = kp^2 \\ & \text{кет } a+9=1 \text{ кет} \\ & b : p, a+9 : p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad & b = 11p^2 \quad 2mn \\ & a+9 = p = 2m+n+9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= 11(a+9) \\ mn &= 11(m+n+9) \end{aligned}$$

кет мн кет...?

$$\begin{aligned} mn &: 11 \\ 3 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad & (a-7) = 3 \cdot 25q^2 \\ & a = 1 \text{ кет} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & (a-7) = 25q^2 \\ & a = 9 \text{ кет} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m(n-1) &= 22n+99 \\ & \end{aligned}$$

$$m \cdot n = 11m + 22n + 99$$

$$\begin{aligned} m \cdot n &: n^2 \\ & : 4 = 4^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m & \text{ кет } n \text{ кет} \\ & : 2 = 2^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m & \text{ кет } n \text{ кет} \\ & : 2 = 2^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m & \text{ кет } n \text{ кет} \\ & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &\geq 1 \\ n &\geq 1 \end{aligned}$$

$$mn = 11m + 22n + 99$$

$$m(n-1) = 22n + 99$$

$$\begin{aligned} m(n-1) &= 22n+99 \\ & \sqrt{143} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y = -x + 9 = 18$$

$$y = 2x - 8 = 18$$

$$x = 13$$

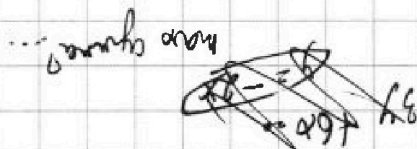
$$y = 13 - 8 = 5$$

$$x + y \leq h$$

$$x > 0$$

$$y \geq h - x$$

$$0 \leq h - x \leq h$$



$$x - y \leq h$$

$$y \leq h + x$$

$$x \geq 0$$

$$0 \leq h + x \leq h$$

$$x + y \geq h$$

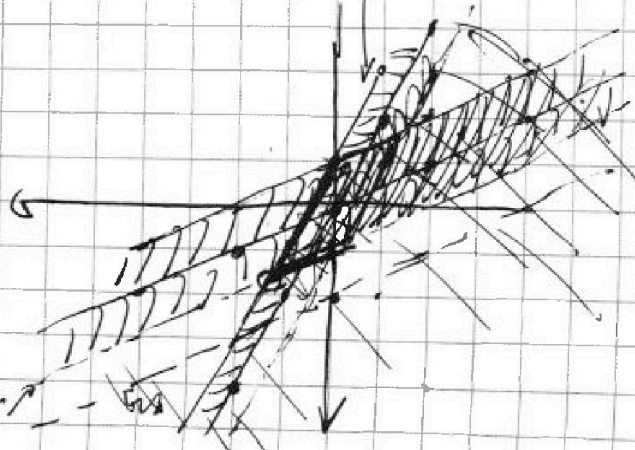
$$y \geq h - x$$

$$x \geq 0$$

$$|x - y| \leq h$$

$$\begin{cases} x + y \leq h \\ x - y \leq h \end{cases}$$

$$x - y = h$$



$$x - y \geq h$$

$$y \leq h$$

$$x - y \leq h$$

$$0 \leq h - x \leq h$$

$$|x - y| \leq h$$

$$x + y \leq h$$

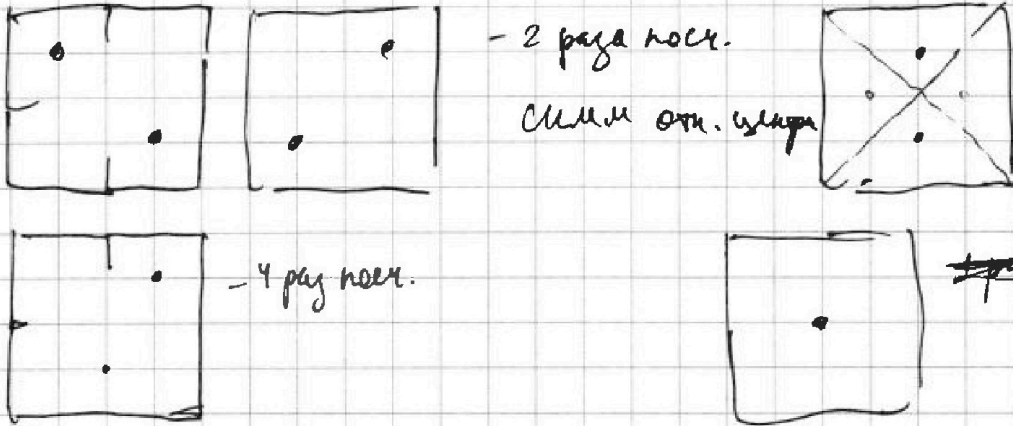


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



4) симм отн. центра 1 точка 120 способами, вторая очк.

