



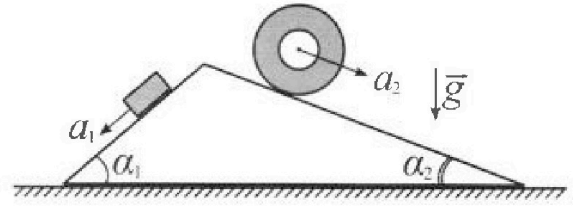
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-01



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 5g/13$  и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой  $4m$  с ускорением  $a_2 = 5g/24$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1$  ( $\sin \alpha_1 = 3/5$ ,  $\cos \alpha_1 = 4/5$ ) и  $\alpha_2$  ( $\sin \alpha_2 = 5/13$ ,  $\cos \alpha_2 = 12/13$ ). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

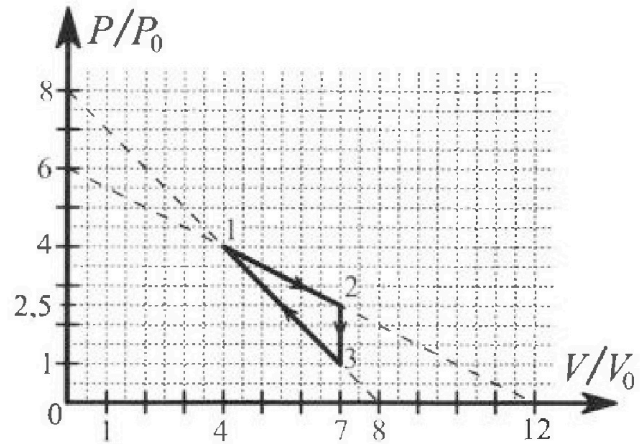


- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.

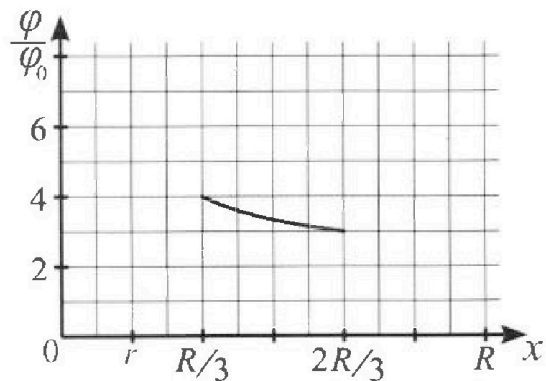
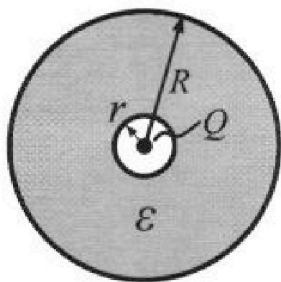
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\varphi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.). Здесь  $\varphi_0$  — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными  $r$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = R/4$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .





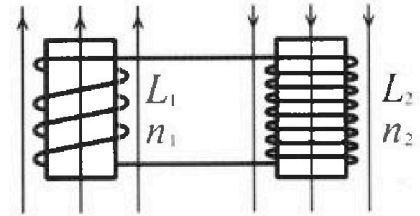
Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2024

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

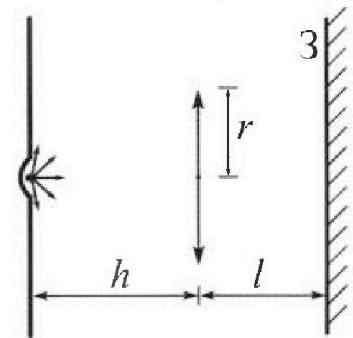


4. Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 4L$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 2n$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью  $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$ , а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $B_0/2$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $2B_0$  до  $2B_0/3$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = h/2$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 3$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = 2h/3$  расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в  $[\text{см}^2]$  в виде  $\gamma\pi$ , где  $\gamma$  - целое число или простая обыкновенная дробь.



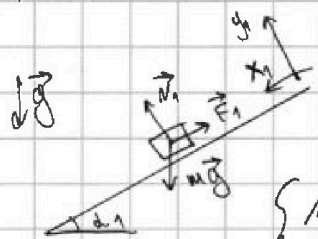
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

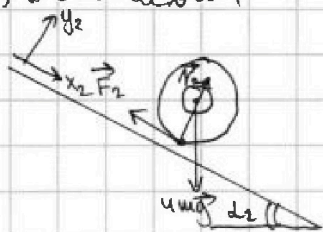
1) Расставим сил, действующих на брусок (см. рис.):



Запишем второй закон Ньютона в ИСО земли в проекции на оси  $x_1$  и  $y_1$ :

$$\begin{cases} N_1 = mg \cos \alpha_1 \\ m a_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1 \Rightarrow F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) = m(g \cdot \frac{3}{5} - \frac{5g}{13}) = mg \cdot \frac{39 - 25}{65} = \frac{14mg}{65} \end{cases}$$

2) Расставим сил, действующих на полый цилиндр (см. рис.):

