

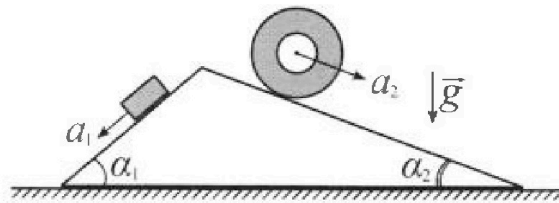
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-03

*В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.*



1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 6g/13$  и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой  $2m$  с ускорением  $a_2 = g/4$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1$  ( $\sin \alpha_1 = 3/5$ ,  $\cos \alpha_1 = 4/5$ ) и  $\alpha_2$  ( $\sin \alpha_2 = 5/13$ ,  $\cos \alpha_2 = 12/13$ ). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

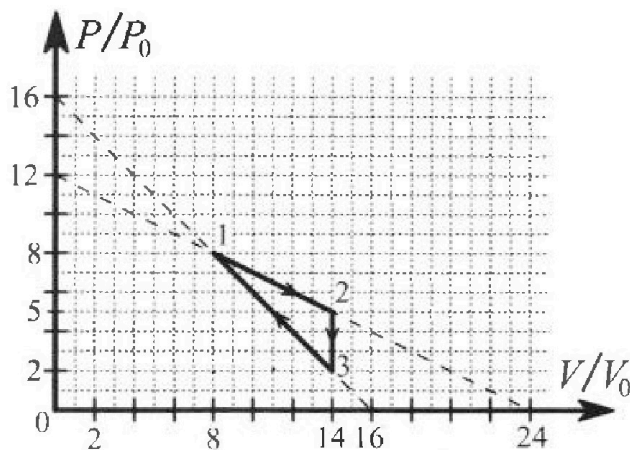


- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с чл словом коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.

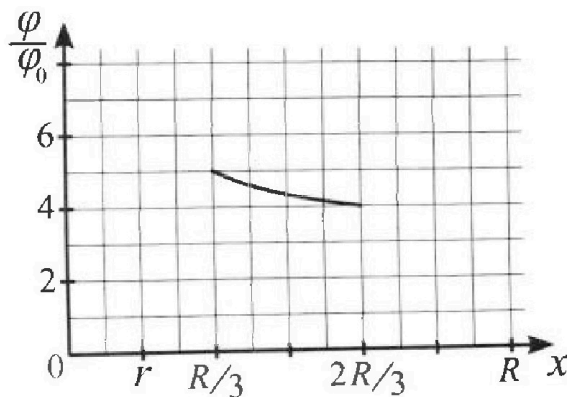
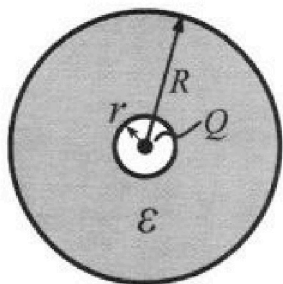
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\varphi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.). Здесь  $\varphi_0$  — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными  $r$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = 5R/6$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .





# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

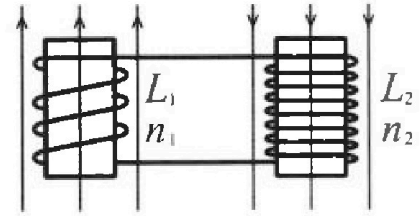
## Вариант 11-03



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

✓

4. Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 16L$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 4n$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.

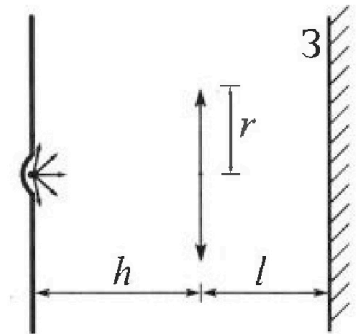


1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью  $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$ , а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?

2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $B_0/3$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $3B_0$  до  $9B_0/4$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

✓

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = h/3$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 5$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = 2h/3$  расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.