поск. $\frac{120}{2} = 60$ ~~60~~ $\frac{60}{2} = 30$ способов
 косяк 600 \rightarrow $\frac{120}{2} = 60$ \rightarrow $\frac{60}{2} = 30$ способов
 сим. \rightarrow $\frac{60}{2} = 30$ способов

2) не симм, $120 \cdot (121 - 1 - 1) = 120 \cdot 119$

(m+n) + (m+n)

а) не симм, в центре
 б) не симм, не в центре

$\frac{120 \text{ способов}}{4} = 30$

$\frac{120 \cdot 119}{4}$

$m+n = a$
 $m+n = b$
 $AZ(m+n)(m+n)$
 $\begin{array}{r} 1891 \\ 90 \\ \hline 5985 \end{array}$
 $\times 120 = 71820$
 $\frac{71820}{120} = 598.5$
 $\frac{598.5}{2} = 299.25$
 $\frac{299.25}{2} = 149.625$

$119 \cdot 119$
 $= m(m+n+9) = 8(a+9)$
 $\begin{array}{r} 119 \\ \times 119 \\ \hline 1071 \\ 1303 \\ \hline 14161 \end{array}$

$m^2n + 2mn^2 + 9mn$
 $= m^2n + 2mn^2 - 7mn + 16mn =$
 $4 \sqrt{(4+5x - y^2) + 7-y} +$
 $+ 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{(4+5x - y^2) + 7-y}$

$\sqrt{5x+7} = 2\sqrt{4+5x-y^2} + \sqrt{7-y}$

$\frac{1}{m^2} \sqrt{4+5x+2\sqrt{5x+7}} = \sqrt{(4+5x - y^2) + 7-y} +$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$3y + 6x$
 $y = \frac{x}{2}$
 $|x - y| - 2 \leq 0$

$3x - 2y \leq 2$
 $2x - y \leq 1$
 $3x - 2y \leq 3$
 $x - y \leq 1$
 $y \geq x - 1$

$1) \begin{cases} x - y > 0 \\ 2x - y > 0 \\ x > y \\ 2x > y \end{cases}$

$2) \begin{cases} x - y \geq 0 \\ 2x - y \leq 0 \\ y \leq \frac{x}{2} \\ y \geq 0 \end{cases}$

$3) \begin{cases} x - y \leq 0 \\ 2x - y \geq 0 \\ y \geq \frac{x}{2} \\ y \leq 0 \end{cases}$

$4) \begin{cases} -x + y \leq 0 \\ 2x - y \leq 1 \\ x + y \leq 3 \\ y \geq x - 3 \end{cases}$

$1 + 5 + 2\sqrt{5} = 6\sqrt{2}$
 $(5 + \sqrt{5})^2$

$4 - 2 - 2 \cdot 4$
 $-2 - 2 \cdot 2$
 -6

$9(6 + 2\sqrt{5}) = 54 + 18\sqrt{5}$
 $9(1 + 2\sqrt{5} + 5) = 9(6 + 2\sqrt{5}) = 54 + 18\sqrt{5}$
 $9 \geq 16$
 $9(6 + 2\sqrt{5}) - 9(6 + 2\sqrt{5}) = 0$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y+6x \geq \dots \\ y \leq 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-2y)^2 \leq 4 \\ (2x-y)^2 \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4xy \geq x^2 + y^2 - 1 \\ 4xy \geq x^2 + y^2 - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 4xy + 4y^2 \leq 4 \\ 4x^2 - 4xy + y^2 \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y(x-y) \leq 4-x^2 \\ 4x(x-y) \leq 1-y^2 \end{cases}$$