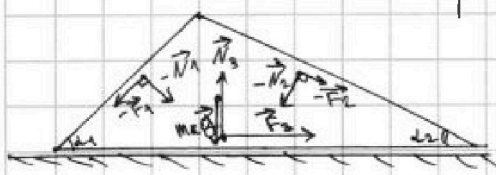


Запишем второй закон Ньютона в ИСО земли в проекции на оси  $x_2$  и  $y_2$ :

$$\begin{cases} N_2 = 4mg \cos \alpha_2 \\ 4m a_2 = 4mg \sin \alpha_2 - F_2 \Rightarrow F_2 = 4m(g \sin \alpha_2 - a_2) = 4m(g \cdot \frac{5}{13} - \frac{5g}{24}) = 20mg(\frac{1}{13} - \frac{1}{24}) = \frac{20mg(24-13)}{24 \cdot 13} = \frac{5 \cdot 11mg}{13 \cdot 6} = \frac{55mg}{78} \end{cases}$$

3) Расставим сил, действующих на клин (см. рис.):  
( $m_k$  - масса клина)

Запишем второй закон Ньютона в ИСО земли в проекции на горизонтальную ось:



$$\begin{aligned} -F_1 \cos \alpha_1 + N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 + F_2 \cos \alpha_2 + F_3 = 0 \\ F_3 = F_1 \cos \alpha_1 - N_1 \sin \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 - F_2 \cos \alpha_2 = \\ = \frac{14}{65} \cdot \frac{4}{5} - \frac{14}{65} \cdot \frac{4}{5} = F_1 \cos \alpha_1 - mg \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 + \\ + N_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} = F_1 \cos \alpha_1 - mg \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 + 4mg \cos \alpha_2 \sin \alpha_2 - F_2 \cos \alpha_2 = mg \left( \frac{14}{65} \cdot \frac{4}{5} - \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} + 4 \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{12}{13} - \frac{55}{78} \cdot \frac{12}{13} \right) = mg \left( \frac{4}{25} \left( \frac{14}{13} - 3 \right) + \frac{5 \cdot 12}{13^2} \left( 4 - \frac{11}{6} \right) \right) = \\ = mg \left( \frac{4}{25} \cdot \left( -\frac{25}{13} \right) + \frac{5 \cdot 12}{13^2} \cdot \frac{13}{6} \right) = mg \left( -\frac{4}{13} + \frac{5 \cdot 2}{13} \right) = \frac{6mg}{13} \end{aligned}$$

Ответ: 1)  $F_1 = \frac{14mg}{65}$ ; 2)  $F_2 = \frac{55mg}{78}$ ; 3)  $F_3 = \frac{6mg}{13}$ .



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

III. И. газ одноатомный,  $i=3$ . Пусть количество вещества газа равно 1 моль.

1) III. е. работа газа ~~численно~~ в цикле численно равна площади цикла в  $pV$ -координатах:

$$A = (p_2 - p_3)(V_2 - V_1) \cdot \frac{1}{2} = (2,5 p_0 - p_0)(7V_0 - 4V_0) \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} p_0 V_0 = \frac{9}{4} p_0 V_0$$

$$|\Delta U_{23}| = |U_3 - U_2| = \left| \frac{i}{2} (p_3 V_3 - p_2 V_2) \right| = \left| \frac{3}{2} (p_0 \cdot 7V_0 - 2,5 p_0 \cdot 7V_0) \right| =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 7 p_0 V_0 = \frac{63}{4} p_0 V_0$$

$$\text{Погда } \frac{|\Delta U_{23}|}{A} = \frac{\frac{63}{4} p_0 V_0 \cdot 4}{4 \cdot 9 p_0 V_0} = \frac{63}{9} = 7.$$

2) Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона для состояния 1:

$$p_1 V_1 = \nu R T_1 \Rightarrow p_0 \cdot 4V_0 = \nu R T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{4 p_0 V_0}{R}$$

Если зависимость  $\frac{p}{p_0} \left( \frac{V}{V_0} \right)$  в процессе 1-2:

$$\frac{p}{p_0} = k_1 \frac{V}{V_0} + b_1$$

Подставив точку  $(0; 6)$ , получаем, что  $b_1 = 6$ . Подставив точку  $(2; 0)$ , получаем, что  $k_1 = -\frac{1}{2}$ . III. е.  $\frac{p}{p_0} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{V}{V_0} + 6$ .

III. е. по закону Менделеева-Клапейрона,  $pV = \nu RT$  (для любой точки данной процесса), то  $T \propto pV \Rightarrow T \propto \frac{p}{p_0} \cdot \frac{V}{V_0} \Rightarrow T \propto \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{V}{V_0} \right)^2 + 6 \frac{V}{V_0} \right)$ . III. е.

