



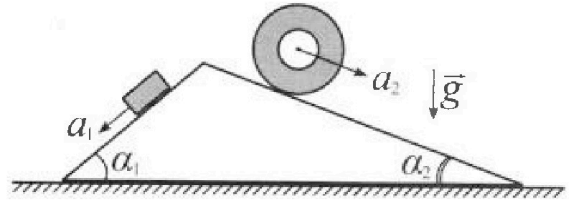
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-03



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 6g/13$  и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой  $2m$  с ускорением  $a_2 = g/4$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1$  ( $\sin \alpha_1 = 3/5$ ,  $\cos \alpha_1 = 4/5$ ) и  $\alpha_2$  ( $\sin \alpha_2 = 5/13$ ,  $\cos \alpha_2 = 12/13$ ). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

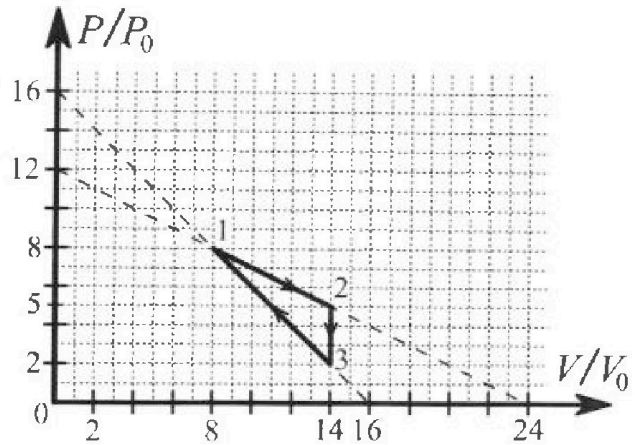


- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.

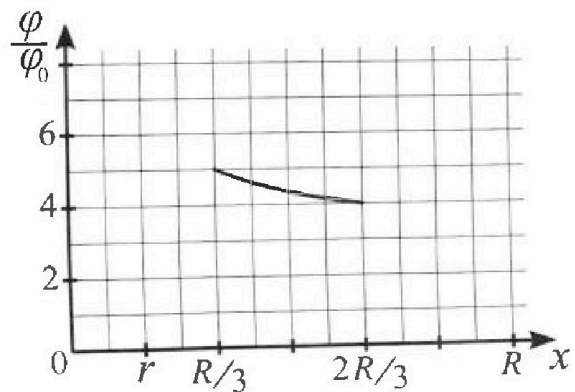
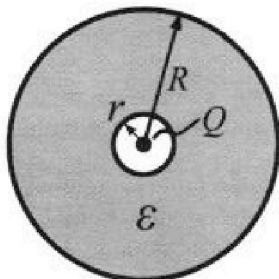
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\varphi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.). Здесь  $\varphi_0$  — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

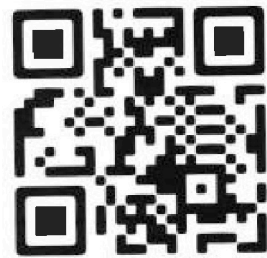
- 1) Считая известными  $r$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = 5R/6$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .



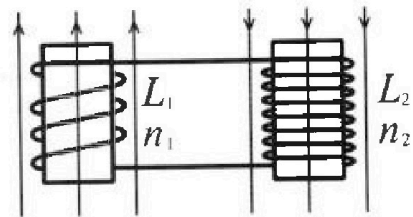
Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

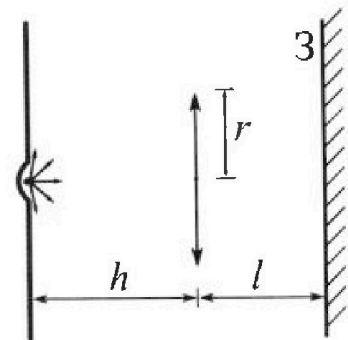


4. Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 16L$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 4n$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью  $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$ , а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $B_0/3$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $3B_0$  до  $9B_0/4$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = h/3$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 5$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = 2h/3$  расположено параллельно стене плоское зеркало  $З$ . Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в  $[\text{см}^2]$  в виде  $\gamma\pi$ , где  $\gamma$  - целое число или простая обыкновенная дробь.



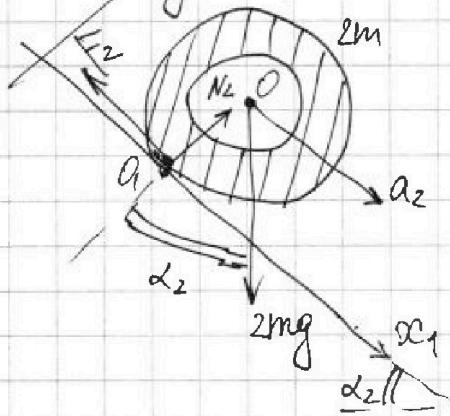
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Рассмотрим движение цилиндра по клинцу.