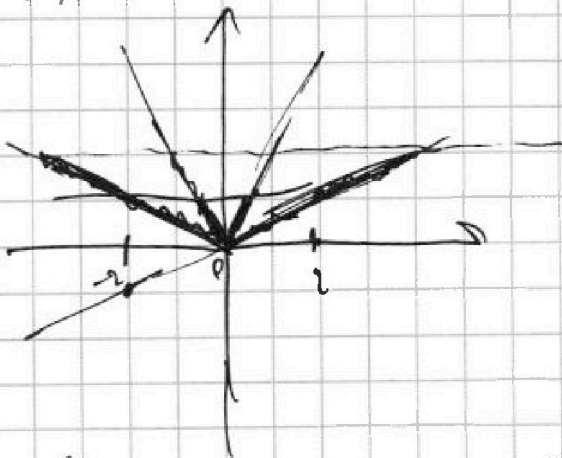
$$5x^2 - 8xy + 5y^2 \leq 5$$

$$2xy \leq 5(1 - y^2/x^2)$$

$$2xy \geq 5(x^2 + y^2 - 1)$$

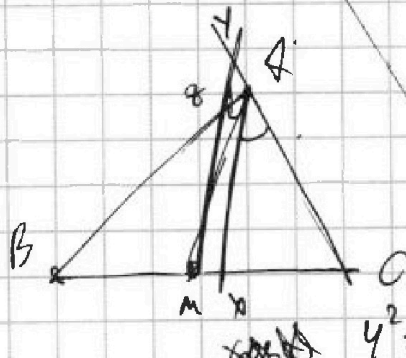
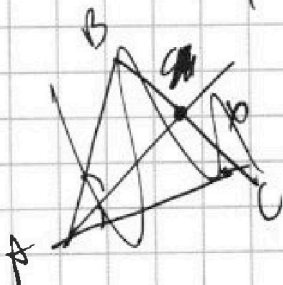
$$y = \frac{6x}{3} = 2x$$

График...



$$\begin{cases} y = 2x \\ y = \frac{x}{2} \\ y = 2x \end{cases}$$

BC-?
KZ=YC
AK=AB



$$\begin{cases} AC=6 \\ AB=3 \end{cases}$$

$$y^2 = 3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos(180 - 2\alpha)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1. a_1, \dots, a_n
 разность d

~~(6)~~ $a_4 = a_2 + 3d = 6 - 9x$ x^2 $\frac{a_1 + 3d - 6}{-9} = \frac{6 - a_1 - 3d}{-9}$

$a_6 = a_1 + 5d = (x^2 - 2x)^2 = x^2(x-2)^2$

$a_{10} = a_1 + 9d = 9x^2$

~~$a_4 = 6 - 9x + 3d$~~ $x^2 = \frac{a_1 + 9d}{9}$ 6-18
 $a_1 + 5d = \frac{a_1 + 3d}{9} \cdot \left(\frac{6 - a_1 - 3d}{9} - 2 \right)$
 $a_1 + 5d = \frac{a_1 + 3d}{9} \cdot \left(\frac{-a_1 - 3d - 12}{9} \right)^2$

$\begin{cases} a_1 = 9x^2 - 9d \\ a_1 = x^2(x-2)^2 - 5d \\ a_1 = 6 - 9x - 9d \end{cases}$

$6x^2 + 6x - 4 = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - x^2$
 $-x^4 + 4x^3 - x^2 - 6x + 4 = 0$
 $x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$
 $x = 1$ корень

(f) $9x^2 - 9d = 6 - 9x - 9d$

~~$9x^2 - 9d = 6 - 9x - 9d$~~ $3x^2 - 3d = 2 - 3x - d$

$9 - 4 - 6 = -1$

$-4 + 4 - 1 + 6 + 4 =$

$2 - 8 + 8 = 0$

$9x^2 + 9x - 6 = 6d$

$3x^2 + 3x - 2 = 2d$ $x^2 - 4x + 4$

$3x^2 + 3x = 2d + 2$

$d = \frac{3x^2 + 3x - 2}{2}$

$9x^2 - 9d = x^2(x-2)^2 - 5d$

~~$9x^2 - 9d = x^2(x-2)^2 - 5d$~~ $= x^2(x-2)^2 - \frac{5}{2}(3x^2 + 3x - 2)$
 $9x^2 - 4d = x^2(x^2 - 4x + 4)$ $6x^2 + 6x - 4 = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - 4x^2$

$2(3x^2 + 3x - 2) = 9x^2 - x^2(x^2 - 4x + 4)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

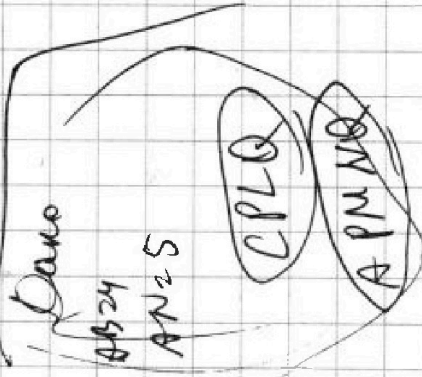
$$x^2 + 49 + 49x^2 = 56 + 20x - 4y^2 + 7 - y + 4\sqrt{...}$$