2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в  $[\text{см}^2]$  в виде  $\gamma\pi$ , где  $\gamma$  - целое число или простая обыкновенная дробь.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

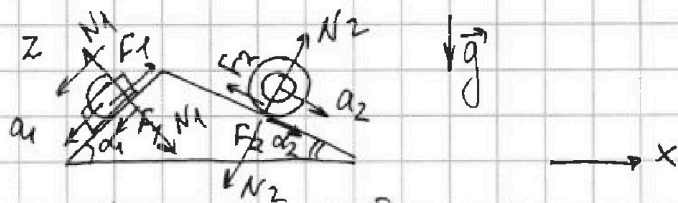
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1

Дано:  $a_1 = \frac{6g}{13}$ ;  $a_2 = \frac{g}{4}$ ;  $\sin \alpha_1 = \frac{3}{5}$ ;  $\cos \alpha_2 = \frac{12}{13}$

Найти:  $F_1$ ;  $F_2$ ;  $F_3$  - ?

Решение:

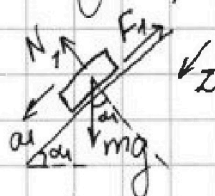


1) Запишем  $\Pi^{\text{II}}$  3-х Ньютона для бруска в проекции на OZ, сонапр. его ускорению  $a_1$ :

$$OZ: ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1$$

$$m \cdot \frac{6g}{13} = mg \cdot \frac{3}{5} - F_1$$

$$F_1 = mg \left( \frac{3}{5} - \frac{6}{13} \right) = mg \frac{39 - 30}{65} = \frac{9}{65} mg$$



2) Рассмотрим движение цилиндра. Запишем для него т.-м. о д-ии центра масс в проекции на сонапр.-е движение:

$$2m \cdot \frac{g}{4} = 2mg \sin \alpha_2 - F_2$$

$$F_2 = 2mg \left( \frac{12}{13} - \frac{1}{4} \right) = 2mg \cdot \frac{20 - 13}{52} = \frac{14}{52} mg = \frac{7}{26} mg$$

3) Центр масс системы покоится  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  по т.м. о д-ии центра масс сумма сил действующих на него равна нулю  $\Rightarrow$  из рав-ва сил, действующих на клин в проекции на горизонтальную ось OX:

$$N_1 \sin \alpha_1 - F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 - N_2 \sin \alpha_2 + F_3 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из  $\vec{n}^{20}$  з-на Альтмана и т-мк орб-шц.м  
на ось перпендикулярную напр-во дви-я  
для груза и цилиндра соств:

$$N_2 = 2mg \cos \alpha_2 ; N_1 = mg \cos \alpha_1$$

Окончательно:

$$N_1 \cdot \frac{3}{5} - F_1 \cdot \frac{4}{5} + F_2 \cdot \frac{12}{13} - N_2 \cdot \frac{5}{13} + F_{3x} = 0$$

$$mg \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} - \frac{9}{65} mg \cdot \frac{4}{5} + \frac{7}{26} mg \cdot \frac{12}{13} - 2mg \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{12}{13} + F_{3x} = 0$$

$$mg \left( \frac{12}{25} - \frac{36}{325} + \frac{84}{2 \cdot 169} - \frac{120}{169} \right) = -F_{3x}$$

$$mg \left( \frac{12 \cdot 13 - 36}{325} + \frac{84 - 240}{2 \cdot 169} \right) = -F_{3x}$$

$$mg \left( \frac{120}{325} - \frac{156}{2 \cdot 13^2} \right) = -F_{3x}$$

$$mg \left( \frac{24}{65} - \frac{12}{26} \right) = -F_{3x}$$

$$mg \left( \frac{24}{65} - \frac{6}{13} \right) = -F_{3x}$$

$$mg \frac{24 - 30}{65} = -F_{3x} \Rightarrow F_{3x} = \frac{6}{65} mg = F_3$$

$$F_3 = \frac{6}{65} mg$$

Ответ:  $F_1 = \frac{9}{65} mg$ ;  $F_2 = \frac{7}{26} mg$ ;  $F_3 = \frac{6}{65} mg$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