Аналогично п.1 расставим действующие на цилиндр силы.

II закон Ньютона для цилиндра в проекциях на ~~ось~~ показанные оси  $x_1$  и  $y_1$ :

$$x_1: 2ma_2 = 2mgsin\alpha_2 - F_2; \quad (3)$$

$$y_1: 2m \cdot 0 = N_2 - 2mg\cos\alpha_2; \quad (4)$$

из ур-е (3) сила трения  $F_2 = 2mgsin\alpha_2 - a_2 =$   
 $= 2m \left( g \cdot \frac{5}{13} - \frac{g}{4} \right) = 2mg \frac{20-13}{52} = 2mg \cdot \frac{7}{52} = \frac{47}{26} mg.$

~~3) Рассмотрим~~ Пусть I - момент инерции цилиндра относительно ~~цск~~

3) Рассмотрим силы, действующие на клин - сила трения и <sup>норм.</sup> реакции, Пусть  $F_{3x}$  - проекция силы трения  $F_3$  между стеной и клином на горизонт. ось  $x_2$  (см. ~~рис~~ ~~самой~~ первой рис. на стр. 1 задачи 1)  
 Клин в покое,  $\Rightarrow$  II закон Ньютона для клина в проекции на ось  $x_2$ :

$$x_2: F_2 \cos\alpha_2 + N_1 \sin\alpha_1 - F_1 \cos\alpha_1 - N_2 \sin\alpha_2 + F_{3x} = 0$$



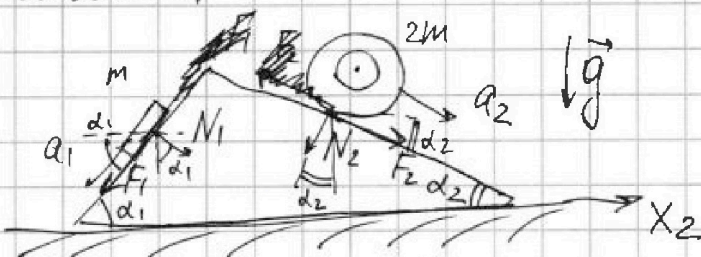
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

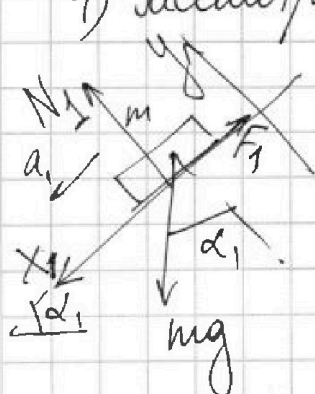
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

## Задача 1.

Решение:



1) Рассмотрим движение бруска по клину.



Расставим действующие на брусок силы (здесь  $N_1$  — сила норм. реакц. со стороны клина)

III. К клину неподвижен, то

$a_1 = \frac{6g}{13}$  — ускорение бруска отн.

земли, направл. вдоль поверхности

клина (считаем, что все тела в прощ. движ. не отрыв. друг от друга)

II 3-к. Ньютона для бруска в проекциях на обозначенные оси  $x$  и  $y$ :

$$x: ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1; \quad (1)$$

$$y: N_1 - mg \cos \alpha_1 = 0; \quad (2)$$

Из ур-е (1) сила трения, действ. на брусок:

$$F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) = m\left(g \cdot \frac{3}{5} - \frac{6}{13}g\right) = mg \cdot \frac{9}{65}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(При расстановке сил было учтено, что по 2-й и 3-ей Ньютона силы  $N_1$  и  $F_1$ , с которыми шкив действует на брусок, с такими же по модулю, но противоположными по направлению силами брусок действует на шкив. Аналогичное рассуждение для цилиндра и шкива)

$$\text{Тогда: } F_{3x} = F_1 \cos \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 - F_2 \cos \alpha_2 - N_1 \sin \alpha_1,$$

$$\left\{ \begin{aligned} F_{3x} &= \left(\frac{9}{65} mg\right) \cdot \frac{4}{5} + \left(2mg \cdot \frac{12}{13}\right) \cdot \frac{5}{13} - \left(\frac{7}{26} mg\right) \cdot \frac{12}{13} - \\ & - \left(mg \cdot \frac{4}{5}\right) \cdot \frac{3}{5} = \end{aligned} \right\}$$