$T \propto V^2$   $T(V)$  зависит квадратично. III. е. график  $T(V)$  представляет собой параболу с ветвями вниз, максимальные  $T$  достигается в ее вершине. Сечен в этой точке равен  $V_{01} = -\frac{6}{-\frac{1}{2}} V_0 = 6V_0$  (немудрено видеть, что эта точка принадлежит процессу 1-2). Подставим  $V_{01}$  в зависимость  $\frac{p}{p_0} \left( \frac{V}{V_0} \right)$ , получим, что  $p_{01} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{6V_0}{V_0} \cdot p_0 + 6 p_0 = 3 p_0$ . Погда, по закону Менделеева-Клапейрона,  $\nu R T_{01} = p_{01} V_{01} \Rightarrow$

$$\Rightarrow T_{01} = \frac{p_{01} V_{01}}{\nu R} = \frac{3 p_0 \cdot 6V_0}{\nu R} = \frac{18 p_0 V_0}{\nu R}. \text{ Погда } \frac{T_{01}}{T_1} = \frac{18 p_0 V_0 \nu R}{4 p_0 V_0 \nu R} = \frac{9}{2}.$$

3) Найдем зависимость  $\frac{p}{p_0} \left( \frac{V}{V_0} \right)$  в процессе 3-1:

$$\frac{p}{p_0} = k_2 \frac{V}{V_0} + b_2$$

Подставив точку  $(0; 8)$ , получаем, что  $b_2 = 8$ . Подставив точку  $(8; 0)$ , получаем, что  $k_2 = -1$ . III. е.  $\frac{p}{p_0} = -\frac{V}{V_0} + 8$ .

Аналогично пункту (2) получаем, что  $T \propto \frac{p}{p_0} \cdot \frac{V}{V_0} \Rightarrow T \propto \left( -\left( \frac{V}{V_0} \right)^2 + 8 \frac{V}{V_0} \right)$ .

III. е. максимальное значение температуры достигается при  $V_{02} = -\frac{8}{-2} V_0 = 4V_0$  (немудрено видеть, что эта точка принадлежит процессу 3-1). III. е. в процессе 3-1 температура во время возрастает.

Пусть максимум температура в процессе 1-2 достигается в точке 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Но определению КПД цикла:  $\eta = \frac{A}{Q_+} = \frac{A}{Q_- + A}$ . При этом  $Q_- = Q_{12} + Q_{23}$ , т.к. газ отдает тепло в процессах 1-2 и 2-3

Знайдем I начало термодинамики для всех участков цикла:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} \quad (\Delta U_{12} > 0, A_{12} > 0 \Rightarrow Q_{12} > 0)$$

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} \quad (\Delta U_{23} < 0, A_{23} > 0)$$

$$Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31} \quad (\Delta U_{31} > 0, A_{31} < 0 \Rightarrow Q_{31} < 0)$$

$$Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31} \quad (\Delta U_{31} > 0, A_{31} < 0)$$

Определим знаки  $Q_{12}$  и  $Q_{31}$ :

$$\Delta U_{12} = U_2 - U_1 = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = -\frac{3}{2} p_0 V_0 (3 \cdot 6 - 2,5 \cdot 7) = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} p_0 V_0 = -\frac{3 p_0 V_0}{4}$$

$$A_{12} = \frac{1}{2} (V_2 - V_1) (p_1 + p_2) = \frac{1}{2} p_0 V_0 (7 - 6) (2,5 + 3) = \frac{11}{4} p_0 V_0$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = -\frac{3}{4} p_0 V_0 + \frac{11}{4} p_0 V_0 = 2 p_0 V_0 > 0$$

$$\Delta U_{31} = U_1 - U_3 = \frac{3}{2} (p_1 V_1 - p_3 V_3) = \frac{27}{2} p_0 V_0$$

$$A_{31} = -(V_3 - V_1) p_1 = -3 V_0 \cdot \frac{4+1}{2} p_0 = -\frac{15}{2} p_0 V_0$$

$$Q_{31} = A_{31} + \Delta U_{31} = \left(\frac{27}{2} - \frac{15}{2}\right) p_0 V_0 = 6 p_0 V_0 > 0.$$

Т.е.  $Q_- = Q_{23}$ .

$$Q_{23} = \Delta U_{23} = U_3 - U_2 = -\frac{3}{2} p_0 V_0 (2,5 - 1) \cdot 7 =$$

$$\text{Из пункта (1)} \quad \Delta U_{23} = -\frac{63}{4} p_0 V_0. \text{ Тогда } \eta = \frac{\frac{9}{4} p_0 V_0}{\left(-\frac{63}{4} p_0 V_0\right) + \frac{9}{4} p_0 V_0} = \frac{9}{63+9} = \frac{1}{8} = 12,5\%.$$

Ответ: 1)  $\frac{|\Delta U_{23}|}{A} = 7$ ; 2)  $\frac{T_{01}}{T} = \frac{2}{8}$ ; 3)  $\eta = \frac{1}{8} = 12,5\%$ .



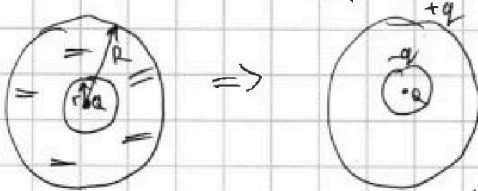
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Заметим систему «заряд + полый шар + диэлектрик» на эквивалентно ей системе «заряд + сфера + сфера» (см. рис.)