Дано:  $\frac{p}{p_0} \left( \frac{V}{V_0} \right)$

Найти:  $\frac{\Delta U}{A_{12}}$ ;  $\frac{T_{\max 12}}{T_3}$ ;  $\eta$

Решение:

1) Для  $m_1$ :

$$p_1 V_1 = \nu R T_1$$

Для  $m_2$ :

$$p_2 V_2 = \nu R T_2$$

Для  $m_3$ :

$$p_3 V_3 = \nu R T_3$$

Из графика:

$$p_1 = 8p_0; V_1 = 8V_0$$

$$p_2 = 5p_0; V_2 = 14V_0$$

$$p_3 = 2p_0; V_3 = 14V_0$$

$$2) \begin{cases} 64p_0 V_0 = \nu R T_1 \\ 70p_0 V_0 = \nu R T_2 \\ 28p_0 V_0 = \nu R T_3 \end{cases}$$

Пусть  $T_0$  - такая  $T$ -ра, что  $7p_0 V_0 = \nu R T_0$ ,  
тогда:

$$T_3 = 4T_0$$

$$T_2 = 10T_0$$

$$T_1 = \frac{64}{7}T_0$$

3) Работу газа за цикл найдём как площадь под графиком отрез.  $\Delta 123$ .

$$A = 3p_0 \cdot 6V_0 \cdot \frac{1}{2} = 9p_0 V_0 > 0 \text{ цикл прямой}$$

$$|\Delta U_{12}| = \left| \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) \right| = \frac{3}{2} (70p_0 V_0 - 64p_0 V_0) =$$

$$= 9p_0 V_0$$

Тогда:

$$\frac{|\Delta U_{12}|}{A} = 1$$

4) П.к. кол-во вещества в процессе постоянно, то температура в процессе 1→2 максимальна, когда максимальное произв.  $p_i V_i$  в точке  $i$  на отрезке  $[5p_0; 8p_0]$   $[8V_0; 14V_0]$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) Ур-е прямой, к-й принаделим отр. 1 → 2:

$$\frac{p}{p_0} = -\frac{3}{6} \cdot \frac{V}{V_0} + 12 \frac{p_0}{p_0}$$

$$\frac{p}{p_0} = -\frac{1}{2} \frac{V}{V_0} + 12$$

$$p = -\frac{1}{2} V \cdot \frac{p_0}{V_0} + 12 p_0$$

6)  $pV = \left(-\frac{1}{2} V \cdot \frac{p_0}{V_0} + 12 p_0\right) V = -\frac{1}{2} V^2 \cdot \frac{p_0}{V_0} + 12 p_0 V$  — ур-е параболы, ветви вниз, тогда:

$$V(T_{\max}) = \frac{-12 p_0}{-2 \cdot \frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0}} = 12 V_0 \in [8V_0, 14V_0]$$

Тогда из ур-я сост-я и графика ( $p(12V_0) = 6p_0$ )

$$12 p_0 \cdot 6 V_0 = \nu R T_{\max, 12}$$

Окончательно:

$$\frac{T_{\max, 12}}{T_3} = \frac{12 p_0 \cdot 6 V_0}{7 \cdot 4 p_0 V_0} = \frac{72}{28} = \frac{18}{7}$$

7) Запишем I<sup>e</sup> начало ТД, предварительно заметив, что в процессе 1 → 2 из рассужд. и. 4-6 Т-ра возрастает до  $A(12V_0; 6p_0) \Rightarrow$  проверим процесс 1 → 2 на кас-е с адиабатой. В адиабат. процессе  $c = 0$ :

$$0 = c_v \nu dT + p dV$$

Из ур-я сост-я в малых приращенях:

$$p dV + V dp = \nu R dT$$

Оконч-но:

$$c_v + \frac{R}{1 + \frac{\nu dp}{p dV}} = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