Учитывая, что для бруска и шкива,

$$\left. \begin{aligned} 2ma_2 \cos \alpha_2 &= F_2 \cos \alpha_2 + N_2 \sin \alpha_2, \\ -ma_1 \cos \alpha_1 &= -F_1 \cos \alpha_1 + N_1 \sin \alpha_1, \end{aligned} \right\} \text{ - в пр-ции на } x_2$$

$$\begin{aligned} \text{то: } F_{3x} &= ma_1 \cos \alpha_1 - 2ma_2 \cos \alpha_2 = \cancel{6mg} \\ &= m \cdot \frac{6}{13} g \cdot \frac{4}{5} - 2m \cdot \frac{1}{4} g \cdot \frac{12}{13} = \frac{24}{65} mg - \frac{6}{13} mg = \\ &= \frac{24-30}{65} mg = -\frac{6}{65} mg < 0, \Rightarrow \vec{F}_3 \text{ напр. протв } x_2, \text{ величина} \\ & \text{сила равна } F_3 = \frac{6}{65} mg. \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } 1) F_1 = \frac{9}{65} mg$$

$$2) F_2 = \frac{7}{26} mg$$

$$3) F_3 = \frac{6}{65} mg$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Температура газа в сост. 3:  $T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} =$   
 $= \frac{2p_0 \cdot 14V_0}{\nu R} = \frac{28V_0 p_0}{\nu R}$ ,  $\nu$  - кол-во газа.

Отношение:  $\eta = \frac{T_{\max}}{T_3} = \frac{\frac{72V_0 p_0}{\nu R}}{\frac{28V_0 p_0}{\nu R}} = \frac{18}{7}$

3) КПД  $\eta = \frac{A_{\text{газа}}}{Q_+}$ , где  $Q_+$  - тепло, полученное газом в цикле.

Эта получает тепло только на участке  $1 \rightarrow 2$ , оно равно  $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = -9p_0 V_0 +$   
 $+ \frac{1}{2}(8p_0 + 6p_0) \cdot (14 - 8)V_0 = (-9 + 7 \cdot 6)p_0 V_0 = 33p_0 V_0$

КПД цикла  $\eta = \frac{A_{\text{газа}}}{Q_+} = \frac{9p_0 V_0}{33p_0 V_0} = \frac{9}{33} = \frac{3}{11}$

Ответ: 1)  $m = 1$

2)  $\eta = \frac{18}{7}$

3)  $\eta = \frac{9}{33} = \frac{3}{11}$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

## Задача 2.

Решение:

1) Приращение внутр. энергии газа в процессе 1→2 равно  $\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) =$   
 $= \frac{3}{2} \cdot (5p_0 \cdot 14V_0 - 8p_0 \cdot 8V_0) = \frac{3}{2} (70 - 64) p_0 V_0 = 9p_0 V_0,$   
 где  $p_1, V_1, T_1$  и  $p_2, V_2, T_2$  - соотв. параметры газа в состояниях 1 и 2.

Модуль приращения  $|\Delta U_{12}| = 9p_0 V_0.$

Работа газа за цикл = площадь контура 1→2→3-1 на граф.  $p(V)$ :  $A_{\text{газа}} = \frac{1}{2} \cdot (5p_0 - 2p_0) \cdot (14V_0 - 8V_0) = \frac{1}{2} \cdot 3p_0 \cdot 6V_0 = 9p_0 V_0.$

Отношение  $\eta = \frac{|\Delta U_{12}|}{A_{\text{газа}}} = 1.$

2) Зависимость давления газа от объема в процессе 1→2:  $p(V) = 12p_0 - \frac{12p_0}{24V_0} \cdot V =$   
 $= (12 - \frac{V}{2V_0}) p_0$

Ур-е сост-я газа:  $pV = \nu RT$ ,  $T_{\text{max}} = T_{\text{max}}$  при  $(pV)_{\text{max}}$ .

$pV = (12 - \frac{V}{2V_0}) p_0 \cdot V$  - парабола  $pV(V)$ , макс. значение которой достигается в вершине:

$$V(T_{\text{max}}) = 12V_0, \quad p(T_{\text{max}}) = p_0 \left( 12 - \frac{12V_0}{2V_0} \right) = 6p_0,$$

$$\text{тогда } T_{\text{max}} = \frac{p(T_{\text{max}}) V(T_{\text{max}})}{\nu R} = \frac{6p_0 \cdot 12V_0}{\nu R} = \frac{72V_0 p_0}{\nu R}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

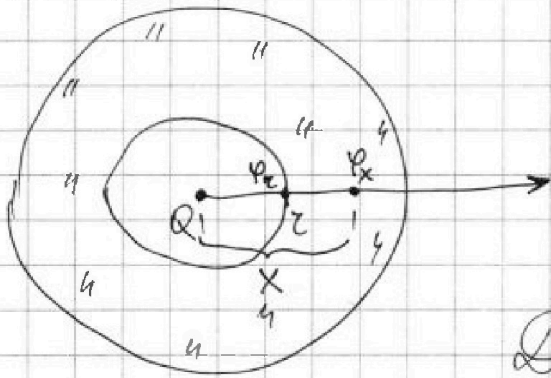
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 3.