т.к. объем суммарный заряд не изменился, заряды малой и большой сфер равны по модулю и противоположны по знаку. Найдем \$q\$, записав формулу для

напряженности поля в диэлектрике и между сферами (т.к. системы эквивалентны,  $E_1 = E_2$ ):

$$E_1 = \frac{kQ}{\epsilon r_0^2} \quad (r < r_0 < R)$$

$$E_2 = \frac{kQ}{r_0^2} - \frac{kq}{r_0^2} \Rightarrow \frac{kQ}{\epsilon r_0^2} = \frac{kQ}{r_0^2} - \frac{kq}{r_0^2} \Rightarrow \frac{Q}{\epsilon} = Q - q \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = Q - \frac{Q}{\epsilon} = Q \cdot \frac{\epsilon - 1}{\epsilon}$$

(по принципу суперпозиции)

Тогда потенциал внутри диэлектрика при  $x = \frac{R}{\epsilon}$  будет равен  $\varphi_x =$

$$= \frac{kQ}{x} - \frac{kq}{x} + \frac{kq}{R} = \frac{kQ}{R} - \frac{kq}{R} + \frac{kq}{R} = \frac{kQ}{R} - \frac{kq}{R} + \frac{kq}{R} = \frac{kQ}{R} - \frac{3kq}{R} = \frac{kQ}{R} - \frac{3kQ(\epsilon - 1)}{R\epsilon} =$$

$$= \frac{kQ}{R} \left( 1 - \frac{3(\epsilon - 1)}{\epsilon} \right) = \frac{kQ(\epsilon + 3)}{R\epsilon}$$

2) т.к., уходя от центра шара, при  $x = \frac{R}{\epsilon}$  мы уже находимся в диэлектрике, но при  $a_1 = \frac{R}{3}$  и  $a_2 = \frac{2R}{3}$  мы также находимся в диэлектрике (но это указывают точки отсчета в исходном графике).

Запишем потенциалы точек  $A_1$  и  $A_2$ , исходя из принципа суперпозиции:

$$\varphi_1 = \frac{kQ}{a_1} - \frac{kq}{a_1} + \frac{kq}{R} = \frac{3kQ}{R} - \frac{3kq}{R} + \frac{kq}{R} = \frac{3kQ}{R} - \frac{2kq}{R} = \frac{kQ}{R} \left( 3 - \frac{2(\epsilon - 1)}{\epsilon} \right) =$$

$$= \frac{kQ}{R} \cdot \frac{3\epsilon - 2\epsilon + 2}{\epsilon} = \frac{kQ(\epsilon + 2)}{R\epsilon} = 4\varphi_0$$

$$\varphi_2 = \frac{kQ}{a_2} - \frac{kq}{a_2} + \frac{kq}{R} = \frac{3kQ}{2R} - \frac{3kq}{2R} + \frac{kq}{R} = \frac{3kQ}{2R} - \frac{kq}{2R} = \frac{kQ}{2R} \left( 3 - \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \right) =$$

$$= \frac{kQ}{2R} \cdot \frac{(3\epsilon - \epsilon + 1)\epsilon}{\epsilon} = \frac{kQ(2\epsilon + 1)}{2R\epsilon} = 3\varphi_0$$

Тогда  $\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{(\epsilon + 2)2\epsilon}{\epsilon(2\epsilon + 1)} = \frac{4\varphi_0}{3\varphi_0} \Rightarrow \frac{2(\epsilon + 2)}{2\epsilon + 1} = \frac{4}{3} \Rightarrow 8\epsilon + 4 = 6\epsilon + 12 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2\epsilon = 8 \Rightarrow \epsilon = 4$$

Ответ: 1)  $\varphi_x = \frac{kQ(\epsilon + 3)}{R\epsilon}$ ; 2)  $\epsilon = 4$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) По закону Фарадея, в первой катушке будет возникать ЭДС индукции, по модулю равная  $\mathcal{E}_i = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{S \Delta B}{\Delta t} = \frac{S n_1 \Delta B}{\Delta t} = S n_1 \dot{B}$ .  
Тогда, если скорость изменения тока равна  $I'$ , то:  $\dot{B} = \mu_0 I'$

$$I' L_{\text{общ}} = \mathcal{E}_i$$

$$I' (L_1 + L_2) = \mathcal{E}_i$$

$$I' = \frac{\mathcal{E}_i}{L_1 + L_2} = \frac{S n_1 \dot{B}}{L_1 + L_2}$$

2) Пусть ток в каждой катушке равен  $I$ . Тогда суммарный ток через катушки равен  $\Phi = L_{\text{общ}} I = (L_1 + L_2) I$ .

$$\text{Но при этом } \Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = n_1 S \cdot \frac{B_0}{2} + n_2 S \cdot \frac{2B_0}{3} = \frac{B_0 n S}{2} + \frac{4 B_0 n S}{3} = \frac{11 B_0 n S}{6}$$

$$\text{Тогда } I (L_1 + L_2) = \frac{11 B_0 n S}{6} \Rightarrow I = \frac{11 B_0 n S}{6(L_1 + L_2)}$$

$$\text{Ответ: } 1) I' = \frac{S n_1 \dot{B}}{L_1 + L_2}; \quad 2) I = \frac{11 B_0 n S}{6(L_1 + L_2)}$$