8) Шаг 1:  $a_v = \frac{3}{2} R \Rightarrow$  (за бесконечности)

$$1 + \frac{v dp}{p dV} = -\frac{2}{3}$$

$$\frac{v dp}{p dV} = -\frac{5}{3}$$

из н.с:  $\frac{dp}{dV} = -\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0}$

$$\frac{V_k}{p_k} \cdot -\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} = -\frac{5}{3}$$

$$\frac{V_k}{p_k} = \frac{10}{3} \cdot \frac{V_0}{p_0}, \text{ где } p_k, V_k - \text{ координаты точки касания с адiabатой}$$

9)  $p_k = \left(\frac{10}{3} \frac{V_0}{p_0}\right)^{-1} \cdot V_k = \frac{3}{10} \frac{p_0}{V_0} V_k$

$$\frac{3}{10} p_0 \cdot \frac{V_k}{V_0} = -\frac{1}{2} \frac{p_0}{V_0} V_k + 12 p_0$$

$$\frac{8}{10} p_0 \cdot \frac{V_k}{V_0} = 12 p_0$$

$$V_k = \frac{120}{8} V_0 = 15 V_0 - \text{вне стр. } [8V_0, 14V_0]$$

10) Шаг из  $I^{20}$  канала  $\nabla \Delta_i$ :

$$\begin{aligned} Q_+ = Q_{12} &= \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + \mathcal{A}_{12} = \\ &= \frac{3}{2} (70 p_0 V_0 - 64 p_0 V_0) + \frac{8 p_0 + p_0}{2} \cdot 6 V_0 = \\ &= \frac{3}{2} \cdot 6 p_0 V_0 + 39 p_0 V_0 = 48 p_0 V_0 \end{aligned}$$

11) По определению КПД:

$$\eta = \frac{\mathcal{A}}{Q_+} = \frac{9}{48} = \frac{3}{16}$$

Ответ:  $\frac{|Q_{12}|}{\mathcal{A}} = 1$ ;  $\frac{T_{\max 12}}{T_3} = \frac{18}{7}$ ;  $\eta = \frac{3}{16}$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

Дано:  $r; R; Q; \frac{\varphi}{\varphi_0}(x)$   
Найти:  $\varphi(\frac{5R}{6}) \epsilon; \frac{\varphi}{\varphi_0}; \epsilon - ?$

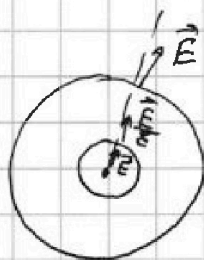
Решение:

1)



Рассмотрим граничные условия для вектора  $\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$  на внутренней и внешней пов-ти диэлектрика:

Пл.к на диэлектрике отвечает сторонний заряд, то:  $D_1 = D_2 = D_3$ , где  $D_1, D_2, D_3$  - это вектора  $D$  внутри полости диэл; в толще и снаружи соотв.-но, тогда:



Тогда снаружи и в полости напр. поле:

$$\vec{E}_1 = k \frac{Q}{R^3} \vec{R}$$

А в толще диэлектрика:

$$\vec{E}_2 = \frac{\vec{E}_1}{\epsilon} = \frac{k}{\epsilon} \frac{Q}{R^3} \vec{R}$$

Тогда потенциал на пов-ти диэлектрика из связи м.у  $E$  и  $\varphi$ :  $E_r = -\frac{d\varphi}{dr}$ :

$$\varphi_1 = \int_{\infty}^R \frac{kQ}{R^2} dR = kQ \left( -\frac{1}{R} \right) \Big|_R^{\infty} = \frac{kQ}{R}$$

С учетом того, что потенциал характеризует работу по переносу заряда в электростат. поле:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \int_x^R \frac{E}{\epsilon} dr = \frac{kQ}{\epsilon} \left( -\frac{1}{R} \right) \Big|_x^R = \frac{kQ}{\epsilon} \left( -\frac{1}{R} + \frac{1}{x} \right),$$

где  $x$  -  $r$  - е от точки с пот.  $\varphi(x)$   $r < x \leq R$ , эквив-но для потенциала в толще диэлектрика;

$$\varphi(x) = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{R} \right)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Тогда в точке  $x = \frac{5R}{6}$ :

$$\varphi\left(\frac{5R}{6}\right) = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\varepsilon} \left(\frac{6}{5R} - \frac{1}{R}\right) = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\varepsilon} \cdot \frac{1}{5R} =$$
$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{5\varepsilon R}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \left(1 + \frac{1}{5\varepsilon}\right)$$