$$a(a-7) = 11 \cdot p \cdot p$$

$$a(a-7) = 11 \cdot p \cdot p$$

$$1) A = a(a-7) = 11 \cdot p \cdot p$$

$$B = 6(a+9) = 75q^2$$



красно: 11

~~77.7~~

77.7

77.7

2) $a = 11 \cdot p^2$

$a - 7 = 11 \cdot p^2$

$a - 7 = 11 \cdot p^2$

$a - 7 = 11 \cdot p^2$

$a = 11 \cdot p^2$

$a - 7 = 11 \cdot p^2$

3) $a - 7 = 11 \cdot p^2$

$a - 7 = 11 \cdot p^2$

$a - 7 = 11 \cdot p^2$

$a - 7 = 11 \cdot p^2$

$a - 7 = 11 \cdot p^2$

$a - 7 = 11 \cdot p^2$

$a - 7 = 11 \cdot p^2$

$a - 7 = 11 \cdot p^2$

$$A = 2(m+n)(m+n-7)$$

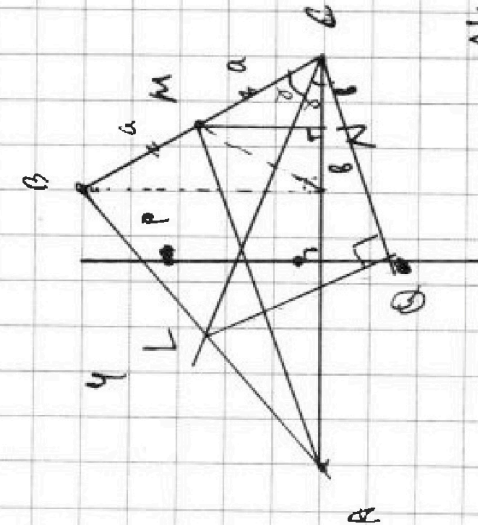
$$B = mn(m+n+9)$$

$$m+n=a$$

$$mn=b$$

$$A = a(a-7) = 11 \cdot p \cdot p$$

$$B = 6(a+9) = 75q^2$$



$$AL = \frac{2}{3} \cdot 24 = 16$$

$$AP = \frac{2}{3} \cdot 16 = \frac{32}{3}$$

$$LP = \frac{1}{3} \cdot 16 = \frac{16}{3}$$

$$BM = \frac{2}{3} \cdot 24 = 16$$

$$BP = \frac{2}{3} \cdot 16 = \frac{32}{3}$$

$$MP = \frac{1}{3} \cdot 16 = \frac{16}{3}$$

$$CN = \frac{2}{3} \cdot 24 = 16$$

$$CP = \frac{2}{3} \cdot 16 = \frac{32}{3}$$

$$NP = \frac{1}{3} \cdot 16 = \frac{16}{3}$$

$$AP = \frac{32}{3}$$

$$BP = \frac{32}{3}$$

$$CP = \frac{32}{3}$$

$$AP = \frac{32}{3}$$

$$BP = \frac{32}{3}$$

5

5

5

5

5

5

5

5

5

5

5

5

5

5

5

5

5

5

5

5

5

5

5

5

5

5

5

5

5

5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит max?

$$\begin{cases} |10-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 - 4xy \leq 9 \\ 4x^2 + y^2 - 4xy \leq 1 \end{cases}$$

$$|x-y|/|x-y| \leq 2/1$$

$$b = 9x$$

$$2 - 3x$$

$$4 + 9x^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3x = 9x^2 - 12x + 4$$

$$\frac{Ac}{AB} = \frac{x_c}{Bx} = \frac{b}{AB}$$

$$\frac{6}{f+3} = \frac{9}{c+d}$$

$$\frac{6}{AB} = \frac{c-d}{c+d} = \frac{d}{f+3}$$

$$\frac{6}{9} = \frac{xc}{MC} = \frac{Ax}{My}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{c-d}{c}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{c-d}{c} = \frac{Ax}{My} = \frac{Ax}{Mz + 4}$$

$$\frac{Ax}{Mc} = \frac{f+3}{f} = \frac{c+d}{c}$$

$$\frac{6}{f+3} = \frac{\frac{2}{3}c}{\frac{4}{3}c} = \frac{2c}{4c} = \frac{c}{2c} = \frac{1}{2}$$

$$c-d = \frac{2c}{3}$$

$$d = c - \frac{2}{3}c = \frac{1}{3}c$$

$$d = \frac{1}{3}c \dots$$

$$12 = f+3$$

$$f = 9$$

$$AB = f+3 = 12$$

$$|10-2y| \leq 2$$

$$|x-2y|$$

$$y = \frac{x}{2}$$

$$2x = 5-4$$

$$4x = 5-4$$

$$5x = 2-4$$