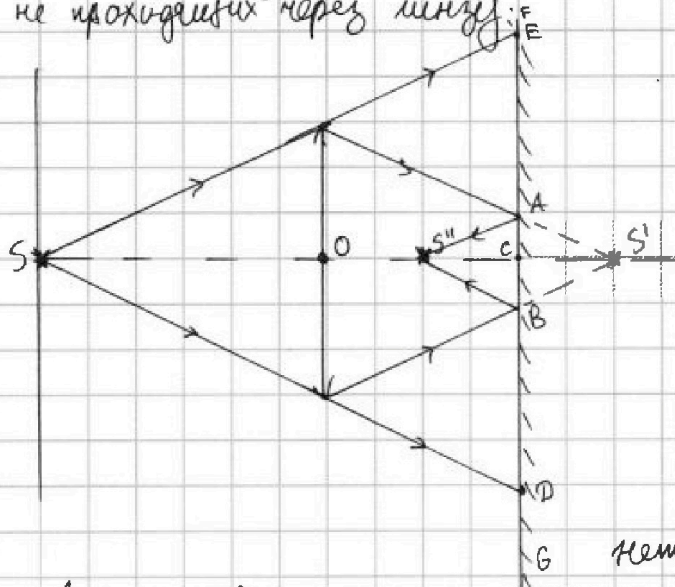
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Изобразим ход крайних лучей, проходящих через линзу, и крайних лучей, не проходящих через линзу.

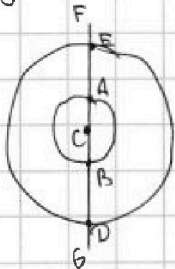


Для этого найдем расстояние от линзы до изображения лампы  $S'$  в случае симметричной зеркала:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f_1} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{1}{2F} + \frac{1}{f_1} \Rightarrow f_1 = 2F \quad (f_1 > l)$$

действительное изображение лампы  $S''$  будет симметрично  $S'$  относительно зеркала.

Нетрудно видеть, что область AB будет освещена, области AE и BD будут неосвещены, области EF и DG будут освещены. При этом освещенные и неосвещенные области имеют вид концентрических кругов (см. рис.):



Из геометрии найдем AC и AE:

$$AC = r \cdot \frac{S'C}{S'O} = \frac{r(2F-l)}{2F} = \frac{2rF}{3 \cdot 2F} = \frac{r}{3} = 1 \text{ (см)}$$

$$CE = r \cdot \frac{SC}{SO} = r \cdot \frac{h+l}{h} = \frac{5}{3}r = 5 \text{ (см)}$$

Площадь illuminated области будет равна  $S_1 = \pi \cdot CE^2 - \pi \cdot AC^2 = \pi(CE^2 - AC^2) = \pi(5^2 - 1^2) = 24\pi \text{ (см}^2\text{)}$ .

2) Изобразим дальнейший ход лучей  $AS''$  и  $BS''$ , и найдем дальнейший ход лучей от  $S''$  (ход луча SE будет симметричен ему относительно  $F$  и  $O$  линзы). Для этого найдем расстояние от линзы до изображения  $S'''$  действительного источника  $S''$ :

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{l-(2F-l)} + \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{3}{2F} + \frac{1}{f_2} \Rightarrow f_2 = -2F. \text{ т.е. изображение } S''' \text{ мнимое и совпадает с } S'.$$

Нетрудно видеть, что область  $SB''$  и  $D'F'$  будет освещена, а область  $DB''$  будет неосвещена. Освещенные и неосвещенные области в этом случае будут иметь такой же вид концентрических кругов, как в пункте (1).

Из геометрии найдем  $SB''$  и  $SD'$ .

$$SB'' = OB' \cdot \frac{S'S'}{S'O} = r \cdot \frac{S'S'}{S'O} = \frac{r}{3} \cdot \frac{4F}{2F} = \frac{2r}{3} = 2 \text{ (см)}$$



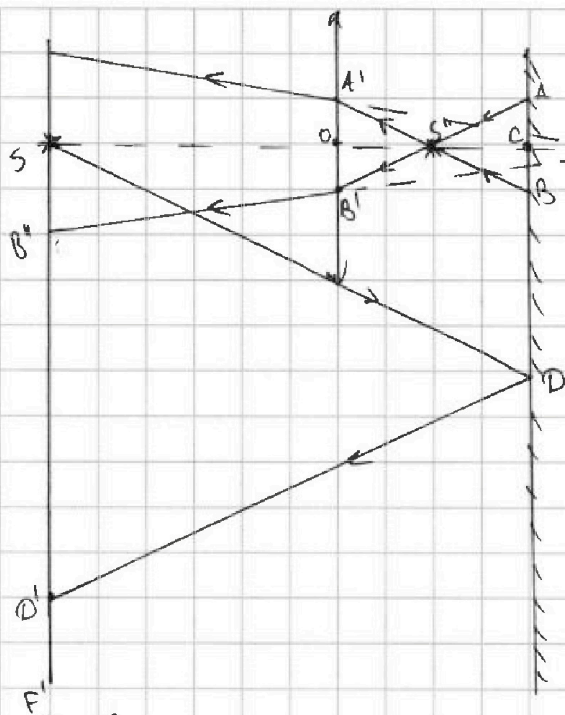


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$SD' = 2CD = 2 \cdot r \cdot \frac{SC}{SO} = 2r \cdot \frac{h+l}{n} =$$
$$= \frac{10r}{3} = \frac{10 \cdot 3}{3} = 10 \text{ (см)}$$

тогда  $S_2 = \pi \cdot SD'^2 - \pi \cdot BS'^2 =$   
 $= \pi (SD'^2 - S'B'^2) = \pi (10^2 - 2^2) =$   
 $= 96\pi \text{ (см}^2\text{)}$

Ответ: 1)  $S_1 = 24\pi \text{ (см}^2\text{)}$ ; 2)  $S_2 = 96\pi \text{ (см}^2\text{)}$ .