3) Возьмем на гр-ке характ. точки  $\varphi\left(\frac{R}{3}\right) = 5\varphi_0$ ;  
 $\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = 4\varphi_0$ , тогда имеем:

$$5\varphi_0 = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\varepsilon} \left(\frac{3}{R} - \frac{1}{R}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \left(1 + \frac{2}{\varepsilon}\right)$$

$$4\varphi_0 = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\varepsilon} \left(\frac{3}{2R} - \frac{1}{R}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \left(1 + \frac{1}{2\varepsilon}\right)$$

$$\frac{5}{4} = \frac{1 + \frac{2}{\varepsilon}}{1 + \frac{1}{2\varepsilon}}$$

$$5 + \frac{5}{2\varepsilon} = 4 + \frac{8}{\varepsilon}$$

$$1 = \left(8 - \frac{5}{2}\right) \frac{1}{\varepsilon}$$

$$1 = \frac{11}{2} \cdot \frac{1}{\varepsilon}$$

$$\varepsilon = \frac{11}{2}$$

Ответ:  $\varphi\left(\frac{5R}{6}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \left(1 + \frac{1}{5\varepsilon}\right)$ ;  $\varepsilon = \frac{11}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

Дано:  $L_1 = L$ ;  $L_2 = 16L$ ;  $n_1 = n$ ;  $n_2 = 4n$ ;  $S$

Найти:  $|\frac{dI}{dt}|$  ( $B = \alpha > 0$ ) - ?;  $I_k$  - ?

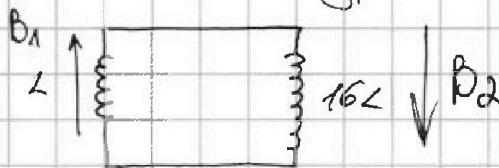
Решение:

1)

$L$   
 $n$



Схема контура:



2) П.к. омического сопр-я нет, то поток в контуре должен сокращаться

3) Из з-на Фарадея  $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$ . Поток в катушке складывается из потока внешнего поля и потока созданного самоиндукцией. Запишем  $\mathcal{E}$  з-н Кирхгофа для контура:

$$-\frac{d\Phi_1}{dt} + \left(-\frac{d\Phi_2}{dt}\right) = 0$$

Во второй катушке  $B_{внеш} = const \Rightarrow \mathcal{E}_{i2}$  склад. только из самоиндукции.

$$nBS - LI - 16LI = 0$$

$$n\alpha S = ~~nBS~~ 17L \frac{dI}{dt}$$

$$\left|\frac{dI}{dt}\right| = \frac{n\alpha S}{17L}$$

4) Поток в контуре сохраняется, т.к. из  $\mathcal{E}^{co}$  з-на Кирхгофа:  $-\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)_z = 0$

5) Запишем изменение потока для нач. и кон. ситуаций:

$$nB_0S + 4n \cdot 3B_0S = n \cdot \frac{B_0S}{3} + 4n \cdot \frac{9B_0S}{4} + 16LI_k + LI_k$$

$$13nB_0S = \frac{28}{3}nB_0S + 17LI_k$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{11}{3} n B_0 S = 17 L I_k$$

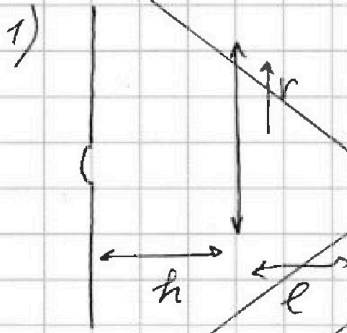
$$I_k = \frac{11 n B_0 S}{51 L}$$

Ответ:  $\left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{n \alpha S}{17 L}$ ;  $I_k = \frac{11 n B_0 S}{51}$