Решение:



1) Потенциал, создаваемый зарядом  $Q$  на расстоянии  $z$  (по оси  $x$ ), равен  $\varphi_z = k \frac{Q}{z}$

Для точек с  $\varphi_z$  и  $\varphi_x$ :

$$\varphi_z - \varphi_x = \frac{kQ}{\epsilon} \left( \frac{1}{z} - \frac{1}{x} \right)$$

$$\varphi_x = k \frac{Q}{z} - \frac{kQ}{\epsilon z} + \frac{kQ}{\epsilon x} = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \cdot \frac{kQ}{z} + \frac{kQ}{\epsilon x}$$

~~Для  $x = \frac{5R}{6}$~~

Тогда где  $x = \frac{5R}{6}$  (внутри диэлектрика):

$$\varphi_{\frac{5R}{6}} = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \frac{kQ}{z} + \frac{6kQ}{5\epsilon R}$$

(Везде здесь  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  — постоянная в законе Кулона)

2) На графике есть две точки; ~~счит~~

$$\left( \frac{\varphi}{\varphi_0} \right)_1 = 5 \text{ при } x = \frac{R}{3} \text{ и } \left( \frac{\varphi}{\varphi_0} \right)_2 = 4 \text{ при } x = \frac{2R}{3}$$

Исходя из формулы, полученной выше:

$$\left( \frac{\varphi}{\varphi_0} \right)_1 = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \frac{kQ}{z\varphi_0} + \frac{kQ}{\epsilon \frac{R}{3}\varphi_0}, \quad \left( \frac{\varphi}{\varphi_0} \right)_2 = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \frac{kQ}{z\varphi_0} + \frac{kQ}{\epsilon \frac{2R}{3}\varphi_0}$$

(заметим, что  $\varphi_0 \neq 0$  — из графика)





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Делим одно уравнение на другое, получаем:

$$\frac{\left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right)_1}{\left(\frac{\varphi}{\varphi_0}\right)_2} = \frac{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} \frac{kQ}{2\varphi_0} + \frac{kQ}{\varepsilon \frac{2R}{3}\varphi_0}}{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} \frac{kQ}{2\varphi_0} + \frac{kQ}{\varepsilon \frac{2R}{3}\varphi_0}} = \frac{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} + \frac{3}{R}}{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} + \frac{3}{2R}} = \frac{5}{4}$$

И учитывая, что из графика  $\tau = \frac{R}{6}$ :

$$\frac{\frac{6(\varepsilon-1)}{\varepsilon} + 3}{\frac{6(\varepsilon-1)}{\varepsilon} + \frac{3}{2}} = \frac{5}{4};$$

$$6 \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} + 3 = \frac{15}{2} \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} + \frac{15}{8};$$

$$\frac{15-12}{2} \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} = \frac{24-15}{8};$$

$$\frac{3}{2} \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} = \frac{9}{8}$$

$$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} = \frac{3}{4}$$

$$\varepsilon - 1 = \frac{3}{4} \varepsilon$$

$$\frac{1}{4} \varepsilon = 1$$

$$\varepsilon = 4.$$

Ответ: 1)  $\varphi_{\frac{5R}{6}} = \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} \frac{kQ}{\tau} + \frac{6kQ}{5\varepsilon R}$

2)  $\varepsilon = 4.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 4.

Решение:

1) Пусть  $B_{вн1}$  и  $B_{вн2}$  - индукции внешне поле в катушках,  $B_1$  и  $B_2$  - ~~их~~ соотв. индукты в кот, возн. из за протекающие тока

Поток общие потоки в катушках

$$\Phi_1 = L_1 I = (B_{вн1} + B_1) n_1 S, \quad \Phi_2 = L_2 I = (B_{вн2} + B_2) n_2 S$$

Дифференцируем по времени:

$$L_1 \dot{I} = (\dot{\alpha} + \dot{B}_1) n_1 S, \quad L_2 \dot{I} = (\dot{0} + \dot{B}_2) n_2 S$$

В силу соединения катушек ~~такого~~  $-\dot{B}_1 n_1 S = \dot{B}_2 n_2 S$ ,

поэтому:

$$L_1 \dot{I} = \dot{\alpha} n_1 S - L_2 \dot{I}, \Rightarrow \dot{I} = \frac{\dot{\alpha} n_1 S}{L_1 + L_2} = \frac{\dot{\alpha} n S}{17L}$$

$$2) L_1 dI = (dB_{вн1} + dB_1) n_1 S; \quad (1)$$

$$L_2 dI = (dB_{вн2} + dB_2) n_2 S; \quad (2)$$

$$-dB_1 n_1 S = dB_2 n_2 S;$$

$$\text{Складывая (1) и (2): } (L_1 + L_2) dI = dB_{вн1} n_1 S + dB_{вн2} n_2 S + dB_1 n_1 S + dB_2 n_2 S = dB_{вн1} n_1 S + dB_2 n_2 S$$

$$\text{Суммируя за все время: } (L_1 + L_2) I_K = (B_0 - \frac{B_0}{3}) n_1 S + (3B_0 - \frac{9B_0}{4}) n_2 S$$

$$17L I_K = -\frac{2}{3} B_0 n S - \frac{3}{4} B_0 \cdot 4 n S = -\frac{11}{3} B_0 n S, \text{ тогда по}$$

$$\text{модулю } I_K = \frac{11 B_0 n S}{51 L}$$

$$\text{Ответ: 1) } \dot{I} = \frac{\dot{\alpha} n S}{17L}, \quad I_K = \frac{11 B_0 n S}{51 L}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