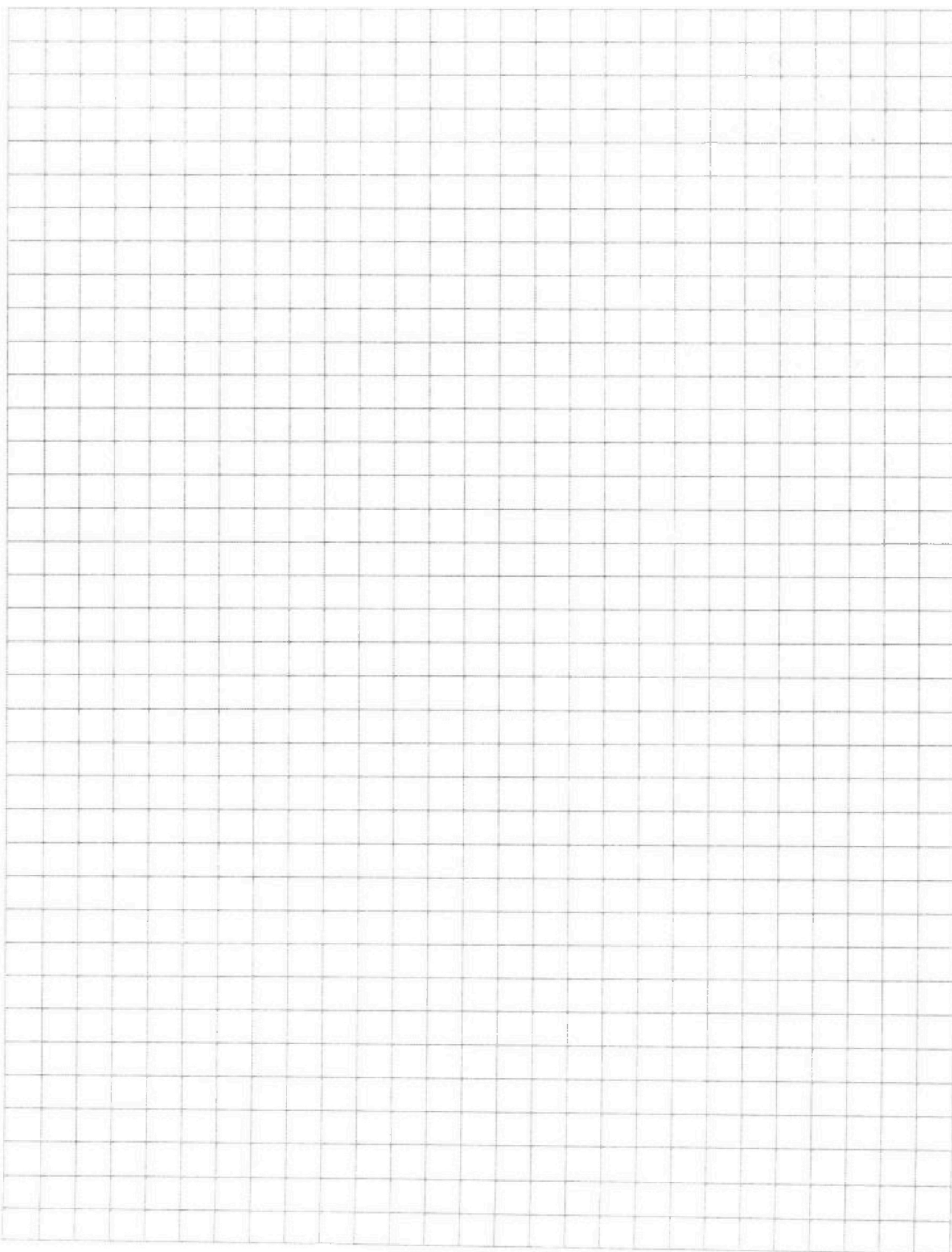


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



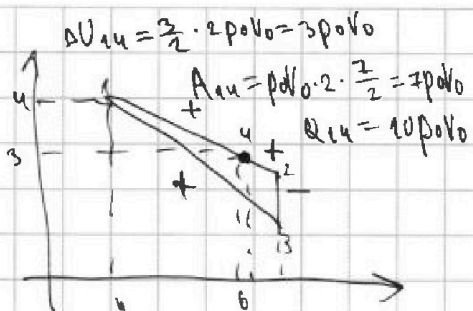


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{p}{\rho} \left( \frac{V}{V_0} \right)_{31} = -V + 8$$