№5  
Дано:  $h$ ;  $F = \frac{h}{3}$ ;  $r = 5 \text{ см}$ ;  $l = \frac{2h}{3}$

Найти:  $S_3$ ;  $S_{\text{ср}}$

Решение:



Из Ф-лы тонкой линзы объект с источником будет находиться на расстоянии  $x$  от линзы, так как, это:

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{x} = \frac{1}{h/3}$$

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{x} = \frac{3}{h}$$

$$\frac{2}{h} = \frac{1}{x}$$

$$x = \frac{h}{2} < \frac{2h}{3}$$

2) Таким образом; Изобразим ход лучей



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

15

Дано:  $F = h/3$ ;  $l = \frac{2h}{3}$ ;  $v = 5 \text{ см}$

Найти:  $S_3$ ;  $S_{\text{ср}}$

Решение:

1) Пусть изобра-е  $S'$  источника находится на  $r$ -ше  $x$  от зеркала, тогда из-р-лы тонкой линзы:

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{l-x} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{\frac{2h}{3} - x} = \frac{3}{h}$$

$$x = \frac{1}{6}h \Rightarrow \text{от линзы на } y = l - x = \frac{h}{2}$$

2) Изобразим ход лучей. Лучи прошедшие через линзу делятся на лучи через  $S'$  и сферм. внутр. осв. пятно. Лучи миновавшие линзу формируют внешнее осв. пятно. Из соотно-ий  $h$  и  $h'$  выходящих, что сферма неосв. части зеркала - темное кольцо. Тогда из подобия  $\triangle A_1 S' O$  и  $\triangle S' A O'$ ;

$$\frac{AO'}{r} = \frac{h/6}{h/2} = \frac{1}{3} \Rightarrow AO' = \frac{r}{3}$$

Из подобия  $\triangle S A_1 O$  и  $\triangle S C O'$ ;

$$\frac{O'C}{r} = \frac{5h}{h} = 5 \Rightarrow O'C = \frac{5}{3}r$$

3) Тогда окончательно:

$$S_3 = \pi (O'C^2 - AO'^2) = \frac{\pi r^2}{9} (25 - 1) = \frac{8}{3} \pi r^2 = \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$$

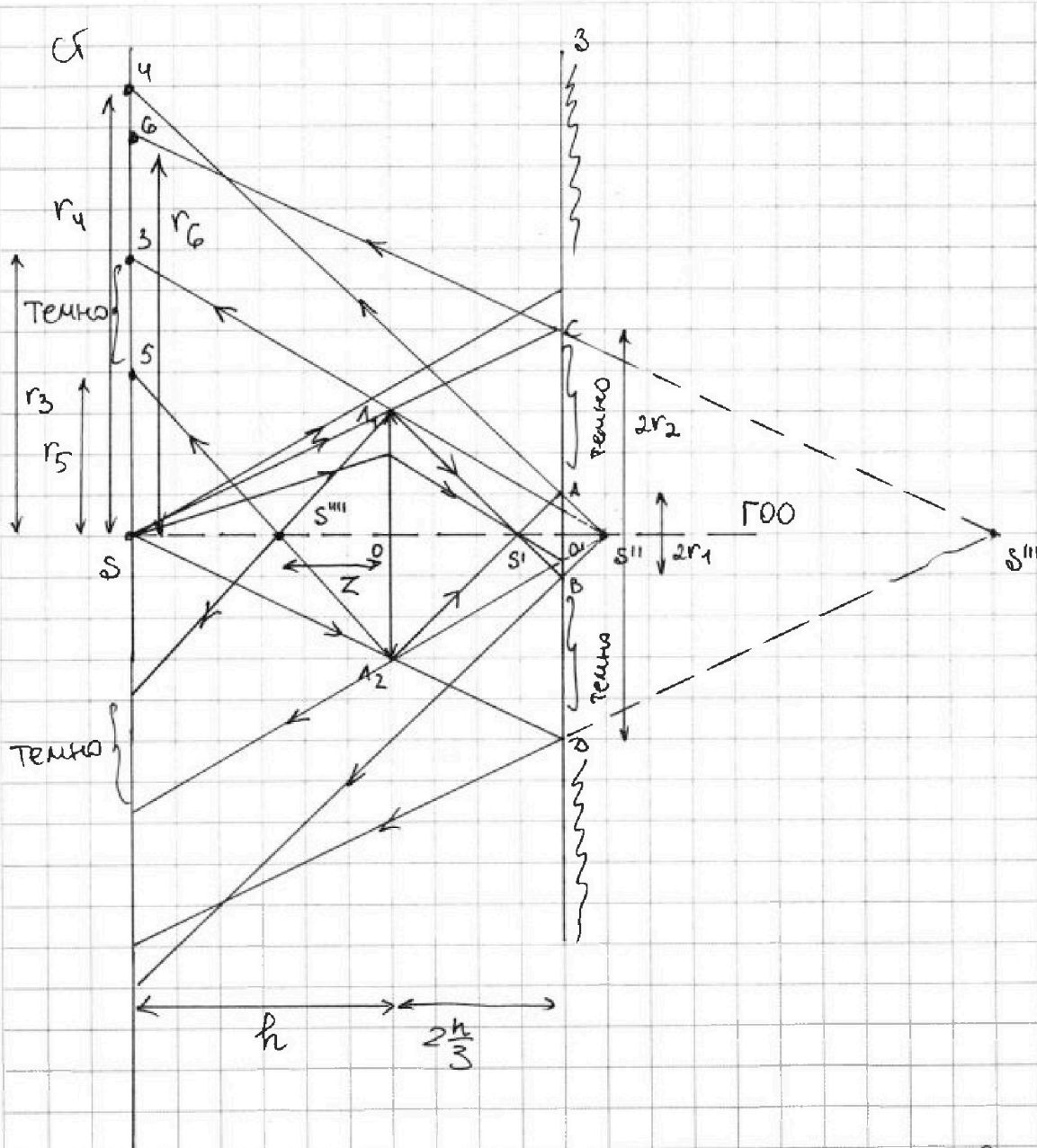
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порта QR-кода недопустима!