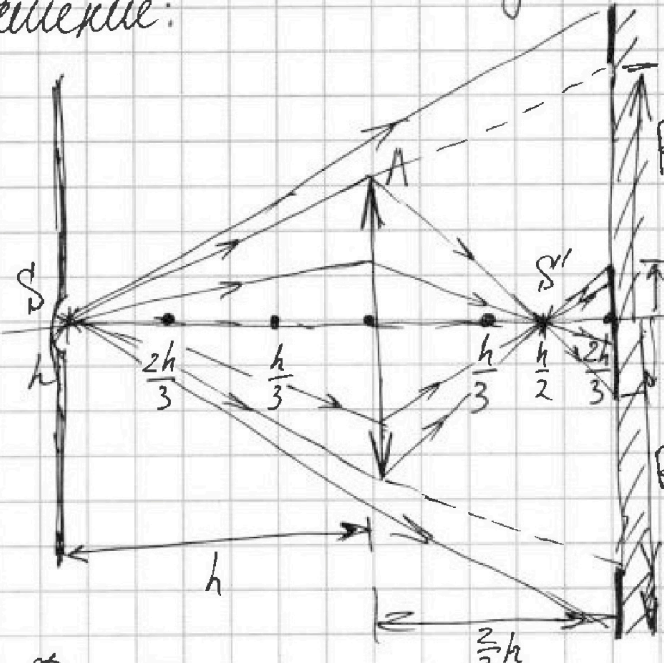
СТРАНИЦА

1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 5.

Решение:



1) "Разметим"  $\Gamma O O$  "линзу" на отрезки длиной  $F = \frac{h}{3}$ . Пусть  $f$  - расстояние, на котором от линзы сфокусируется изображение источника  $S$ .

По формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{3F} + \frac{1}{f}, \Rightarrow f = \frac{3F}{2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{h}{3} = \frac{h}{2}$$

Т.е. лучи, которые попадут на линзу, соберутся на расстоянии  $\frac{h}{2}$  в изображении  $S'$ , а их продолжение образуют светлые пятно радиуса  $R_1$ . Лучи, не попавшие на линзу, распространяются прямолинейно, край и вся область далее, чем  $R_2$  от  $\Gamma O O$  линзы будет освещена (см. рис.)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

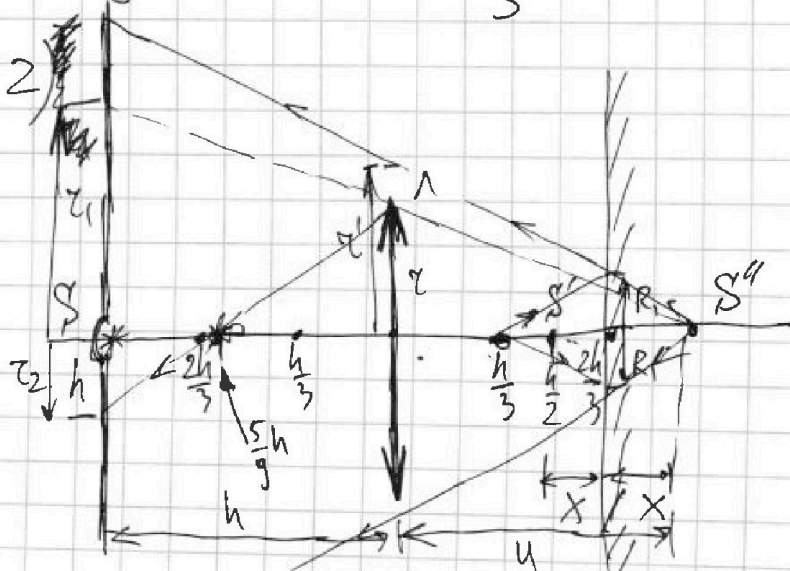
Из геометрии рисунка найдем  $R_1$  и  $R_2$ .

$$\frac{r}{h/2} = \frac{R_1}{2h/3 - h/2}, \Rightarrow R_1 = r \cdot \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = r \left( \frac{4}{3} - 1 \right) = \frac{r}{3} = \frac{5}{3} \text{ см.}$$

$$\frac{r}{h} = \frac{R_2}{h + 2h/3} \Rightarrow R_2 = r \cdot \frac{1 + \frac{2}{3}}{1} = r \cdot \frac{5}{3} = \frac{25}{3} \text{ см.}$$

Тогда разность площадей криволинейных пятен на зеркале равна  $S = S_2 - S_1 =$

$$= \pi R_2^2 - \pi R_1^2 = \pi \left( \frac{25}{3} r^2 - \frac{1}{9} r^2 \right) = \frac{24\pi}{9} r^2 = \frac{24\pi}{9} \cdot 25 \text{ см}^2 = \frac{200\pi}{3} \text{ см}^2.$$



Лучи от изображения  $S'$  находятся на расстоянии  $x = \frac{2h}{3} - \frac{h}{2} = \frac{1}{6}h$  от зеркала.