$$T(V)_{31} = -V^2 + 8V$$

$$V_{00} = \frac{-8}{-2} = 4$$

$$\Delta U_{12} + \Delta U_{23} + \Delta U_{31} =$$

$$= -\frac{3}{2}(10\rho V_0 - 7\rho V_0)$$

$$= -\frac{3}{2}\rho V_0$$

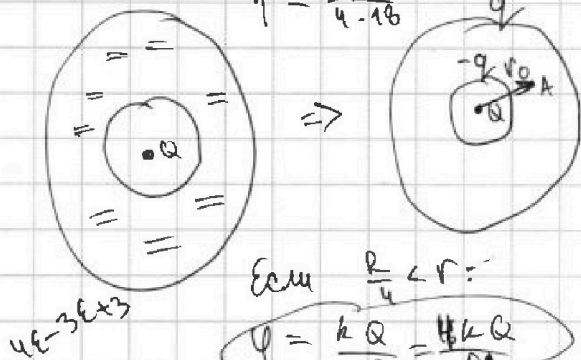
$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2}(10\rho V_0 - 17.5) = -\frac{3}{4}$$

$$Q_{-} = \Delta U_{12} + A_{12} + \Delta U_{23} = -\rho V_0 \left( \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{2} + 1 \cdot \frac{3+2.5}{2} \right) = -\rho V_0 \left( \frac{21}{4} + \frac{11}{4} \right) = -8\rho V_0$$

$$\eta = \frac{A_{12}}{Q_{+}} = \frac{A_{01}}{A_{01} + |Q_{-}|} = \frac{A_{01}}{A_{01} - Q_{-}} = \frac{9}{4\left(\frac{9}{4} + 8\right)} = \frac{9}{9 + 32} = \frac{9}{41}$$

$$Q_{+} = \rho V_0(10 + 2 + 6) = 18\rho V_0$$

$$\eta = \frac{9}{4 \cdot 18}$$



$$E_A = \frac{kQ}{r_0^2} - \frac{kq}{r_0^2} = \frac{kQ}{\epsilon r_0^2}$$

$$Q - q = \frac{Q}{\epsilon}$$

$$Q \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) = q$$

$$Q \cdot \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} = q$$

$$\frac{kQ}{R} \cdot \frac{\epsilon - 2}{\epsilon} = 4$$

$$\frac{kQ}{R} \cdot \frac{2\epsilon - 1}{2\epsilon} = 3$$

$$\frac{(\epsilon - 2) \cdot 2}{2\epsilon - 1} = \frac{4}{3}$$

Если  $\frac{R}{4} < r$ :

$$\varphi = \frac{kQ}{x^*} = \frac{4kQ}{R^*}$$

Если  $\frac{R}{4} > r$ :

$$\varphi = \frac{kQ}{x^*} + \frac{kq}{x^*} = \frac{4k}{R^*} (Q - q) = \frac{4k}{R^*} \cdot Q \left(1 - \frac{\epsilon - 1}{\epsilon}\right) = \frac{4kQ}{R^* \epsilon}$$

$$6\epsilon - 12 = 8\epsilon - 4$$

$$2\epsilon = -2$$

На графике нет изломов  $\Rightarrow r < \frac{R}{3}$

$$\varphi_1 = \frac{kQ}{\frac{R}{3}} - \frac{kq}{\frac{R}{3}} = \frac{3kQ}{R\epsilon}$$

$$\varphi_2 = \frac{kQ}{\frac{2R}{3}} - \frac{kq}{\frac{2R}{3}} = \frac{3kQ}{2R\epsilon}$$

$$\varphi_1 = \frac{kQ}{\frac{R}{3}} - \frac{kq}{\frac{R}{3}} + \frac{kq}{R} = \frac{3kQ}{R} - \frac{2kq}{R} = \frac{kQ}{R} \left(3 - \frac{2\epsilon - 2}{\epsilon}\right) = \frac{kQ}{R} \frac{\epsilon - 2}{\epsilon}$$

$$\varphi_2 = \frac{kQ}{\frac{2R}{3}} - \frac{kq}{\frac{2R}{3}} + \frac{kq}{R} = \frac{3kQ}{2R} - \frac{2kq}{2R} = \frac{kQ}{R} \left(\frac{3}{2} - \frac{\epsilon - 1}{2\epsilon}\right) = \frac{kQ}{R} \frac{2\epsilon - 1}{2\epsilon}$$

$$\frac{3kQ}{R} = \varphi_1 = 4\varphi_0$$

$$\frac{3}{2} \frac{kQ}{R\epsilon} = \varphi_2 = 3\varphi_0$$

$$\frac{4\varphi_0}{2\epsilon} = 3\varphi_0$$

$$\epsilon = \frac{2}{3}$$

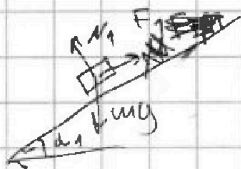


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1



$$N_1 = mg \cos \alpha_1$$

$$mg \sin \alpha_1 - F_1 = ma_1$$

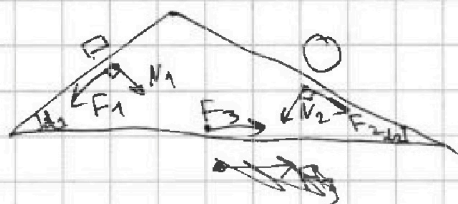
$$F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) = mg \left( \frac{3}{5} - \frac{5}{13} \right) = \frac{mg \cdot 14}{65}$$