4) Изобразим  $S''$  и  $S'''$  - изобр-я  $S'$  и  $S$  в зеркале соответственно. Тогда луч вышедший из  $S''$  и прошедший через  $1$ , формирует внутр. границу внешней обв. области, а лучи вышедшие из  $S''$  и преломившиеся формируют внешнейю границу внутренней светлой области



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) Из подобия  $\Delta S''S_6$  и  $\Delta S''O'C$ :

$$\frac{r_6}{r_2} = \frac{\frac{5h}{3} \cdot 2}{\frac{5h}{3}} = 2 \Rightarrow r_6 = 2r_2 = \frac{10}{3}r$$

Из подобия  $\Delta S''O'A$  и  $\Delta S''S_4$ :

$$\frac{r_4}{r_1} = \frac{6}{\frac{h}{6}} = 11 \Rightarrow r_4 = 11r_1 = \frac{11}{3}r$$

$r_4 > r_6 \Rightarrow$  расс. п. ч. верши

Из подобия  $\Delta S''O_1A_1$  и  $S''S_3$ :

$$\frac{r_3}{r_4} = \frac{\frac{11h}{6}}{\frac{5h}{6}} = \frac{11}{5} \Rightarrow r_3 = \frac{11}{5}r$$

Из ср-ной тонкой линзы:

$$\frac{1}{z} + \frac{1}{\frac{5h}{6}} = \frac{3}{h}$$

$$z = \frac{5}{9}h$$

Из подобия  $\Delta S''O_1A_1$  и  $\Delta S''S_5$ :

$$\frac{r_5}{r} = \frac{\frac{4}{9}h}{\frac{5}{9}h} = \frac{4}{5} \Rightarrow r_5 = \frac{4}{5}r$$

Окончательно:

$$S_{\text{от}} = \pi (r_3^2 - r_5^2) = \frac{\pi}{25} r^2 (121 - 16) = \frac{105}{25} \pi r^2 = 105 \pi \text{ см}^2$$

Ответ:  $S_3 = \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$ ;  $S_{\text{от}} = 105 \pi \text{ см}^2$