Потому лучи, идущие из  $S'$  и отраженные от зеркала, работают как источник  $S''$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

находящийся за зеркалом на расстоянии  
 $y = \frac{2h}{3} + x = \frac{2h}{3} + \frac{h}{6} = \frac{5h}{6}$  от линзы,  
 при отсутствии зеркала и ~~и~~ его ~~лучи~~  
~~отражаются~~ пучок его лучей ограничен  
 (см. рис.), при этом радиус пучка, ~~находящегося~~  
 находящегося на лучей от  $S''$  в плоскости  
 линзы равен  $r' = R_1 \cdot \frac{5h/6}{h/6} = \cancel{\frac{r}{3}} \cdot 5 = \frac{5}{3}r > r$ ,  
 т.е. есть ~~отражённые~~ лучи, не попадаю-  
 щие на линзу. Для крайнего луча  
 найдём расстояние попадания на стеклу:

$$\frac{r_1}{h+y} = \frac{r}{y} \Rightarrow r_1 = r \cdot \frac{h+y}{y} = r \cdot \frac{h + \frac{5h}{6}}{\frac{5h}{6}} = r \cdot \frac{\frac{11}{6}}{\frac{5}{6}} = \frac{11}{5}r$$

лучи, идущие от  $S''$  и прошедшие через  
 линзу соберутся на нек. расстоянии  $f'$  от  
~~и~~ линзы. По формул. м. линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{y} \Rightarrow f' = \frac{y \cdot F}{y - F} =$$

$$= \frac{\frac{5h}{6} \cdot \frac{h}{3}}{\frac{5h}{6} - \frac{h}{3}} = h \cdot \frac{\frac{5}{18}}{\frac{3}{6}} = h \cdot \frac{10}{18} = \frac{5}{9}h$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из геометрии рисунка найдём радиус  $r_2$  светлого пятна на стене, образованного отражённым светом, прошедшим через линзу между лучами:

$$\frac{r_2}{h - \frac{5}{9}h} = \frac{r}{\frac{5}{9}h}, \Rightarrow r_2 = r \cdot \frac{4/9}{5/9} = \frac{4}{5}r.$$

Площадь освещённой части стены:

$$S' = S_1' - S_2' = \pi(r_1^2 - r_2^2) = \pi\left(\frac{121}{25}r^2 - \frac{16}{25}r^2\right) = \\ = \frac{21\pi}{5}r^2 = \frac{21\pi}{5} \cdot 25 \text{ см}^2 = 105\pi \text{ см}^2.$$

Ответ: 1)  $S = \frac{200\pi}{3} \text{ см}^2$

2)  $S' = 105\pi \text{ см}^2.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d\varphi = \frac{kQ}{\epsilon r^2} dr$$

$$\varphi_R = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \frac{kQ}{r} + \frac{kQ}{\epsilon R}$$

~~$$\varphi_0 - \varphi_R = \frac{kQ}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{R} \right)$$~~

$$\varphi_0 = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \frac{kQ}{r} + \frac{kQ}{\epsilon R} + \frac{kQ}{\epsilon_0} - \frac{kQ}{R} = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \frac{kQ}{r} +$$

~~$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{\frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \frac{kQ}{r} + \frac{kQ}{\epsilon R}}{\frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \frac{kQ}{r_0} + \frac{kQ}{\epsilon R}}$$~~

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{\frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \frac{kQ}{r} + \frac{kQ}{\epsilon R}}{\frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \frac{kQ}{r_0} + \frac{kQ}{\epsilon R}} = n_1$$

$$E_k = \frac{LI^2}{2}$$

$$\Phi = LI = BnS$$

$$2ma_{2x} = F_{2x} \cos \alpha_2 - N_2 \sin \alpha_2$$

$$\mathcal{E}_{i1} + \mathcal{E}_{i2} = I(r_1 + r_2)$$

~~$$(B_{k1} + B_1)n_1 S = L_1 I = \Phi_1$$~~

$$(B_{k2} + B_2)n_2 S = L_2 I = \Phi_2$$

$$\mathcal{E}_{i1} + \mathcal{E}_{i2} = 0$$

$$\left( \alpha + \frac{dB_1}{dt} \right) n_1 S = L_1 \frac{dI}{dt}$$

$$-B_1 n_1 S = B_2 n_2 S$$

$$B_2 n_2 S = L_2 \dot{I}$$

$$\alpha = L_1 \dot{I} + L_2 \dot{I} \rightarrow \dot{I} = \frac{\alpha}{L_1 + L_2}$$