$$N_2 = 4mg \cos \alpha_2$$

$$4mg \sin \alpha_2 - F_2 = 4ma_2$$

$$F_2 = 4m(g \sin \alpha_2 - a_2) = 4mg \left( \frac{5}{13} - \frac{5}{24} \right) = \frac{55mg}{78}$$



$$-F_1 \cos \alpha_1 + N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 + F_2 \cos \alpha_2 + F_3 = 0$$

$$F_3 = F_1 \cos \alpha_1 + N_1 \sin \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 - F_2 \cos \alpha_2 = \frac{14}{65} \cdot \frac{4}{5} - \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} + 4 \cdot \frac{5 \cdot 12}{13^2} - \frac{55}{78} \cdot \frac{12}{13} =$$

$$= mg \left( \frac{4}{25} \left( \frac{14}{13} - 3 \right) + \frac{5 \cdot 12}{13^2} \left( 4 - \frac{11}{6} \right) \right) = mg \left( -\frac{4}{13} + \frac{5 \cdot 2}{13} \right) = \frac{6mg}{13}$$

№2

$$A_0 = 1,5 p_0 \cdot 3V_0 \cdot \frac{1}{2} = 2,25 p_0 V_0 = \frac{9}{4} p_0 V_0$$

$$|\Delta U_{23}| = \frac{1}{2} (2,5 \cdot 7 p_0 V_0 - 7 p_0 V_0) = \frac{3}{2} \cdot \frac{3 \cdot 7}{2} p_0 V_0 = \frac{63}{4} p_0 V_0$$

$$\frac{|\Delta U_{23}|}{A_0} = \frac{63}{9} = 7$$

$$4p_0 \cdot 4V_0 = 4R T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{16 p_0 V_0}{4R}$$

$$\frac{p(V)}{p_0 V_0} = -\frac{1}{2} V + 6 \quad 4 \leq V \leq 7$$

$$T(V)_{12} = -\frac{1}{2} V^2 + 6V \quad V_{00} = \frac{-6}{-1} = 6 \Rightarrow T_{\max} = \frac{18}{4R} = \frac{9}{8}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

15

$D = r$

$BC = \frac{R}{3}$   
 $AC = R \cdot \left( \frac{2h}{3} + h \right) = \frac{5R}{3}$   
 $AB = AC - BC = \frac{4R}{3}$

$S_1 = \pi \left( \frac{16R^2}{9} - \frac{R^2}{9} \right) = \frac{15R^2\pi}{9} = \frac{5\pi R^2}{3} = 15\pi \text{ cm}^2$

$E_1 = \frac{\Delta B S \eta}{\Delta t} = d S \eta$   
 $I' L_{12} = E_1$   
 $I' = \frac{d S \eta}{L_1 + L_2}$

$\frac{q}{2F} = \frac{1}{F} + \frac{3q}{2F}$   
 $\frac{1}{F} = -\frac{1}{2F}$   
 $f = -2F$

$B_1 C_1 = \frac{2R}{3}$   
 $A_1 C_1 = 2AC = \frac{10R}{3}$   
 $S_2 = \pi \left( \frac{100R^2}{9} - \frac{4R^2}{9} \right) = \frac{96\pi R^2}{9} = \frac{32\pi R^2}{3} = 96\pi \text{ cm}^2$

$\varphi_1 = \frac{kQ}{\frac{R}{3}} - \frac{kq}{\frac{R}{3}} + \frac{kq}{R} = \frac{3kQ}{R} - \frac{2kq}{R} = \frac{kQ}{R} (3 - 2 \frac{q}{Q}) = \frac{kQ(\epsilon + 2)}{R\epsilon} = 4\varphi$   
 $\varphi_2 = \frac{kQ}{\frac{2R}{3}} - \frac{kq}{\frac{2R}{3}} + \frac{kq}{R} = \frac{3kQ}{2R} - \frac{kq}{2R} = \frac{kQ}{R} \left( \frac{3}{2} - \frac{\epsilon - 1}{2\epsilon} \right) = \frac{kQ(\epsilon + 1)}{2R\epsilon} = 3\varphi$   
 $\frac{(\epsilon + 2) \cdot 2}{5\epsilon + 1} = \frac{4}{3} \Rightarrow 6\epsilon + 12 = 20\epsilon + 4 \Rightarrow 14\epsilon = 8 \Rightarrow \epsilon = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}?$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

dt

$$I L_1 + I L_2 = \Phi$$

$$\Phi = \frac{B_0}{2} \cdot n S + \frac{2 B_0}{3} \cdot 2 n S$$

$$I = \frac{B_0 n S \left( \frac{1}{2} + \frac{4}{3} \right)}{L_1 + L_2} = \frac{11 B_0 n S}{6 (L_1 + L_2)}$$