12  
42  
-9  
33



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\mathcal{E}_{i1} + \mathcal{E}_{i2} = 0$$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{dB}{dt} \cdot \sum S_{ni}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = -\frac{k S_{ni}}{R}$$

$$A_{\text{внешн}} = \Delta E_{\text{суст}}$$

$$\approx \frac{L_1 I^2}{2} + \frac{L_2 I^2}{2} \quad \alpha > 0$$

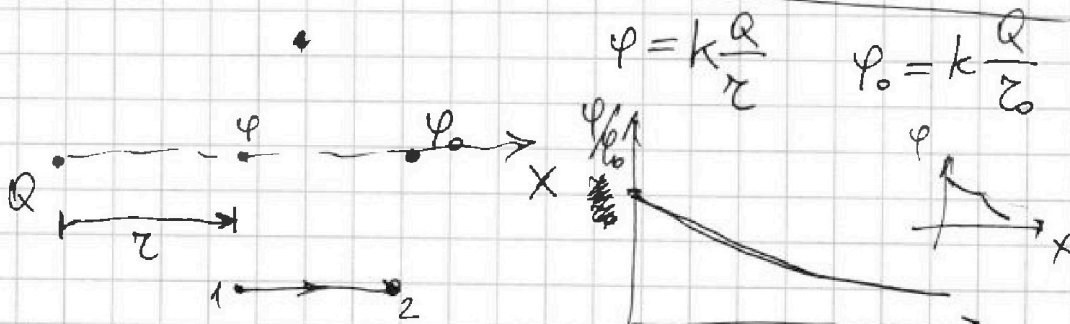
$$A_{\text{внешн}} = ?$$

$$\Phi = \Phi_{\text{внешн}} + \Phi_{\text{внутр}}$$

$$\frac{d\Phi_{\text{внешн}}}{dt} - \frac{d\Phi_{\text{внутр}}}{dt} = \dots$$

$$\frac{dB_{\text{вн}}}{dt} S_{n1} + \frac{dB_{\text{вн}}}{dt} S_{n1} = \frac{dB_{\text{вн}}}{dt} S_{n2} + \frac{dB_{\text{вн}}}{dt} S_{n2}$$

$$\alpha + \frac{dB_1}{dt} S_n = \frac{dB_2}{dt} S_n$$

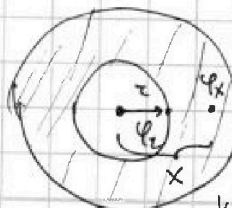
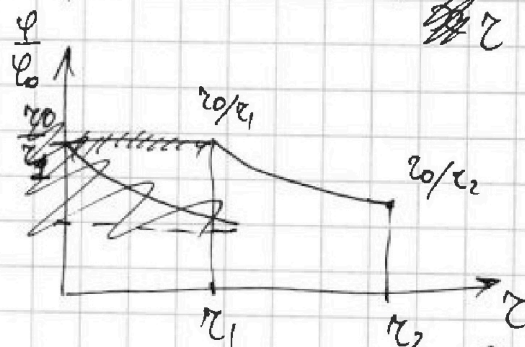


$$E = \frac{F}{q} \quad E = k \frac{Q}{r^2}$$

$$d\Phi = -E dz = -\frac{kQ}{r^2} dz$$

$$\Phi(r) - \Phi(r_0) = -\frac{kQ}{\epsilon} \int_{r_0}^r \frac{dz}{z^2}$$

$$\Phi(r) - \Phi(r_0) = \frac{kQ}{\epsilon} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)$$



$$\Phi_r - \Phi_x = \frac{kQ}{\epsilon} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)$$

$$\Phi_r - \Phi_x = \frac{kQ}{\epsilon} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)$$



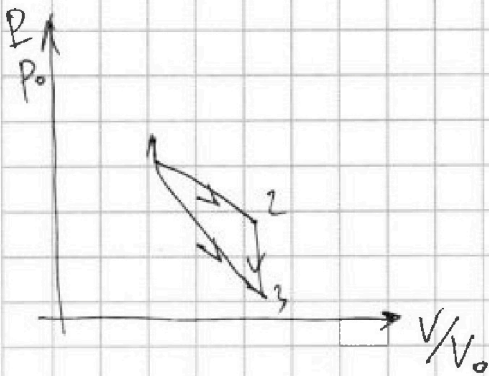


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (p_2 V_2 - p_1 V_1)$$

$$A_{210} = \frac{1}{2} \cdot \Delta V_{31} (p_2 - p_3)$$

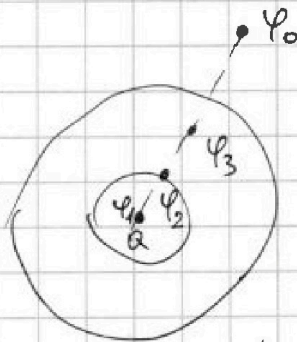
$$m_1 = \frac{\Delta U_{12}}{A_{210}}$$

$pV = \nu RT$   
 $T = \text{max}, (pV) = \text{max}$

$$p_0 \left( \frac{V}{V_0} \right) = p_1 - k \frac{\Delta V}{V_0}$$

$$2p_0 \cdot V - \frac{V^2 p_0}{2V_0} = \text{const}$$

$$\epsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{dB \cdot S}{dt}$$



$$\epsilon_{i1} + \epsilon_{i2} = 0$$

$$Q_{12} = 9p_0 V_0 + \frac{1}{2} (8+6)p_0 (14-8)V_0 =$$

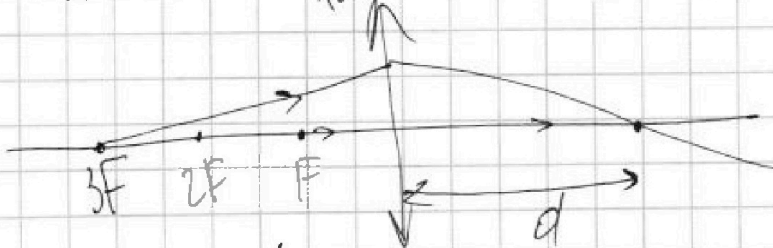
$$\frac{72}{28} = \frac{36}{14} = \frac{18}{7_2}$$

$$= 9 + 7 \cdot 6 = \frac{105}{25} = \frac{21}{5}$$

$$Q_{31} =$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{3f} + \frac{1}{f} + \frac{100}{50} = \frac{600}{600} + \frac{200}{3}$$

$$f = \frac{3f}{2}$$



$$\frac{R_1}{\frac{4}{6}} = \frac{z'}{\frac{54}{6}}, \quad z' = 5R_1 = 5 \cdot \frac{z}{3} = \frac{5}{3}z$$

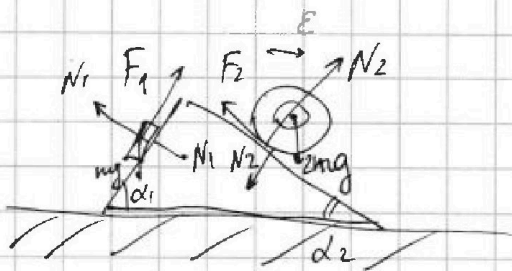


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



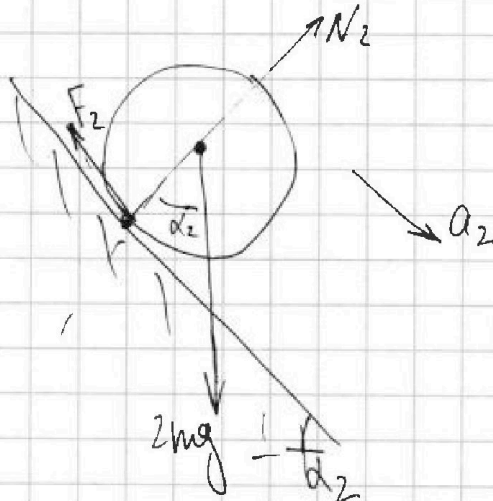
$$\varepsilon = \frac{a_2}{R}$$

$$2m \cdot R^2 \cdot \varepsilon = F_2 \cdot R$$

$$2ma_2 = F_2$$

$$2mR^2 \cdot \frac{a_2}{R} = F_2 \cdot R$$

$$2ma_2 = 2mgs \sin \alpha_2 - F_2$$



$$2ma_2 = 2mgs \sin \alpha_2 - F_2 \quad \frac{10}{13} - \frac{1}{4}$$

$$2m \cdot R = N_2 - 2mg \cos \alpha_2 \quad \frac{40-13}{52} = \frac{27}{52}$$

$$(2mR^2 + 2mR^2) \frac{a_2}{R} = 2mgs \sin \alpha_2 \cdot R$$

$$4ma_2 = 2mgs \sin \alpha_2$$

$$2ma_2 = \frac{1}{2} mgs \sin \alpha_2$$

$$2m \cdot \frac{9}{4} = \frac{1}{2} mg \frac{5}{13}$$

$$2mR^2 \cdot \frac{a_2}{R} + \frac{F_2 R^2}{R} = 2mgs \sin \alpha_2 R$$

$$2ma_2 + F_2 = 2mgs \sin \alpha_2$$

$$2mg(2mR^2 + I) \frac{a_2}{R} = 2mgs \sin \alpha_2 R$$

$$I \frac{a_2}{R} = F_2 \cdot R$$

$$F_2 = \frac{I a_2^2}{R^2} \quad \frac{52 \cdot 2}{27}$$

$$I = \frac{F_2 R^2}{a_2}$$

$$d\varphi = \frac{1}{2} \frac{kaR}{\varepsilon r^2} dr$$

$$\varphi_K - \varphi_H = \frac{kaR}{\varepsilon}$$